


ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ и НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Критерий t-Стьюдента для независимых и зависимых выборок.

Критерий F-Фишера.

Критерий U-Манна-Уитни.

Критерий T-Вилкоксона и др.

- 
-
- **Статистические критерии** – это **ПРАВИЛО**, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.
 - **Статистические критерии** – это **МЕТОД** расчета определенного числа.
 - **Статистические критерии** – это **ЧИСЛО**.

-
- **Параметрические критерии** – это критерии, включающие в формулу расчета параметры распределения (среднее и дисперсии).
 - **Непараметрические критерии** – это критерии, не включающие в формулу расчета параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами.

Возможности и ограничения параметрических критериев

- Позволяют прямо оценить различия в средних, полученных в двух выборках (**t-критерий Стьюдента**)
- Позволяют прямо оценить различия в дисперсиях (**критерий F-Фишера**)
- Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию (**дисперсионный однофакторный анализ**)
- Позволяют оценить взаимодействие двух и более факторов и их влияние на изменение признака (**двухфакторный дисперсионный анализ**)

Возможности и ограничения параметрических критериев

- Экспериментальные данные должны отвечать двум, а иногда трем, **условиям**:
- *а) значения признака измерены по интервальной шкале;*
- *б) распределение признака является нормальным;*
- *в) в дисперсионном анализе должно соблюдаться требование равенства дисперсий в ячейке комплекса.*
- Если перечисленные условия выполняются, то параметрические критерии оказываются более мощными, чем непараметрические.

Возможности и ограничения непараметрических критериев

- Позволяют оценить лишь средние тенденции, например, ответить на вопрос, чаще ли в выборке А встречаются более высокие, а в выборке Б – более низкие значения признака (**критерии Розенбаума, Манна-Уитни, угловое преобразование Фишера и др.**).
- Позволяют оценить лишь различия в диапазонах вариативности признака (**критерий угловое преобразование Фишера**).
- Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию при любом распределении признака (**критерии тенденций Пейджа, Джонкира**).

Возможности и ограничения непараметрических критериев

- Отсутствует возможность оценить взаимодействие двух и более факторов.
- Экспериментальные данные могут **НЕ ОТВЕЧАТЬ** ни одному из условий параметрической статистики:
 - *а) значения признака могут быть представлены в любой шкале, начиная от шкалы наименований;*
 - *б) распределение признака может быть любым и совпадение его с каким-либо теоретическим законом распределения необязательно и не нуждается в проверке;*
 - *в) требование равенства дисперсий отсутствует.*

