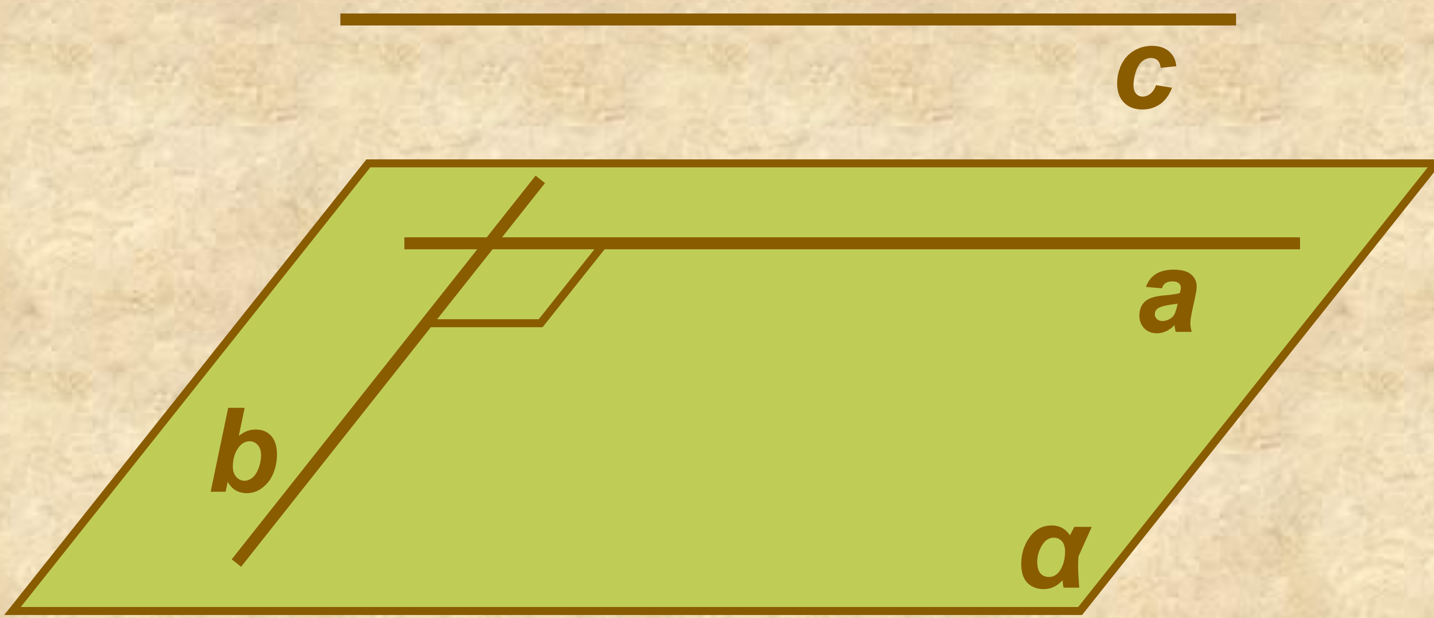
Перпендикулярность прямых и плоскостей

Автор: Елена Юрьевна Семенова

Содержание

Перпендикулярные прямые в пространстве

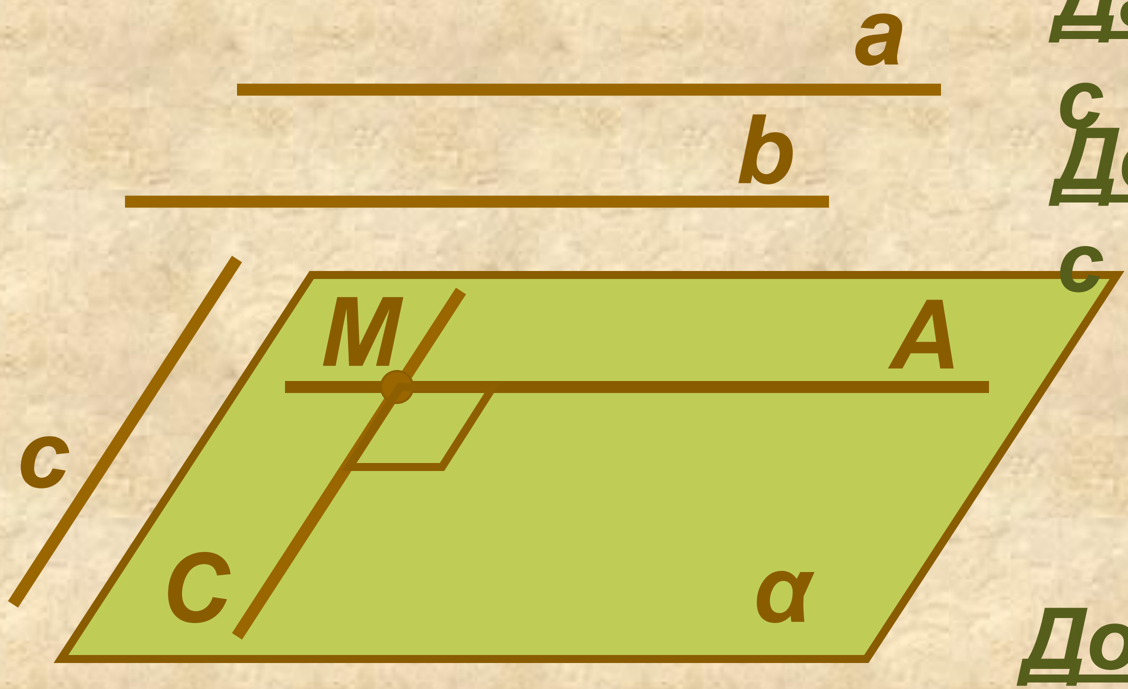
Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º



