

# ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ и НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ


---

Критерий t-Стьюдента для независимых и зависимых выборок.

Критерий F-Фишера.

Критерий U-Манна-Уитни.

Критерий T-Вилкоксона и др.

- 
- 
- **Статистические критерии** – это **ПРАВИЛО**, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.
  - **Статистические критерии** – это **МЕТОД** расчета определенного числа.
  - **Статистические критерии** – это **ЧИСЛО**.

- 
- **Параметрические критерии** – это критерии, включающие в формулу расчета параметры распределения (среднее и дисперсии).
  - **Непараметрические критерии** – это критерии, не включающие в формулу расчета параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами.

# Возможности и ограничения параметрических критериев

---

- Позволяют прямо оценить различия в средних, полученных в двух выборках (**t-критерий Стьюдента**)
- Позволяют прямо оценить различия в дисперсиях (**критерий F-Фишера**)
- Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию (**дисперсионный однофакторный анализ**)
- Позволяют оценить взаимодействие двух и более факторов и их влияние на изменение признака (**двухфакторный дисперсионный анализ**)

# Возможности и ограничения параметрических критериев

---

- Экспериментальные данные должны отвечать двум, а иногда трем, **условиям**:
- *а) значения признака измерены по интервальной шкале;*
- *б) распределение признака является нормальным;*
- *в) в дисперсионном анализе должно соблюдаться требование равенства дисперсий в ячейке комплекса.*
- Если перечисленные условия выполняются, то параметрические критерии оказываются более мощными, чем непараметрические.

# Возможности и ограничения непараметрических критериев

---

- Позволяют оценить лишь средние тенденции, например, ответить на вопрос, чаще ли в выборке А встречаются более высокие, а в выборке Б – более низкие значения признака (**критерии Розенбаума, Манна-Уитни, угловое преобразование Фишера и др.**).
- Позволяют оценить лишь различия в диапазонах вариативности признака (**критерий угловое преобразование Фишера**).
- Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию при любом распределении признака (**критерии тенденций Пейджа, Джонкира**).

# Возможности и ограничения непараметрических критериев

---

- Отсутствует возможность оценить взаимодействие двух и более факторов.
- Экспериментальные данные могут **НЕ ОТВЕЧАТЬ** ни одному из условий параметрической статистики:
  - *а) значения признака могут быть представлены в любой шкале, начиная от шкалы наименований;*
  - *б) распределение признака может быть любым и совпадение его с каким-либо теоретическим законом распределения необязательно и не нуждается в проверке;*
  - *в) требование равенства дисперсий отсутствует.*

# Правило принятия статистического вывода

- Статистический критерий имеет эмпирическое и критическое значение.
- **Эмпирическое значение критерия** – это число, полученное по правилу расчета критерия.
- **Критическое значение критерия** – это число, которое определено для данного критерия при заданных переменных (например, количества человек в выборке), выделяющее зону значимости и незначимости для признака. **См. Таблицы критических значений критерия.**
- По соотношению эмпирического и критического значений критерия выявляется уровень статистической значимости и делается вывод о том, подтверждается или опровергается нулевая гипотеза.



# Правило принятия статистического вывода

---

- 1) на основе полученных экспериментальных данных вычислить эмпирическое значение критерия  $K_{\text{эмп}}$
- 2) по соответствующим критерию таблицам найти критические значения  $K_{1кр}$  и  $K_{2кр}$ , которые отвечают уровням значимости в 5% и 1%
- 3) записать критическое значение в виде:  
 $K_{1кр}$  для  $p \leq 0.05$  и  $K_{2кр}$  для  $p \leq 0.01$

4) расположить эмпирическое значение критерия  $K_{эмп}$  и критические значения  $K_{1кр}$  и  $K_{2кр}$  на оси значимости (ось абсцисс  $Ox$  декартовой системы координат, на которой выделено три зоны: левая (незначимости), средняя (неопределенности,  $p \leq 0,05$ ), правая (значимости,  $p \leq 0,01$ ))



