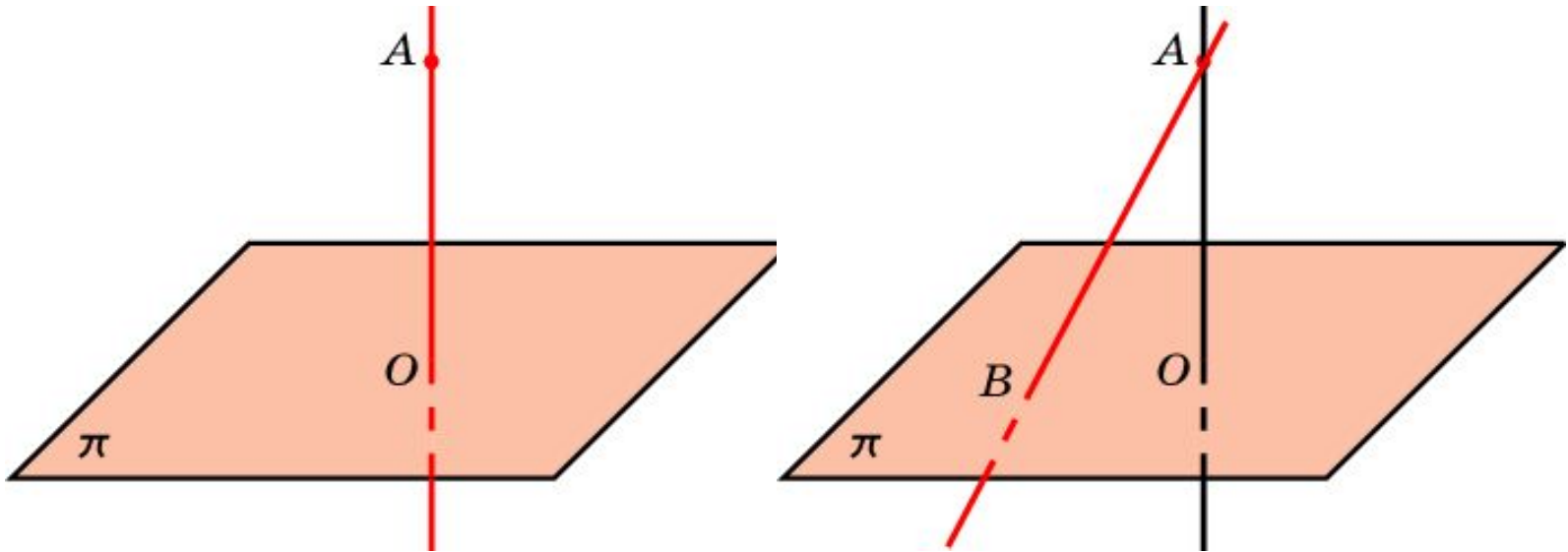


ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ

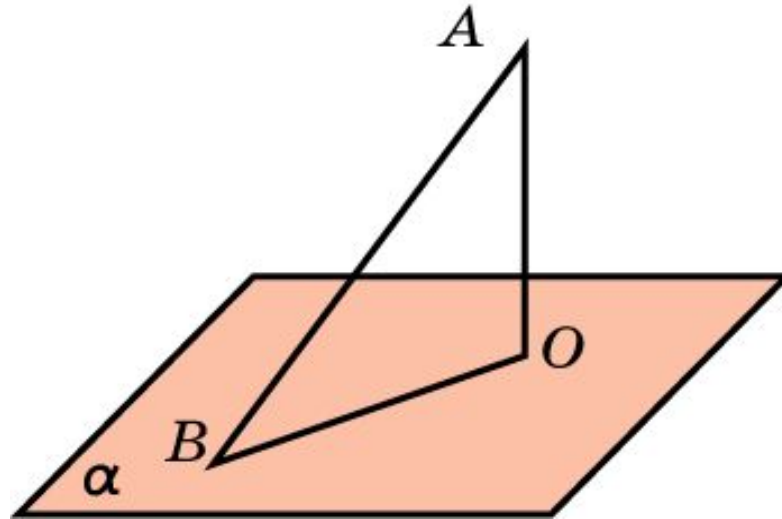
Пусть точка A не принадлежит плоскости π . Проведем прямую a , проходящую через эту точку и перпендикулярную π . Точку пересечения прямой a с плоскостью π обозначим O . Отрезок AO называется **перпендикуляром**, опущенным из точки A на плоскость π .



Наклонной к плоскости называется прямая, пересекающая эту плоскость и не перпендикулярная ей. Наклонной называют также отрезок, соединяющий точку, не принадлежащую плоскости, с точкой плоскости, и не являющийся перпендикуляром.

Теорема о перпендикуляре и наклонной

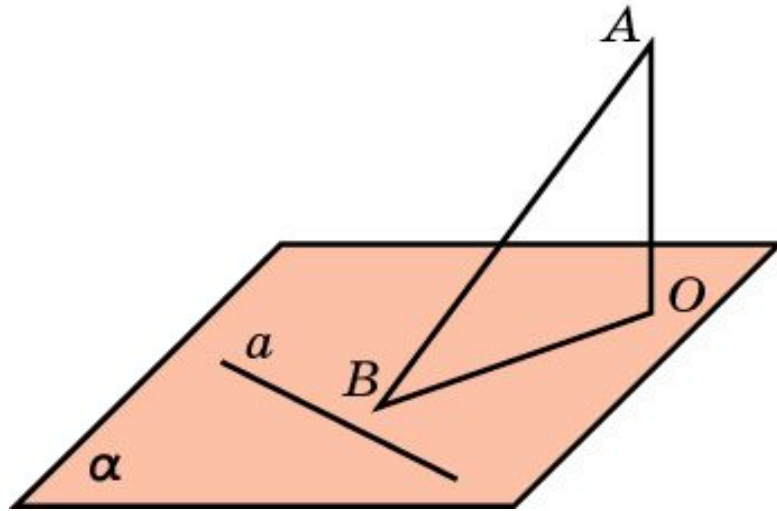
Теорема. Перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.