a ⊥ c ⊥

Лемма

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

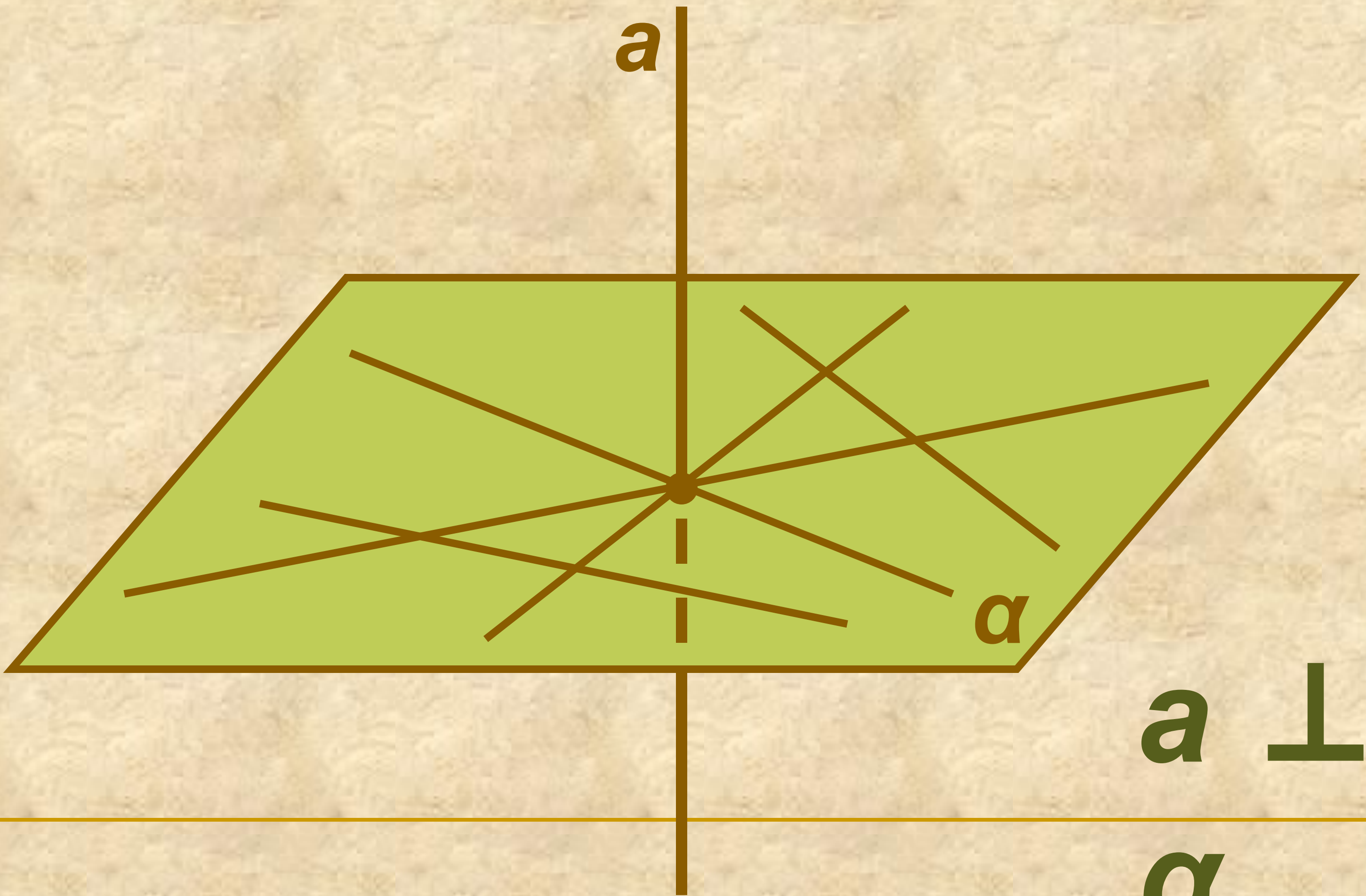


Дано: a || b, a ⊥ c

