

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ и НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Критерий t-Стьюдента для независимых и зависимых выборок.

Критерий F-Фишера.

Критерий U-Манна-Уитни.

Критерий T-Вилкоксона и др.

- 
-
- **Статистические критерии** – это **ПРАВИЛО**, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.
 - **Статистические критерии** – это **МЕТОД** расчета определенного числа.
 - **Статистические критерии** – это **ЧИСЛО**.

-
- **Параметрические критерии** – это критерии, включающие в формулу расчета параметры распределения (среднее и дисперсии).
 - **Непараметрические критерии** – это критерии, не включающие в формулу расчета параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами.

Возможности и ограничения параметрических критериев

- Позволяют прямо оценить различия в средних, полученных в двух выборках (**t-критерий Стьюдента**)
- Позволяют прямо оценить различия в дисперсиях (**критерий F-Фишера**)
- Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию (**дисперсионный однофакторный анализ**)
- Позволяют оценить взаимодействие двух и более факторов и их влияние на изменение признака (**двухфакторный дисперсионный анализ**)

Возможности и ограничения параметрических критериев

- Экспериментальные данные должны отвечать двум, а иногда трем, **условиям**:
- *а) значения признака измерены по интервальной шкале;*
- *б) распределение признака является нормальным;*
- *в) в дисперсионном анализе должно соблюдаться требование равенства дисперсий в ячейке комплекса.*
- Если перечисленные условия выполняются, то параметрические критерии оказываются более мощными, чем непараметрические.

Возможности и ограничения непараметрических критериев

- Позволяют оценить лишь средние тенденции, например, ответить на вопрос, чаще ли в выборке А встречаются более высокие, а в выборке Б – более низкие значения признака (**критерии Розенбаума, Манна-Уитни, угловое преобразование Фишера и др.**).
- Позволяют оценить лишь различия в диапазонах вариативности признака (**критерий угловое преобразование Фишера**).
- Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию при любом распределении признака (**критерии тенденций Пейджа, Джонкира**).

Возможности и ограничения непараметрических критериев

- Отсутствует возможность оценить взаимодействие двух и более факторов.
- Экспериментальные данные могут **НЕ ОТВЕЧАТЬ** ни одному из условий параметрической статистики:
 - *а) значения признака могут быть представлены в любой шкале, начиная от шкалы наименований;*
 - *б) распределение признака может быть любым и совпадение его с каким-либо теоретическим законом распределения необязательно и не нуждается в проверке;*
 - *в) требование равенства дисперсий отсутствует.*

Правило принятия статистического вывода

- Статистический критерий имеет эмпирическое и критическое значение.
- **Эмпирическое значение критерия** – это число, полученное по правилу расчета критерия.
- **Критическое значение критерия** – это число, которое определено для данного критерия при заданных переменных (например, количества человек в выборке), выделяющее зону значимости и незначимости для признака. **См. Таблицы критических значений критерия.**
- По соотношению эмпирического и критического значений критерия выявляется уровень статистической значимости и делается вывод о том, подтверждается или опровергается нулевая гипотеза.

Правило принятия статистического вывода

- 1) на основе полученных экспериментальных данных вычислить эмпирическое значение критерия $K_{\text{эмп}}$
- 2) по соответствующим критерию таблицам найти критические значения $K_{1кр}$ и $K_{2кр}$, которые отвечают уровням значимости в 5% и 1%
- 3) записать критическое значение в виде:
 $K_{1кр}$ для $p \leq 0.05$ и $K_{2кр}$ для $p \leq 0.01$

4) расположить эмпирическое значение критерия $K_{эмп}$ и критические значения $K_{1кр}$ и $K_{2кр}$ на оси значимости (ось абсцисс Ox декартовой системы координат, на которой выделено три зоны: левая (незначимости), средняя (неопределенности, $p \leq 0,05$), правая (значимости, $p \leq 0,01$))