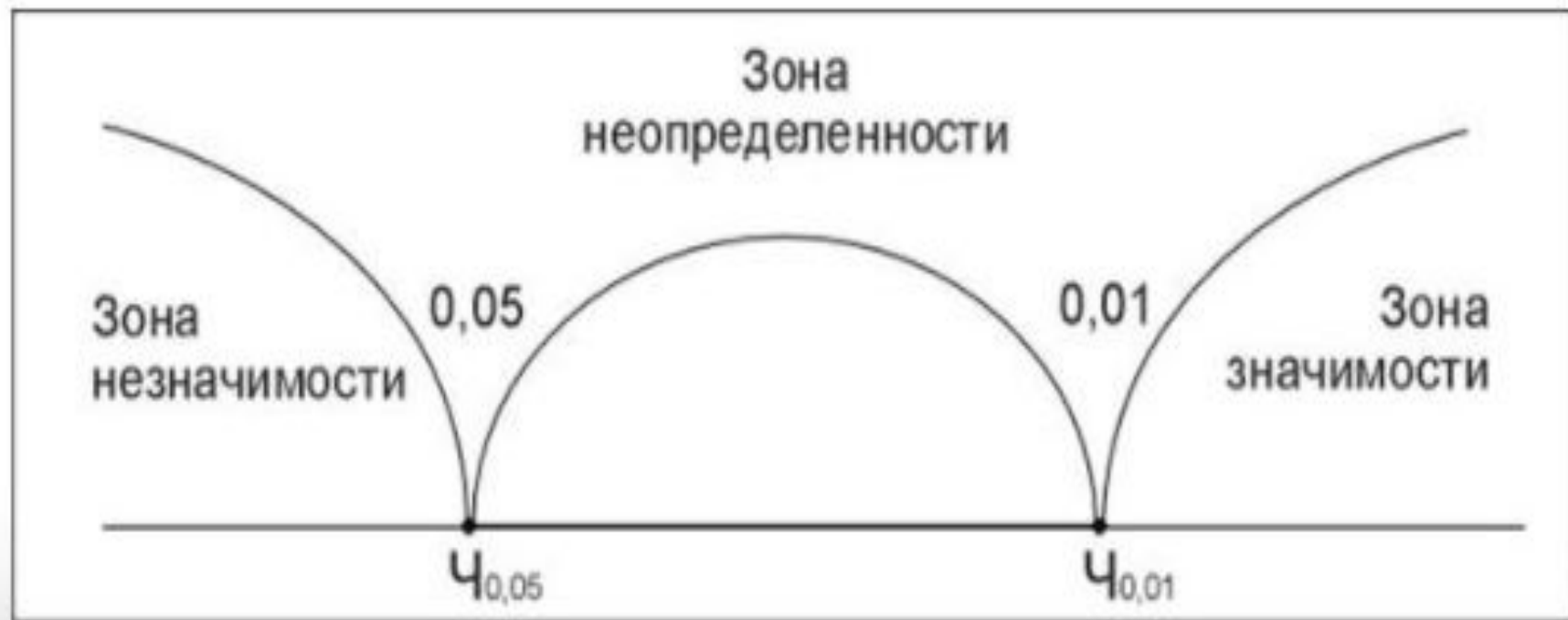
Правило принятия статистического вывода

- Статистический критерий имеет эмпирическое и критическое значение.
- **Эмпирическое значение критерия** – это число, полученное по правилу расчета критерия.
- **Критическое значение критерия** – это число, которое определено для данного критерия при заданных переменных (например, количества человек в выборке), выделяющее зону значимости и незначимости для признака. **См. Таблицы критических значений критерия.**
- По соотношению эмпирического и критического значений критерия выявляется уровень статистической значимости и делается вывод о том, подтверждается или опровергается нулевая гипотеза.

Правило принятия статистического вывода

- 1) на основе полученных экспериментальных данных вычислить эмпирическое значение критерия $K_{\text{эмп}}$
- 2) по соответствующим критерию таблицам найти критические значения $K_{1кр}$ и $K_{2кр}$, которые отвечают уровням значимости в 5% и 1%
- 3) записать критическое значение в виде:
 $K_{1кр}$ для $p \leq 0.05$ и $K_{2кр}$ для $p \leq 0.01$

4) расположить эмпирическое значение критерия $K_{эмп}$ и критические значения $K_{1кр}$ и $K_{2кр}$ на оси значимости (ось абсцисс Ox декартовой системы координат, на которой выделено три зоны: левая (незначимости), средняя (неопределенности, $p \leq 0,05$), правая (значимости, $p \leq 0,01$))



Правило принятия статистического вывода

- 5) сформулировать принятие решения:
- если $K_{эмп}$ находится в зоне *незначимости*, то принимается гипотеза H_0 *об отсутствии различий*;
- если $K_{эмп}$ находится в зоне *неопределенности*, то *есть вероятность принятия ложного решения* (необходимо увеличить выборку или воспользоваться другим критерием);
- если $K_{эмп}$ находится в зоне *значимости*, то гипотеза об отсутствии различий H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 *о наличии различий*

Правило признания значимости различий

- В большинстве случаев для признания различий значимыми **ЭМПИРИЧЕСКОЕ (полученное) ЗНАЧЕНИЕ КРИТЕРИЯ** должно **ПРЕВЫШАТЬ КРИТИЧЕСКОЕ (табличное)** в соответствии с числом степеней свободы для двух независимых выборок $df = (n_1 + n_2) - 2$, для двух зависимых выборок $df = (n_1 + n_2) - 1$ или объемом выборки (**n**).
- *Исключение:* критерий U-Манна-Уитни, критерий G-знаков, критерий Т-Вилкоксона, в которых нужно придерживаться противоположного правила.

Зависимые и независимые выборки

Зависимые выборки – это те выборки, в которых каждому респонденту одной выборки поставлен в соответствие по определенному признаку респондент другой выборки.

Независимые выборки – это те выборки, в которых вероятность отбора любого респондента одной выборки не зависит от отбора любого из респондентов другой выборки.

Выбор критерия для сравнения двух выборок

| | Независимые выборки | Зависимые выборки |
|---|---|---|
| Соответствие распределений нормальному закону (параметрический) | t – критерий Стьюдента для независимых выборок | t – критерий Стьюдента для зависимых выборок |
| Несоответствие распределения(й) нормальному закону (непараметрический) | U-критерий Манна-Уитни; Критерий серий | T-критерий Вилкоксона; Критерий знаков |

Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей из которых извлечены независимые выборки, отличаются друг от друга.

Исходные предположения:

Одна выборка извлекается из одной генеральной совокупности, другая – из другой (значения измеренных признаков гипотетически не должны коррелировать между собой).

В обеих выборках распределение *приблизительно* соответствует нормальному закону.

Дисперсии признаков в двух выборках примерно одинаковы.

Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

Структура исходных данных: изучаемый признак(и) измерен у респондентов, каждый из которых принадлежит к одной из сравниваемых выборок.

Ограничения:

Распределения существенно не отличаются от нормального закона в обеих выборках.

При разной численности выборок дисперсии статистически достоверно не различаются (проверяется по критерию F-Фишера или по критерию Ливена).

Формула для подсчетов

$$t_{\text{ЭМП}} = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}}$$

где,

M_1 – среднее значение первой выборки

M_2 – среднее значение второй выборки

σ_1 - стандартное отклонение по первой выборке

σ_2 - стандартное отклонение по второй выборке

Критерий t-Стьюдента для зависимых выборок

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга.

Исходные предположения:

Каждому представителю одной выборки поставлен в соответствие представитель другой выборки.

Данные двух выборок положительно коррелируют.

Распределение в обеих выборках соответствует нормальному закону.