Доказать: b ⊥ c

Доказательство:

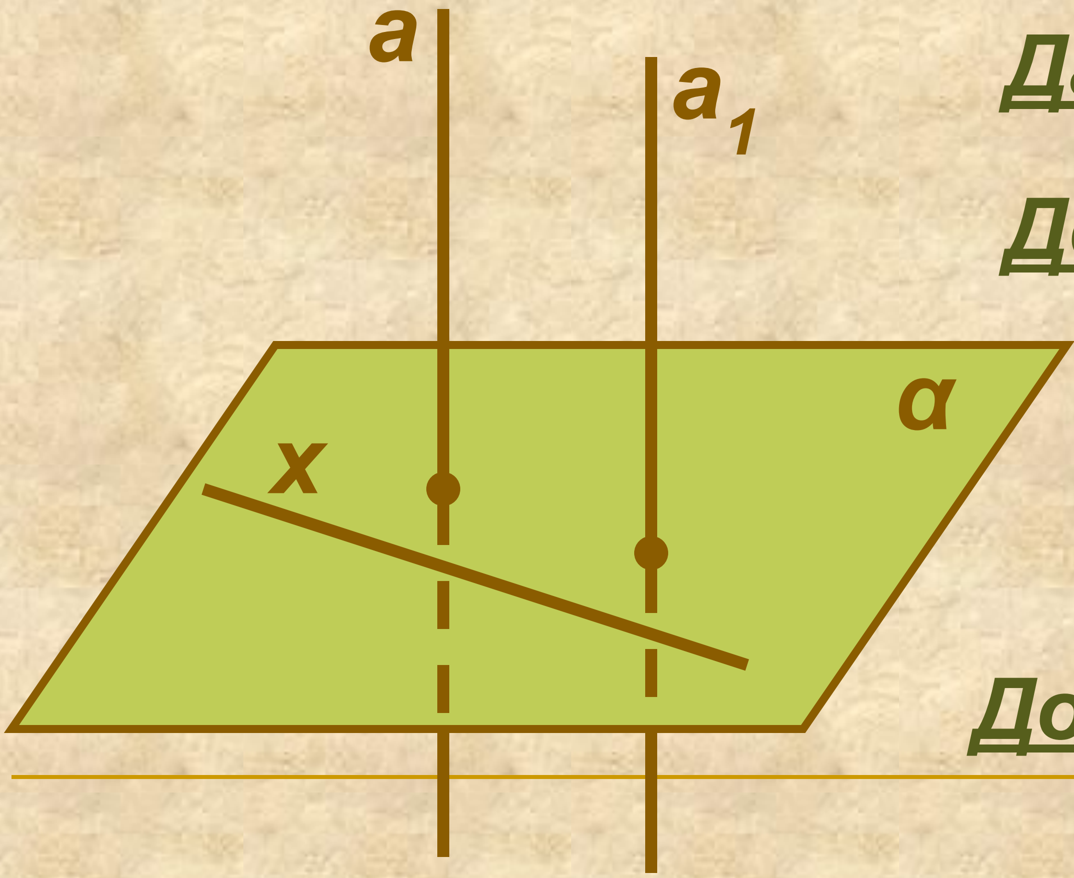
Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости



