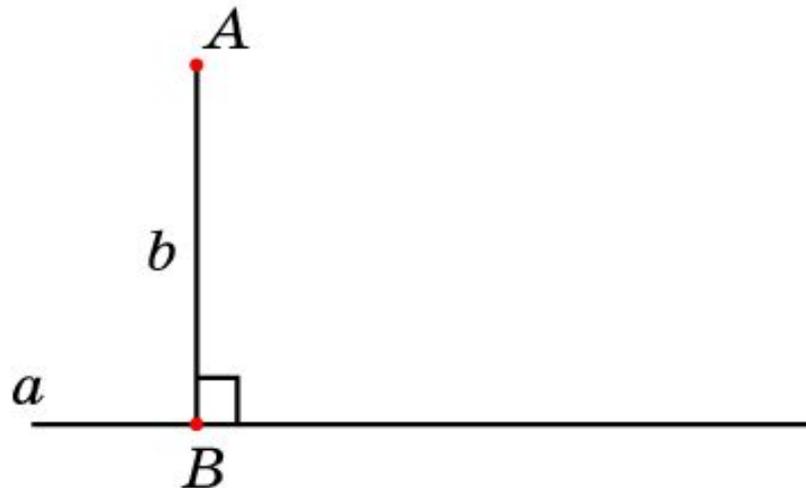


# Перпендикуляр

Перпендикуляром, опущенным из точки  $A$  на прямую  $a$ , называется отрезок  $AB$ , соединяющий точку  $A$  с точкой  $B$  прямой  $a$ , перпендикулярный прямой  $a$ .

Точка  $B$  называется **основанием перпендикуляра**.

Длина перпендикуляра  $AB$  называется **расстоянием от точки  $A$  до прямой  $a$** .

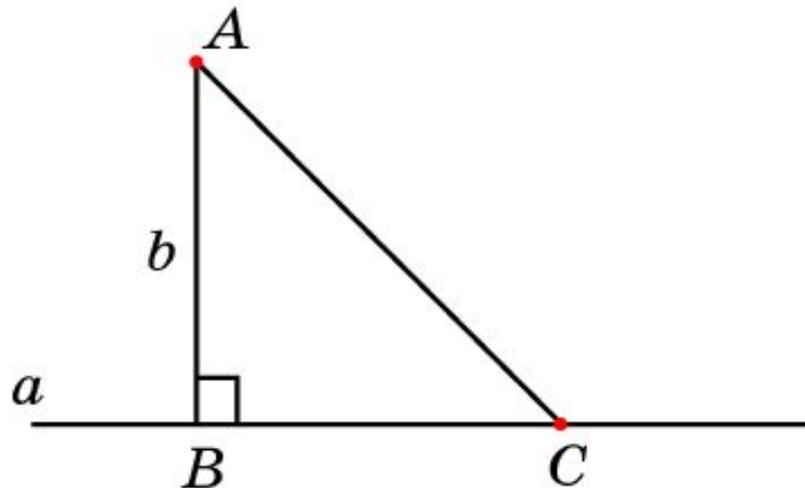


# Наклонные

Для произвольной точки  $C$  прямой  $a$ , отличной от основания перпендикуляра  $B$ , отрезок  $AC$  называется **наклонной**, проведенной из точки  $A$  к прямой  $a$ .

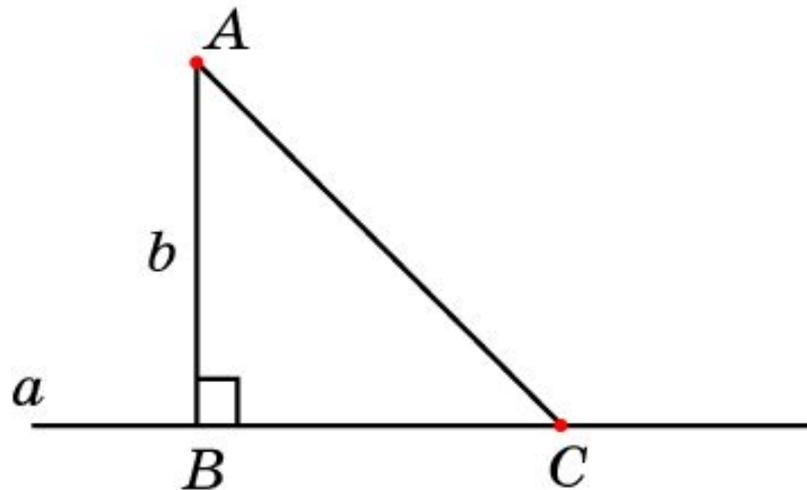
Точка  $C$  называется **основанием наклонной**.

