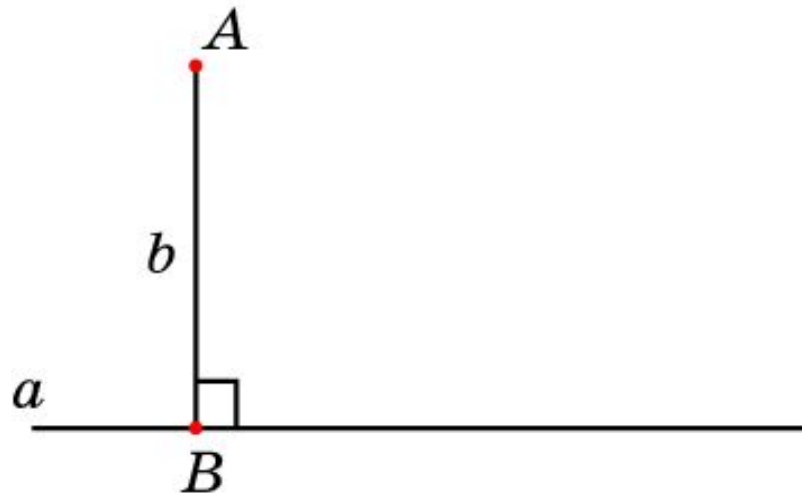


Перпендикуляр

Перпендикуляром, опущенным из точки A на прямую a , называется отрезок AB , соединяющий точку A с точкой B прямой a , перпендикулярный прямой a .

Точка B называется **основанием перпендикуляра**.

Длина перпендикуляра AB называется **расстоянием** от точки A до прямой a .

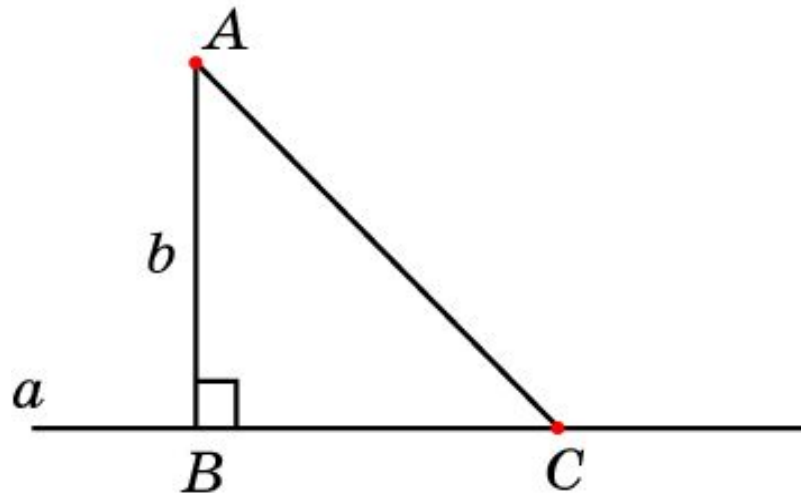


Наклонные

Для произвольной точки C прямой a , отличной от основания перпендикуляра B , отрезок AC называется **наклонной**, проведенной из точки A к прямой a .

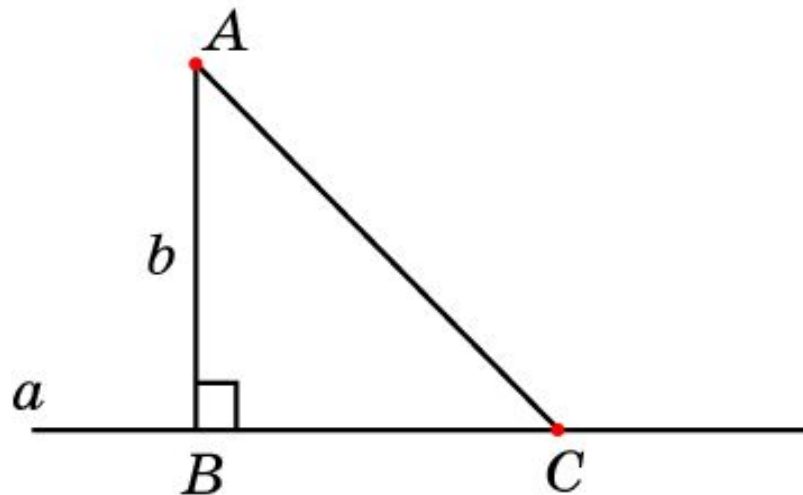
Точка C называется **основанием наклонной**.