$a \perp \alpha$

Теорема 1

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



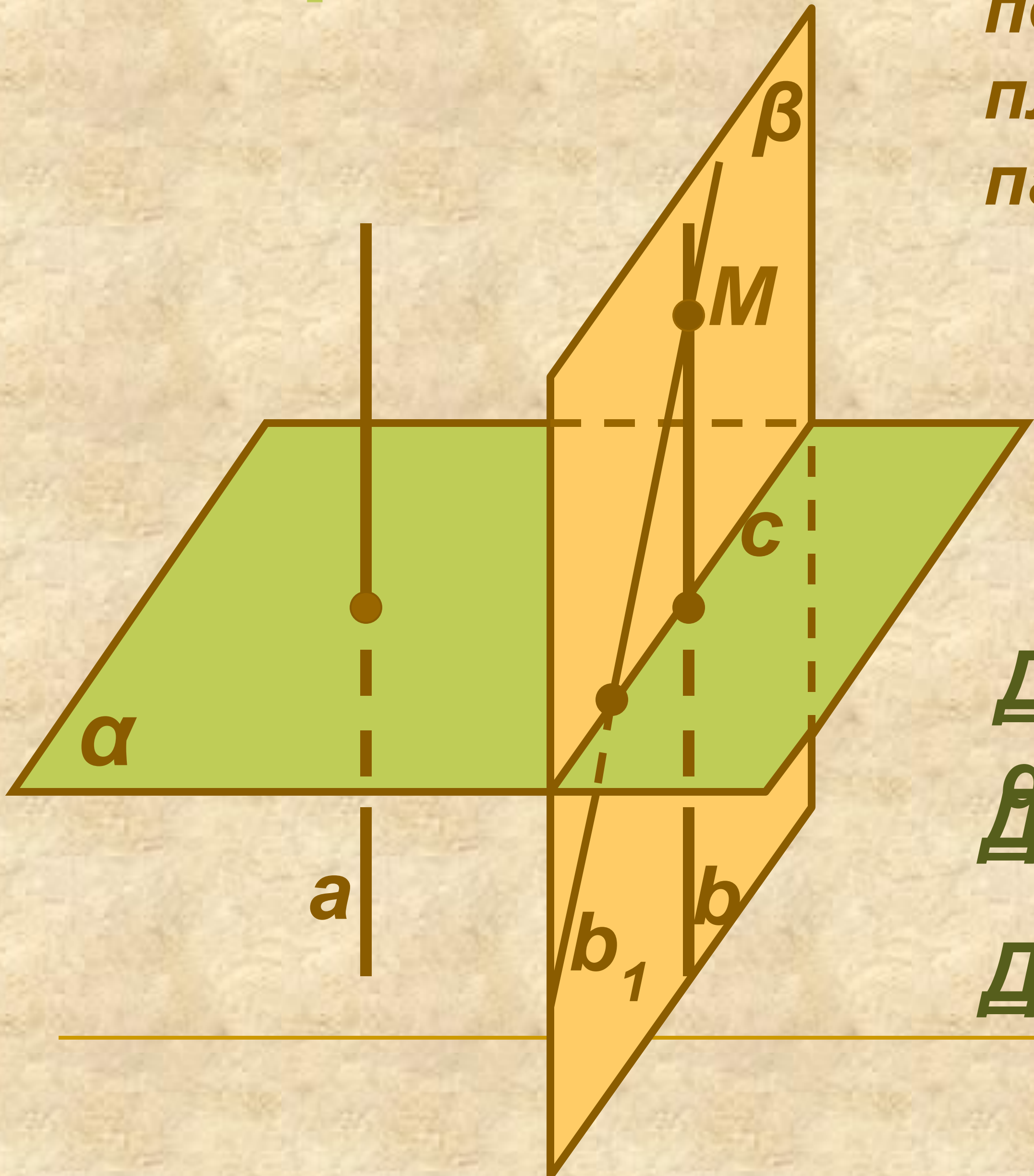
Дано: $a \parallel a_1$; $a \perp \alpha$