Отрезок  $BC$  называется **проекцией наклонной**.



# Теорема

Перпендикуляр, опущенный из данной точки на данную прямую, короче всякой наклонной, проведенной из этой точки к этой прямой. Иначе говоря, расстояние от точки до прямой является наименьшим из расстояний от этой точки до точек данной прямой.



# Вопрос 1

Что называется перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную прямую?

**Ответ:** Перпендикуляром, опущенным из данной точки  $A$  на данную прямую  $a$ , называется отрезок  $AB$ , соединяющий точку  $A$  с точкой  $B$  прямой  $a$ , перпендикулярный прямой  $a$ .

## Вопрос 2

Что называется наклонной,  
проведенной из данной точки к данной  
прямой?

**Ответ:** Наклонной, проведенной из точки  $A$  к прямой  $a$ , называется отрезок  $AC$ , соединяющей точку  $A$  с произвольной точкой  $C$  прямой  $a$ , отличной от основания перпендикуляра  $B$ .

## Вопрос 3

Что называется расстоянием от точки до прямой?

**Ответ:** Длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

## Вопрос 4

Что больше, перпендикуляр или наклонная, проведенные из одной точки к данной прямой?

Ответ: Наклонная.

# Упражнение 1

Сколько перпендикуляров можно опустить из данной точки на данную прямую.

Ответ: Один.

## Упражнение 2

Сколько наклонных можно провести из данной точки к данной прямой.

Ответ: Бесконечно много.

## Упражнение 3

Длина какого отрезка является расстоянием от вершины треугольника до его противоположной стороны?

Ответ: Высоты.

## Упражнение 4

Могут ли неравные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь равные проекции?

Ответ: Нет.

## Упражнение 5

Могут ли равные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь неравные проекции?

Ответ: Нет.

## Упражнение 6

Чему равна проекция одной стороны  
равностороннего треугольника на  
прямую, содержащую другую его  
сторону?

**Ответ:** Половине стороны треугольника.

## Упражнение 7

Чему равна проекция гипотенузы  
прямоугольного треугольника на его на  
прямую, содержащую его катет?

Ответ: Этому катету.

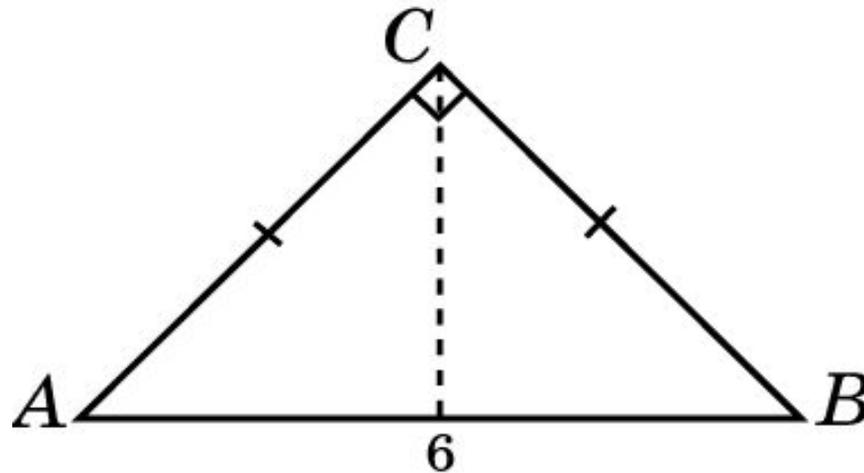
## Упражнение 8

Чему равна проекция боковой стороны  
равнобедренного треугольника на его  
основание

Ответ: Половине основания.

## Упражнение 9

Гипотенуза  $AB$  прямоугольного равнобедренного треугольника  $ABC$  равна 6 см. Найдите расстояние от вершины  $C$  до прямой, содержащей эту гипотенузу.