Правило принятия статистического вывода

- 5) сформулировать принятие решения:
- если $K_{эмп}$ находится в зоне *незначимости*, то принимается гипотеза H_0 *об отсутствии различий*;
- если $K_{эмп}$ находится в зоне *неопределенности*, то *есть вероятность принятия ложного решения* (необходимо увеличить выборку или воспользоваться другим критерием);
- если $K_{эмп}$ находится в зоне *значимости*, то гипотеза об отсутствии различий H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 *о наличии различий*

Правило признания значимости различий

- В большинстве случаев для признания различий значимыми **ЭМПИРИЧЕСКОЕ (полученное) ЗНАЧЕНИЕ КРИТЕРИЯ** должно **ПРЕВЫШАТЬ КРИТИЧЕСКОЕ (табличное)** в соответствии с числом степеней свободы для двух независимых выборок $df = (n_1 + n_2) - 2$, для двух зависимых выборок $df = (n_1 + n_2) - 1$ или объемом выборки (**n**).
- *Исключение:* критерий U-Манна-Уитни, критерий G-знаков, критерий Т-Вилкоксона, в которых нужно придерживаться противоположного правила.

Зависимые и независимые выборки

Зависимые выборки – это те выборки, в которых каждому респонденту одной выборки поставлен в соответствие по определенному признаку респондент другой выборки.

Независимые выборки – это те выборки, в которых вероятность отбора любого респондента одной выборки не зависит от отбора любого из респондентов другой выборки.

Выбор критерия для сравнения двух выборок

	Независимые выборки	Зависимые выборки
Соответствие распределений нормальному закону (параметрический)	t – критерий Стьюдента для независимых выборок	t – критерий Стьюдента для зависимых выборок
Несоответствие распределения(й) нормальному закону (непараметрический)	U-критерий Манна-Уитни; Критерий серий	T-критерий Вилкоксона; Критерий знаков

Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей из которых извлечены независимые выборки, отличаются друг от друга.

Исходные предположения:

Одна выборка извлекается из одной генеральной совокупности, другая – из другой (значения измеренных признаков гипотетически не должны коррелировать между собой).

В обеих выборках распределение *приблизительно* соответствует нормальному закону.

Дисперсии признаков в двух выборках примерно одинаковы.

Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

Структура исходных данных: изучаемый признак(и) измерен у респондентов, каждый из которых принадлежит к одной из сравниваемых выборок.

Ограничения:

Распределения существенно не отличаются от нормального закона в обеих выборках.

При разной численности выборок дисперсии статистически достоверно не различаются (проверяется по критерию F-Фишера или по критерию Ливена).

Формула для подсчетов

$$t_{\text{ЭМП}} = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}}$$

где,

M_1 – среднее значение первой выборки

M_2 – среднее значение второй выборки

σ_1 - стандартное отклонение по первой выборке

σ_2 - стандартное отклонение по второй выборке

Критерий t-Стьюдента для зависимых выборок

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга.

Исходные предположения:

Каждому представителю одной выборки поставлен в соответствие представитель другой выборки.

Данные двух выборок положительно коррелируют.

Распределение в обеих выборках соответствует нормальному закону.

Структура исходных данных: имеется по два значения изучаемого признака(ов).

Критерий F-Фишера

- Применяется для проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух выборок. Его относят к *критериям рассеяния*.
- *Имеет смысл перед использованием критерия t-Стьюдента предварительно проверить гипотезу о равенстве дисперсий. Если она верна, то для сравнения средних можно воспользоваться критерием t-Стьюдента (гипотезы о равенстве средних значений в двух выборках).
- Критерий Фишера основан на дополнительных предположениях о независимости и нормальности выборок данных. Перед его применением рекомендуется выполнить проверку нормальности распределения признака.

Критерий F-Фишера

- В **регрессионном анализе** критерий Фишера позволяет оценивать значимость линейных регрессионных моделей.
- В частности, он используется в **шаговой регрессии** для проверки целесообразности включения или исключения независимых переменных (признаков) в регрессионную модель.
- В **дисперсионном анализе** критерий Фишера позволяет оценивать значимость факторов и их взаимодействия.