Отрезок BC называется **проекцией наклонной**.



Теорема

Перпендикуляр, опущенный из данной точки на данную прямую, короче всякой наклонной, проведенной из этой точки к этой прямой. Иначе говоря, расстояние от точки до прямой является наименьшим из расстояний от этой точки до точек данной прямой.



Вопрос 1

Что называется перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную прямую?

Ответ: Перпендикуляром, опущенным из данной точки A на данную прямую a , называется отрезок AB , соединяющий точку A с точкой B прямой a , перпендикулярный прямой a .

Вопрос 2

Что называется наклонной,
проведенной из данной точки к данной
прямой?

Ответ: Наклонной, проведенной из точки A к прямой a , называется отрезок AC , соединяющей точку A с произвольной точкой C прямой a , отличной от основания перпендикуляра B .

Вопрос 3

Что называется расстоянием от точки до прямой?

Ответ: Длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

Вопрос 4

Что больше, перпендикуляр или наклонная, проведенные из одной точки к данной прямой?

Ответ: Наклонная.

Упражнение 1

Сколько перпендикуляров можно опустить из данной точки на данную прямую.

Ответ: Один.

Упражнение 2

Сколько наклонных можно провести из данной точки к данной прямой.

Ответ: Бесконечно много.

Упражнение 3

Длина какого отрезка является расстоянием от вершины треугольника до его противоположной стороны?

Ответ: Высоты.

Упражнение 4

Могут ли неравные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь равные проекции?

Ответ: Нет.

Упражнение 5

Могут ли равные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь неравные проекции?

Ответ: Нет.

Упражнение 6

Чему равна проекция одной стороны
равностороннего треугольника на
прямую, содержащую другую его
сторону?

Ответ: Половине стороны треугольника.

Упражнение 7

Чему равна проекция гипотенузы
прямоугольного треугольника на его на
прямую, содержащую его катет?

Ответ: Этому катету.

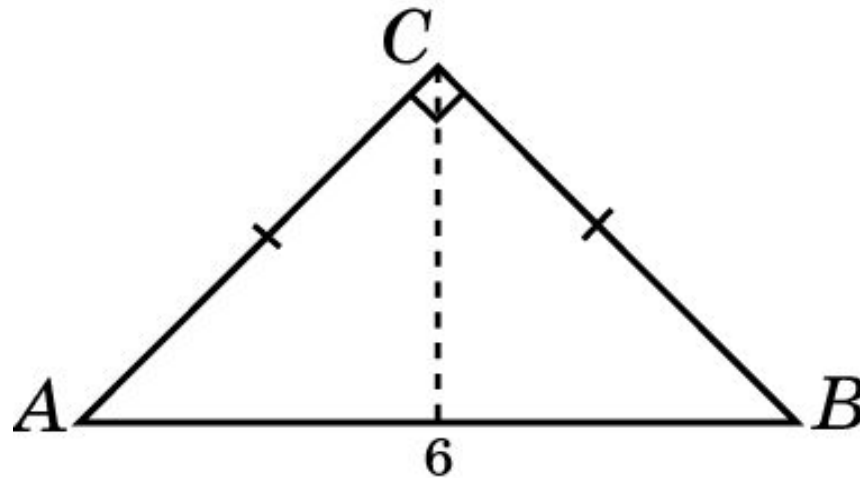
Упражнение 8

Чему равна проекция боковой стороны
равнобедренного треугольника на его
основание

Ответ: Половине основания.

Упражнение 9

Гипотенуза AB прямоугольного равнобедренного треугольника ABC равна 6 см. Найдите расстояние от вершины C до прямой, содержащей эту гипотенузу.