Структура исходных данных: имеется по два значения изучаемого признака(ов).

Критерий F-Фишера

- Применяется для проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух выборок. Его относят к *критериям рассеяния*.
- *Имеет смысл перед использованием критерия t-Стьюдента предварительно проверить гипотезу о равенстве дисперсий. Если она верна, то для сравнения средних можно воспользоваться критерием t-Стьюдента (гипотезы о равенстве средних значений в двух выборках).
- Критерий Фишера основан на дополнительных предположениях о независимости и нормальности выборок данных. Перед его применением рекомендуется выполнить проверку нормальности распределения признака.

Критерий F-Фишера

- В **регрессионном анализе** критерий Фишера позволяет оценивать значимость линейных регрессионных моделей.
- В частности, он используется в **шаговой регрессии** для проверки целесообразности включения или исключения независимых переменных (признаков) в регрессионную модель.
- В **дисперсионном анализе** критерий Фишера позволяет оценивать значимость факторов и их взаимодействия.

U-критерий Манна-Уитни для независимых выборок

Показывает насколько совпадают (пересекаются) два ряда значений измеренного признака (ов).

Условия для применения:

Распределение хотя бы в одной выборке отличается от нормального вида.

Небольшой объем выборки (больше 100 человек – используют параметрические критерии, меньше 10 человек – непараметрические, но результаты считаются предварительными).

Нет гомогенности дисперсий при сравнении средних значений.

Т-критерий Вилкоксона для зависимых выборок

В основе лежит упорядочивание величин разностей (сдвигов) значений признака в каждой паре его измерений.

Идея критерия заключается в подсчете вероятности получения минимальной из положительных и отрицательных разностей при условии, что распределение положительных или отрицательных разностей равновероятно и равно $1/2$

H-критерий Крускала-Уоллиса для 3 и более независимых выборок

Применяется для оценки различий по степени выраженности анализируемого признака одновременно между тремя, четырьмя и более выборками.

Позволяет выявить степень изменения признака в выборках, не указывая на направление этих изменений.

H-критерий Крускала-Уоллиса

Условия для применения:

Измерение должно быть проведено в шкале порядка, интервалов или отношений.

Выборки должны быть независимыми.

Допускается разное число респондентов в сопоставляемых выборках.

При сопоставлении трех выборок допускается, чтобы в одной из них было $n=3$, а в двух других $n=2$. Но в этом случае различия могут быть зафиксированы только на уровне средней значимости.

Критерий Фишера ϕ^* (фи) (Угловое преобразование Фишера)

Критерий ϕ (фи) предназначен для сопоставления двух рядов выборочных значений по частоте встречаемости какого-либо признака.

Этот критерий можно применять на любых выборках – зависимых и независимых. А также можно оценивать частоту встречаемости признака и количественной, и качественной переменной.

Критерий Фишера f^*

Условия для применения:

Измерение может быть проведено в **любой шкале**.

Характеристики выборок могут быть любыми.

Нижняя граница – в одной из выборок может быть только 2 наблюдения, при этом во второй должно быть не менее 30 наблюдений. Верхняя граница не определена.

При малых объемах выборок, нижние границы выборок должны содержать не менее 5 наблюдений каждая.

Классификация задач и методов их решения

| Задачи | Условия | Методы |
|--|---|--|
| 1. Выявление различий в уровне исследуемого признака | а) 2 выборки испытуемых | Q - критерий Розенбаума; U - критерий Манна-Уитни; ϕ^* - критерий (угловое преобразование Фишера) |
| | б) 3 и более выборок испытуемых | S - критерий тенденций Джонкира; H - критерий Крускала-Уоллиса. |
| 2. Оценка сдвига значений исследуемого признака | а) 2 замера на одной и той же выборке испытуемых | T - критерий Вилкоксона; G - критерий знаков; ϕ^* - критерий (угловое преобразование Фишера). |
| | б) 3 и более замеров на одной и той же выборке испытуемых | χ^2 - критерий Фридмана; L - критерий тенденций Пейджа. |

Классификация задач и методов их решения

| Задачи | Условия | Методы |
|--|---|--|
| 3. Выявление различий в распределении | а) при сопоставлении эмпирического признака распределения с теоретическим | χ^2 - критерий Пирсона; λ - критерий Колмогорова-Смирнова; m - биномиальный критерий |
| | б) при сопоставлении двух эмпирических распределений | χ^2 - критерий Пирсона; λ - критерий Колмогорова-Смирнова; ϕ^* - критерий (угловое преобразование Фишера). |
| 4. Выявление степени согласованности изменений | а) двух признаков | r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена. |
| | б) двух иерархий или профилей | r_s - коэффициент ранговой корреляции Спирмена |

Классификация задач и методов их решения

| Задачи | Условия | Методы |
|--|--|--|
| 5. Анализ изменений признака под влиянием контролируемых условий | а) под влиянием одного фактора | S - критерий тенденций Джонкира; L - критерий тенденций Пейджа; однофакторный дисперсионный анализ Фишера. |
| | б) под влиянием двух факторов одновременно | Двухфакторный дисперсионный анализ Фишера. |