U-критерий Манна-Уитни для независимых выборок

Показывает насколько совпадают (пересекаются) два ряда значений измеренного признака (ов).

Условия для применения:

Распределение хотя бы в одной выборке отличается от нормального вида.

Небольшой объем выборки (больше 100 человек – используют параметрические критерии, меньше 10 человек – непараметрические, но результаты считаются предварительными).

Нет гомогенности дисперсий при сравнении средних значений.

Т-критерий Вилкоксона для зависимых выборок

В основе лежит упорядочивание величин разностей (сдвигов) значений признака в каждой паре его измерений.

Идея критерия заключается в подсчете вероятности получения минимальной из положительных и отрицательных разностей при условии, что распределение положительных или отрицательных разностей равновероятно и равно $1/2$

H-критерий Крускала-Уоллиса для 3 и более независимых выборок

Применяется для оценки различий по степени выраженности анализируемого признака одновременно между тремя, четырьмя и более выборками.

Позволяет выявить степень изменения признака в выборках, не указывая на направление этих изменений.

H-критерий Крускала-Уоллиса

Условия для применения:

Измерение должно быть проведено в шкале порядка, интервалов или отношений.

Выборки должны быть независимыми.

Допускается разное число респондентов в сопоставляемых выборках.

При сопоставлении трех выборок допускается, чтобы в одной из них было $n=3$, а в двух других $n=2$. Но в этом случае различия могут быть зафиксированы только на уровне средней значимости.

Критерий Фишера ϕ^* (фи) (Угловое преобразование Фишера)

Критерий ϕ (фи) предназначен для сопоставления двух рядов выборочных значений по частоте встречаемости какого-либо признака.

Этот критерий можно применять на любых выборках – зависимых и независимых. А также можно оценивать частоту встречаемости признака и количественной, и качественной переменной.

Критерий Фишера f^*

Условия для применения:

Измерение может быть проведено в **любой шкале**.

Характеристики выборок могут быть любыми.

Нижняя граница – в одной из выборок может быть только 2 наблюдения, при этом во второй должно быть не менее 30 наблюдений. Верхняя граница не определена.

При малых объемах выборок, нижние границы выборок должны содержать не менее 5 наблюдений каждая.

Классификация задач и методов их решения

Задачи	Условия	Методы
1. Выявление различий в уровне исследуемого признака	а) 2 выборки испытуемых	Q - критерий Розенбаума; U - критерий Манна-Уитни; ϕ^* - критерий (угловое преобразование Фишера)
	б) 3 и более выборок испытуемых	S - критерий тенденций Джонкира; H - критерий Крускала-Уоллиса.
2. Оценка сдвига значений исследуемого признака	а) 2 замера на одной и той же выборке испытуемых	T - критерий Вилкоксона; G - критерий знаков; ϕ^* - критерий (угловое преобразование Фишера).
	б) 3 и более замеров на одной и той же выборке испытуемых	χ^2 - критерий Фридмана; L - критерий тенденций Пейджа.

Классификация задач и методов их решения

Задачи	Условия	Методы
3. Выявление различий в распределении	а) при сопоставлении эмпирического признака распределения с теоретическим	χ^2 - критерий Пирсона; λ - критерий Колмогорова-Смирнова; m - биномиальный критерий
	б) при сопоставлении двух эмпирических распределений	χ^2 - критерий Пирсона; λ - критерий Колмогорова-Смирнова; ϕ^* - критерий (угловое преобразование Фишера).
4. Выявление степени согласованности изменений	а) двух признаков	r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
	б) двух иерархий или профилей	r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена

Классификация задач и методов их решения

Задачи	Условия	Методы
5. Анализ изменений признака под влиянием контролируемых условий	а) под влиянием одного фактора	S - критерий тенденций Джонкира; L - критерий тенденций Пейджа; однофакторный дисперсионный анализ Фишера.
	б) под влиянием двух факторов одновременно	Двухфакторный дисперсионный анализ Фишера.