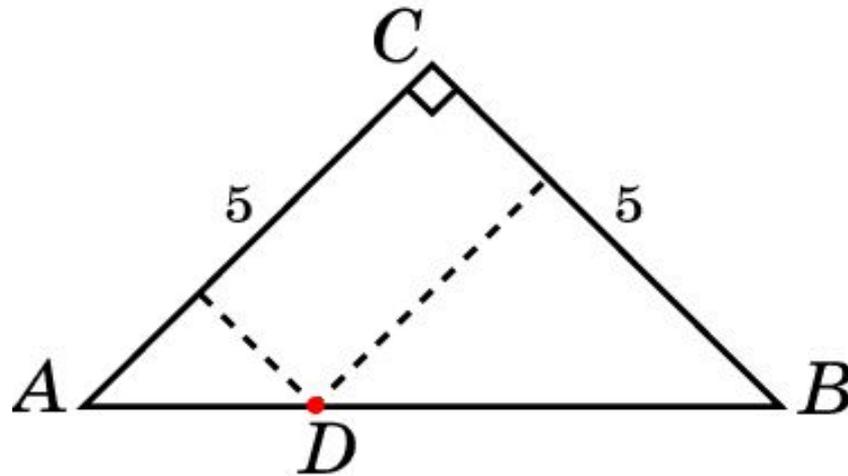


Ответ: 3 см.

## Упражнение 10

Катеты  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 5 см. На гипотенузе  $AB$  взята точка  $D$ .

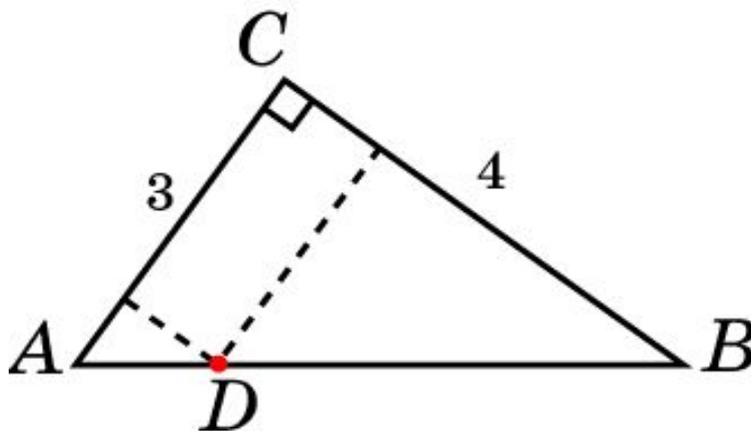
Найдите сумму расстояний от этой точки до прямых, содержащих катеты этого треугольника.



Ответ: 5 см.

## Упражнение 11

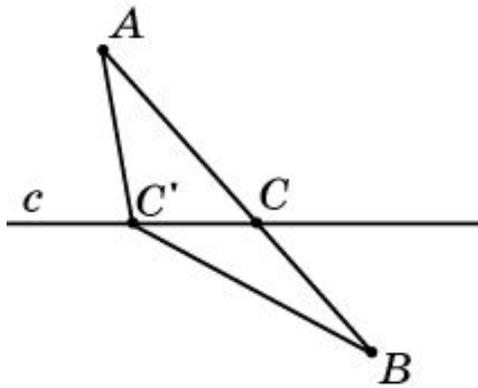
Катеты  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 3 см и 4 см. На гипотенузе  $AB$  взята точка  $D$ . В каких пределах находится сумма  $S$  расстояний от этой точки до прямых, содержащих катеты этого треугольника.



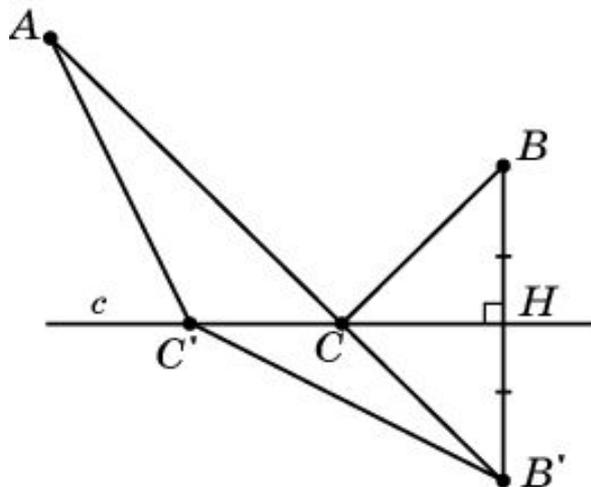
Ответ:  $3 \text{ см} < S < 4 \text{ см}$ .

# Задача Герона

**Задача.** Дана прямая  $c$  и две точки  $A$  и  $B$  на плоскости. Найдите такую точку  $C$  на этой прямой, чтобы сумма расстояний  $AC + CB$  была наименьшей.