# Правило принятия статистического вывода

---

- 5) сформулировать принятие решения:
- если  $K_{эмп}$  находится в зоне *незначимости*, то принимается гипотеза  $H_0$  *об отсутствии различий*;
- если  $K_{эмп}$  находится в зоне *неопределенности*, то *есть вероятность принятия ложного решения* (необходимо увеличить выборку или воспользоваться другим критерием);
- если  $K_{эмп}$  находится в зоне *значимости*, то гипотеза об отсутствии различий  $H_0$  отклоняется и принимается гипотеза  $H_1$  *о наличии различий*

# Правило признания значимости различий

- В большинстве случаев для признания различий значимыми **ЭМПИРИЧЕСКОЕ (полученное) ЗНАЧЕНИЕ КРИТЕРИЯ** должно **ПРЕВЫШАТЬ КРИТИЧЕСКОЕ (табличное)** в соответствии с числом степеней свободы для двух независимых выборок  $df = (n_1 + n_2) - 2$ , для двух зависимых выборок  $df = (n_1 + n_2) - 1$  или объемом выборки (**n**).
- *Исключение:* критерий U-Манна-Уитни, критерий G-знаков, критерий Т-Вилкоксона, в которых нужно придерживаться противоположного правила.

# Зависимые и независимые выборки

---

***Зависимые выборки*** – это те выборки, в которых каждому респонденту одной выборки поставлен в соответствие по определенному признаку респондент другой выборки.

***Независимые выборки*** – это те выборки, в которых вероятность отбора любого респондента одной выборки не зависит от отбора любого из респондентов другой выборки.

# Выбор критерия для сравнения двух выборок

	Независимые выборки	Зависимые выборки
Соответствие распределений нормальному закону (параметрический)	t – критерий Стьюдента для независимых выборок	t – критерий Стьюдента для зависимых выборок
Несоответствие распределения(й) нормальному закону (непараметрический)	U-критерий Манна-Уитни;  Критерий серий	T-критерий Вилкоксона;  Критерий знаков

# Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

---

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей из которых извлечены независимые выборки, отличаются друг от друга.

## *Исходные предположения:*

Одна выборка извлекается из одной генеральной совокупности, другая – из другой (значения измеренных признаков гипотетически не должны коррелировать между собой).

В обеих выборках распределение *приблизительно* соответствует нормальному закону.

Дисперсии признаков в двух выборках примерно одинаковы.

# Критерий t-Стьюдента для независимых выборок

---

***Структура исходных данных:*** изучаемый признак(и) измерен у респондентов, каждый из которых принадлежит к одной из сравниваемых выборок.

***Ограничения:***

Распределения существенно не отличаются от нормального закона в обеих выборках.

При разной численности выборок дисперсии статистически достоверно не различаются (проверяется по критерию F-Фишера или по критерию Ливена).



# Формула для подсчетов

---

$$t_{\text{ЭМП}} = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}}$$

где,

$M_1$  – среднее значение первой выборки

$M_2$  – среднее значение второй выборки

$\sigma_1$  – стандартное отклонение по первой выборке

$\sigma_2$  – стандартное отклонение по второй выборке

# Критерий t-Стьюдента для зависимых выборок

---

Проверяет гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга.

## *Исходные предположения:*

Каждому представителю одной выборки поставлен в соответствие представитель другой выборки.

Данные двух выборок положительно коррелируют.

Распределение в обеих выборках соответствует нормальному закону.

*Структура исходных данных:* имеется по два значения изучаемого признака(ов).

# Критерий F-Фишера

- Применяется для проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух выборок. Его относят к *критериям рассеяния*.
- \*Имеет смысл перед использованием критерия t-Стьюдента предварительно проверить гипотезу о равенстве дисперсий. Если она верна, то для сравнения средних можно воспользоваться критерием t-Стьюдента (гипотезы о равенстве средних значений в двух выборках).
- Критерий Фишера основан на дополнительных предположениях о независимости и нормальности выборок данных. Перед его применением рекомендуется выполнить проверку нормальности распределения признака.

# Критерий F-Фишера

---

- В **регрессионном анализе** критерий Фишера позволяет оценивать значимость линейных регрессионных моделей.
- В частности, он используется в **шаговой регрессии** для проверки целесообразности включения или исключения независимых переменных (признаков) в регрессионную модель.
- В **дисперсионном анализе** критерий Фишера позволяет оценивать значимость факторов и их взаимодействия.

# U-критерий Манна-Уитни для независимых выборок

---

Показывает насколько совпадают (пересекаются) два ряда значений измеренного признака (ов).