Доказать: $a_1 \perp \alpha$

Доказательство:

Теорема 2

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



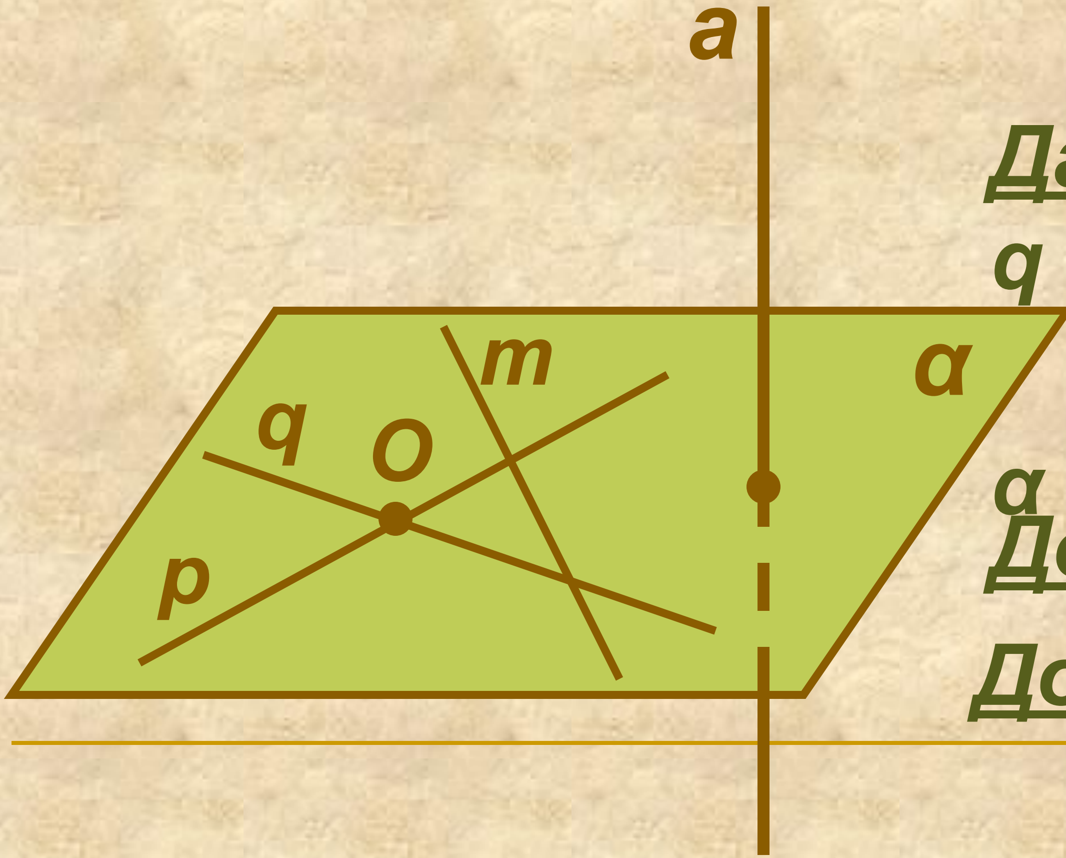
Дано: $a \perp \alpha$; $b \perp \alpha$

Доказать: $a \parallel b$

Доказательство:

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.