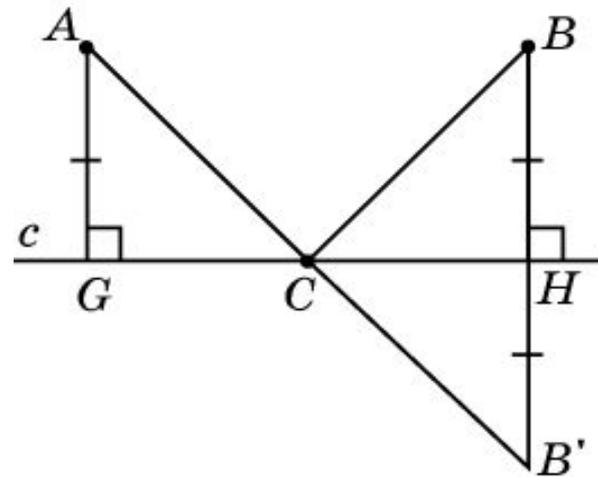
**Решение.** В случае, если точки  $A$  и  $B$  лежат по разные стороны от прямой  $c$ , то искомой точкой  $C$  является точка пересечения отрезка  $AB$  и прямой  $c$ . Действительно, для любой другой точки  $C'$  прямой  $c$  имеем:  $AC' + C'B > AC + CB$ .



Если точки  $A$  и  $B$  лежат по одну сторону от прямой  $c$ , то для нахождения искомой точки  $C$  заменим точку  $B$  на точку  $B'$ , симметричную  $B$  относительно прямой  $c$ . Тогда  $BC = B'C$  и этот случай сводится к предыдущему.

## Упражнение 12

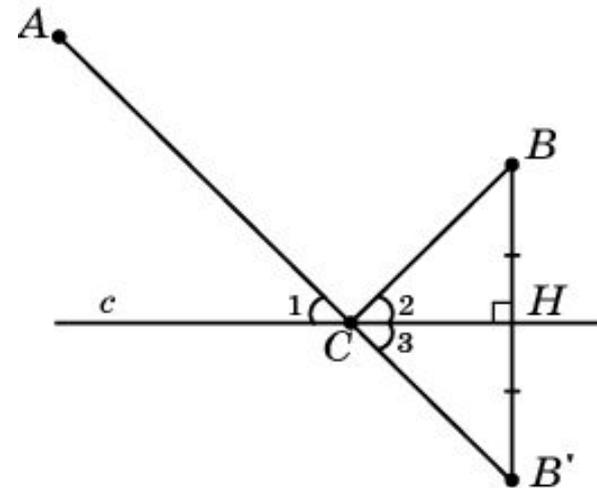
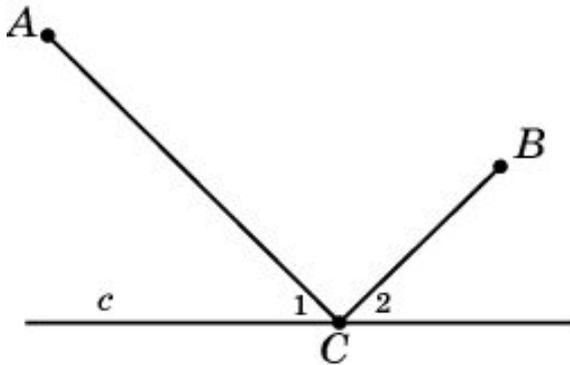
**Задача.** Точки  $A$  и  $B$  расположены по одну сторону и на одинаковом расстоянии от прямой  $c$ . Где на прямой  $c$  расположена точка  $C$ , для которой сумма расстояний  $AC + CB$  наименьшая?



**Ответ.** Искомой точкой  $C$  является середина отрезка  $GH$ .

## Упражнение 13

Дана прямая  $c$  и две точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от нее. Точка  $C$  на прямой  $c$  обладает тем свойством, что сумма расстояний  $AC + CB$  – наименьшая. Докажите, что угол 1 равен углу 2.



**Доказательство.** Рассмотрим точку  $B'$ , симметричную точке  $B$  относительно прямой  $c$ . Углы 1 и 3 равны, как вертикальные. Углы 2 и 3 равны, как соответственные углы в равных треугольниках  $BCH$  и  $B'CH$ . Следовательно, угол 1 равен углу 3.

# Отражение света

Известно, что луч света распространяется по кратчайшему пути. Поэтому, если луч света исходит из точки  $A$ , отражается от прямой  $c$  и приходит в точку  $B$ , то точка  $C$ , найденная в задаче Герона, будет точкой отражения и, таким образом, имеет место закон отражения света: угол падения светового луча равен углу отражения.