Доказательство. Пусть AB – наклонная к плоскости α , AO – перпендикуляр, опущенный на эту плоскость. Соединим отрезком точки O и B . Треугольник AOB прямоугольный, AB – гипотенуза, AO – катет. Следовательно, $AO < AB$.

Теорема о трех перпендикулярах

Теорема. Если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна ортогональной проекции наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и самой наклонной.



Доказательство. Пусть прямая a плоскости α перпендикулярна проекции OB наклонной AB . Тогда она будет перпендикулярна двум пересекающимся прямым OB и AO . По признаку перпендикулярности прямой и плоскости, прямая a перпендикулярна плоскости AOB и, следовательно, она будет перпендикулярна наклонной AB .

Упражнение 1

Верно ли утверждение: «Если из двух различных точек, не принадлежащих плоскости, проведены к ней две равные наклонные, то их проекции тоже равны»?

Ответ: Нет.

Упражнение 2

К плоскости прямоугольника $ABCD$ в точке пересечения диагоналей восстановлен перпендикуляр. Верно ли утверждение о том, что произвольная точка M этого перпендикуляра равноудалена от вершин прямоугольника?

Ответ: Да.

Упражнение 3

Точка M равноудалена от всех точек окружности. Верно ли утверждение о том, что она принадлежит перпендикуляру к плоскости окружности, проведённому через её центр?

Ответ: Да.

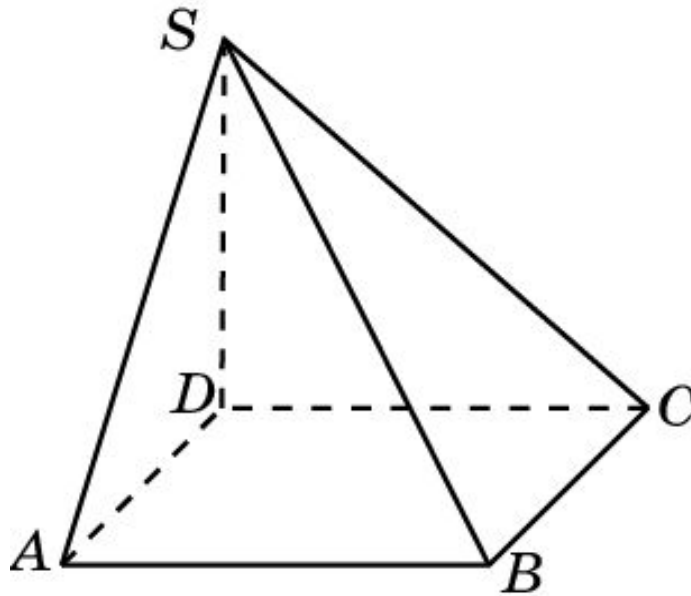
Упражнение 4

Найдите ГМ оснований наклонных одинаковой длины, проведённых к данной плоскости из данной точки.

Ответ: Окружность.

Упражнение 5

Основание $ABCD$ пирамиды $SABCD$ – прямоугольник, $AB < BC$. Ребро SD перпендикулярно плоскости основания. Среди отрезков SA , SB , SC и SD укажите наименьший и наибольший.



Ответ: SD – наименьший; SB – наибольший.

Упражнение 6

Из точки A к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках B и C . Найдите проекцию отрезка AC , если $AC = 37$ см, $AB = 35$ см.

Ответ: 12 см.

Упражнение 7

Из точки A к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках B и C . Найдите отрезок AC , если $AB = 6$ см, $\angle BAC = 60^\circ$.

Ответ: 12 см.

Упражнение 8

Из точки A к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках B и C . Найдите отрезок AB , если $AC = 2\sqrt{10}$ см, $BC = 3AB$.

Ответ: 2 см.

Упражнение 9

Отрезки двух наклонных, проведенных из одной точки к плоскости, равны 15 см и 20 см. Проекция одного из этих отрезков равна 16 см. Найдите проекцию другого отрезка.

Ответ: 9 см.

Упражнение 10

Отрезок BC длиной 12 см является проекцией отрезка AC на плоскость α . Точка D принадлежит отрезку AC и $AD:DC = 2:3$. Найдите отрезок AD и его проекцию на плоскость α , если известно, что $AB = 9$ см.

Ответ: 6 см; 4,8 см.

Упражнение 11

Дан прямоугольный треугольник ABC , катеты которого AC и BC равны соответственно 20 и 15 см. Через вершину A проведена плоскость α , параллельная прямой BC . Проекция одного из катетов на эту плоскость равна 12 см. Найдите проекцию гипотенузы.

Ответ: $3\sqrt{41}$ см.

Упражнение 12

Сторона ромба равна a , острый угол 60° . Через одну из сторон ромба проведена плоскость. Проекция другой стороны на эту плоскость равна b . Найдите проекции диагоналей ромба.

Ответ: b и $\sqrt{2a^2 + b^2}$.

Упражнение 13

Найдите геометрическое место точек в пространстве, равноудаленных от двух данных точек.

Ответ: Плоскость, проходящая через середину отрезка, соединяющего данные точки, и перпендикулярная этому отрезку.

Упражнение 14

Найдите геометрическое место точек в пространстве, равноудаленных от трех данных точек, не принадлежащих одной прямой.

Ответ: Прямая, проходящая через центр описанной окружности треугольника с вершинами в данных точках, и перпендикулярная плоскости этого треугольника.