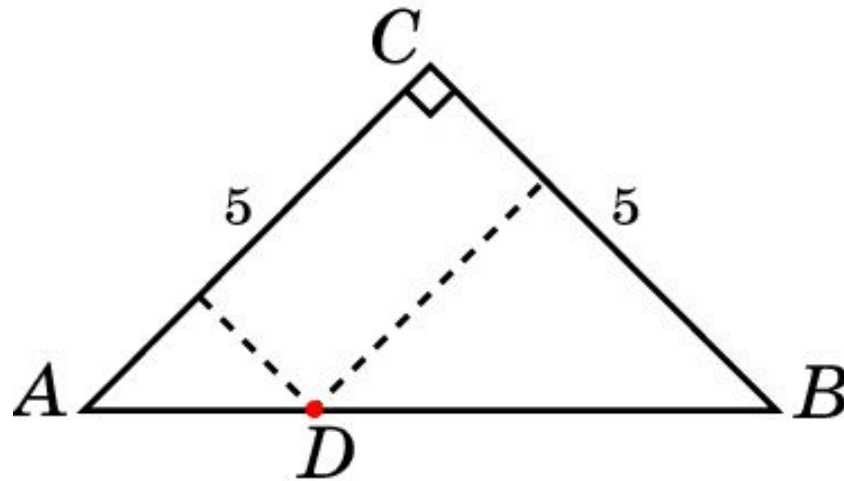


Ответ: 3 см.

Упражнение 10

Катеты AC и BC прямоугольного треугольника ABC равны 5 см. На гипотенузе AB взята точка D .

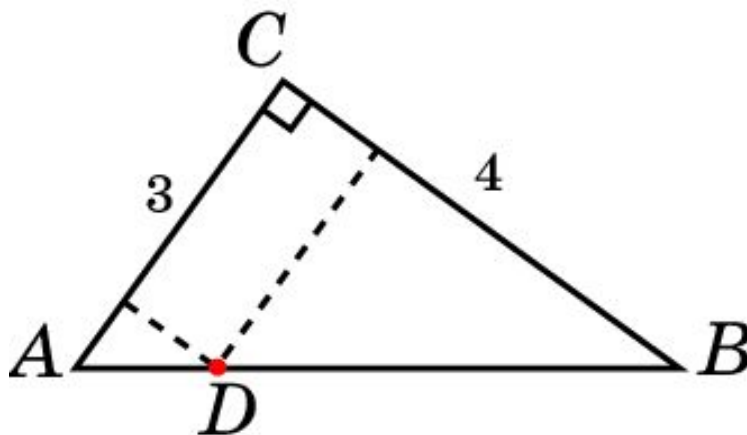
Найдите сумму расстояний от этой точки до прямых, содержащих катеты этого треугольника.



Ответ: 5 см.

Упражнение 11

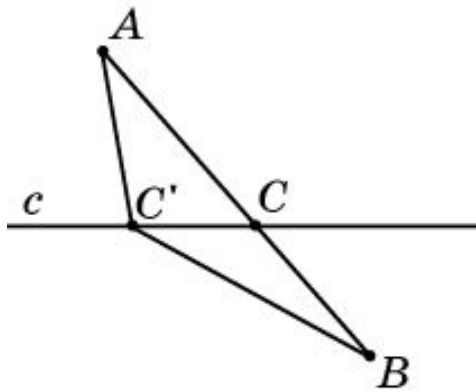
Катеты AC и BC прямоугольного треугольника ABC равны 3 см и 4 см. На гипотенузе AB взята точка D . В каких пределах находится сумма S расстояний от этой точки до прямых, содержащих катеты этого треугольника.



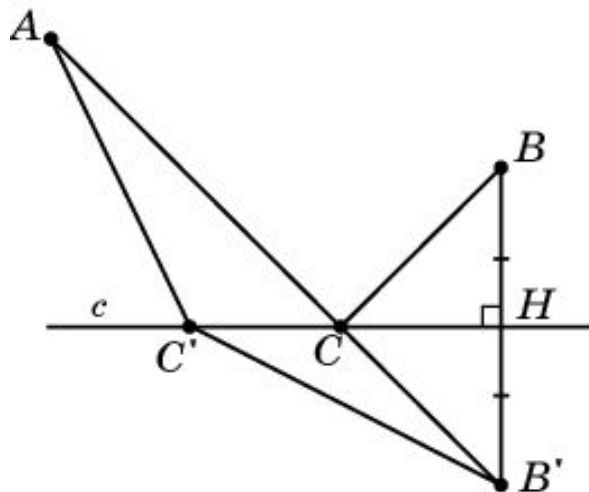
Ответ: $3 \text{ см} < S < 4 \text{ см}$.

Задача Герона

Задача. Дана прямая c и две точки A и B на плоскости. Найдите такую точку C на этой прямой, чтобы сумма расстояний $AC + CB$ была наименьшей.