## *Условия для применения:*

Распределение хотя бы в одной выборке отличается от нормального вида.

Небольшой объем выборки (больше 100 человек – используют параметрические критерии, меньше 10 человек – непараметрические, но результаты считаются предварительными).

Нет гомогенности дисперсий при сравнении средних значений.

# Т-критерий Вилкоксона для зависимых выборок

---

В основе лежит упорядочивание величин разностей (сдвигов) значений признака в каждой паре его измерений.

Идея критерия заключается в подсчете вероятности получения минимальной из положительных и отрицательных разностей при условии, что распределение положительных или отрицательных разностей равновероятно и равно  $1/2$

# **H-критерий Крускала-Уоллиса для 3 и более независимых выборок**

---

Применяется для оценки различий по степени выраженности анализируемого признака одновременно между тремя, четырьмя и более выборками.

Позволяет выявить степень изменения признака в выборках, не указывая на направление этих изменений.

# H-критерий Крускала-Уоллиса

---

## *Условия для применения:*

Измерение должно быть проведено в шкале порядка, интервалов или отношений.

Выборки должны быть независимыми.

Допускается разное число респондентов в сопоставляемых выборках.

При сопоставлении трех выборок допускается, чтобы в одной из них было  $n=3$ , а в двух других  $n=2$ . Но в этом случае различия могут быть зафиксированы только на уровне средней значимости.



# Критерий Фишера $\varphi^*$ (фи) (Угловое преобразование Фишера)

---

Критерий  $\varphi$  (фи) предназначен для сопоставления двух рядов выборочных значений по частоте встречаемости какого-либо признака.

Этот критерий можно применять на любых выборках – зависимых и независимых. А также можно оценивать частоту встречаемости признака и количественной, и качественной переменной.

# Критерий Фишера $f^*$

---

## *Условия для применения:*

Измерение может быть проведено в **любой шкале**.

Характеристики выборок могут быть любыми.

Нижняя граница – в одной из выборок может быть только 2 наблюдения, при этом во второй должно быть не менее 30 наблюдений. Верхняя граница не определена.

При малых объемах выборок, нижние границы выборок должны содержать не менее 5 наблюдений каждая.

# Классификация задач и методов их решения

Задачи	Условия	Методы
1. Выявление различий в уровне исследуемого признака	а) 2 выборки испытуемых	<b>Q</b> - критерий Розенбаума; <b>U</b> - критерий Манна-Уитни; <b><math>\phi^*</math></b> - критерий (угловое преобразование Фишера)
	б) 3 и более выборок испытуемых	<b>S</b> - критерий тенденций Джонкира; <b>H</b> - критерий Крускала-Уоллиса.
2. Оценка сдвига значений исследуемого признака	а) 2 замера на одной и той же выборке испытуемых	<b>T</b> - критерий Вилкоксона; <b>G</b> - критерий знаков; <b><math>\phi^*</math></b> - критерий (угловое преобразование Фишера).
	б) 3 и более замеров на одной и той же выборке испытуемых	<b><math>\chi^2</math></b> - критерий Фридмана; <b>L</b> - критерий тенденций Пейджа.

# Классификация задач и методов их решения

Задачи	Условия	Методы
3. Выявление различий в распределении	а) при сопоставлении эмпирического признака распределения с теоретическим	$\chi^2$ - критерий Пирсона; $\lambda$ - критерий Колмогорова-Смирнова; $m$ - биномиальный критерий
	б) при сопоставлении двух эмпирических распределений	$\chi^2$ - критерий Пирсона; $\lambda$ - критерий Колмогорова-Смирнова; $\phi^*$ - критерий (угловое преобразование Фишера).
4. Выявление степени согласованности изменений	а) двух признаков	$r_s$ - коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
	б) двух иерархий или профилей	$r_s$ - коэффициент ранговой корреляции Спирмена

# Классификация задач и методов их решения

Задачи	Условия	Методы
5. Анализ изменений признака под влиянием контролируемых условий	а) под влиянием одного фактора	S - критерий тенденций Джонкира; L - критерий тенденций Пейджа; однофакторный дисперсионный анализ Фишера.
	б) под влиянием двух факторов одновременно	Двухфакторный дисперсионный анализ Фишера.