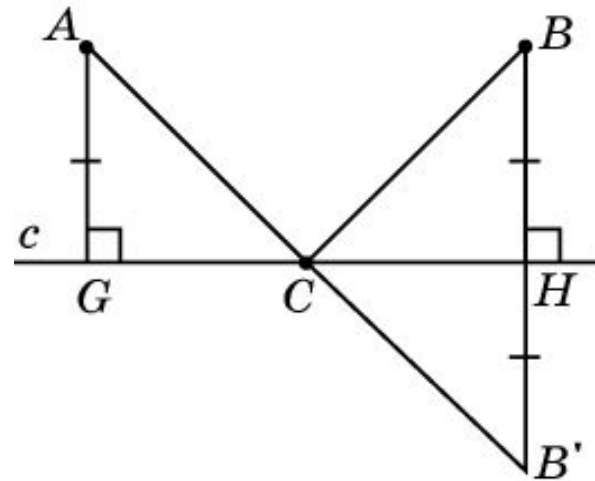
Решение. В случае, если точки A и B лежат по разные стороны от прямой c , то искомой точкой C является точка пересечения отрезка AB и прямой c . Действительно, для любой другой точки C' прямой c имеем: $AC' + C'B > AC + CB$.



Если точки A и B лежат по одну сторону от прямой c , то для нахождения искомой точки C заменим точку B на точку B' , симметричную B относительно прямой c . Тогда $BC = B'C$ и этот случай сводится к предыдущему.

Упражнение 12

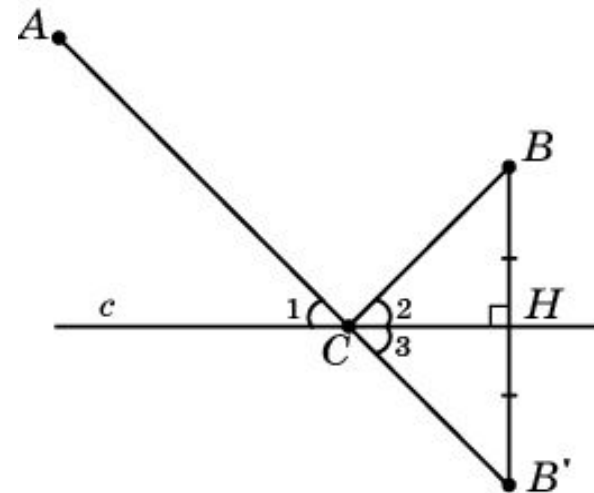
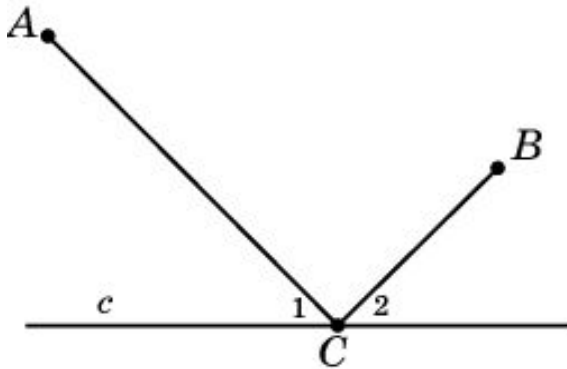
Задача. Точки A и B расположены по одну сторону и на одинаковом расстоянии от прямой c . Где на прямой c расположена точка C , для которой сумма расстояний $AC + CB$ наименьшая?



Ответ. Искомой точкой C является середина отрезка GH .

Упражнение 13

Дана прямая c и две точки A и B по одну сторону от нее. Точка C на прямой c обладает тем свойством, что сумма расстояний $AC + CB$ – наименьшая. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



Доказательство. Рассмотрим точку B' , симметричную точке B относительно прямой c . Углы 1 и 3 равны, как вертикальные. Углы 2 и 3 равны, как соответственные углы в равных треугольниках BCH и $B'CH$. Следовательно, угол 1 равен углу 3.

Отражение света

Известно, что луч света распространяется по кратчайшему пути. Поэтому, если луч света исходит из точки A , отражается от прямой c и приходит в точку B , то точка C , найденная в задаче Герона, будет точкой отражения и, таким образом, имеет место закон отражения света: угол падения светового луча равен углу отражения.