Дано: $a \perp p$; $a \perp q$

$p \subset \alpha$; $q \subset \alpha$

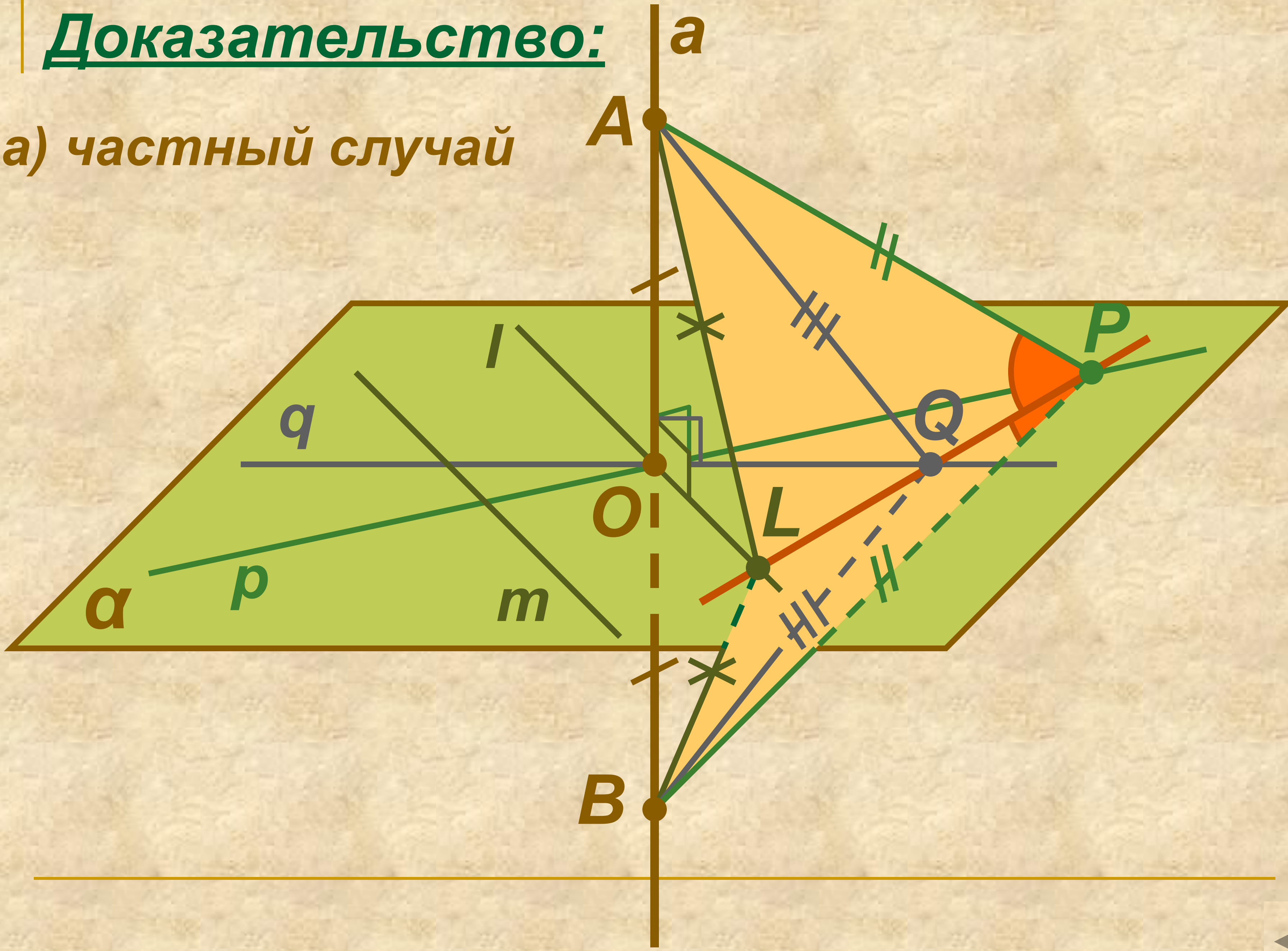
Доказать: $a \perp \alpha$

$p \cap q = O$

Доказательство:

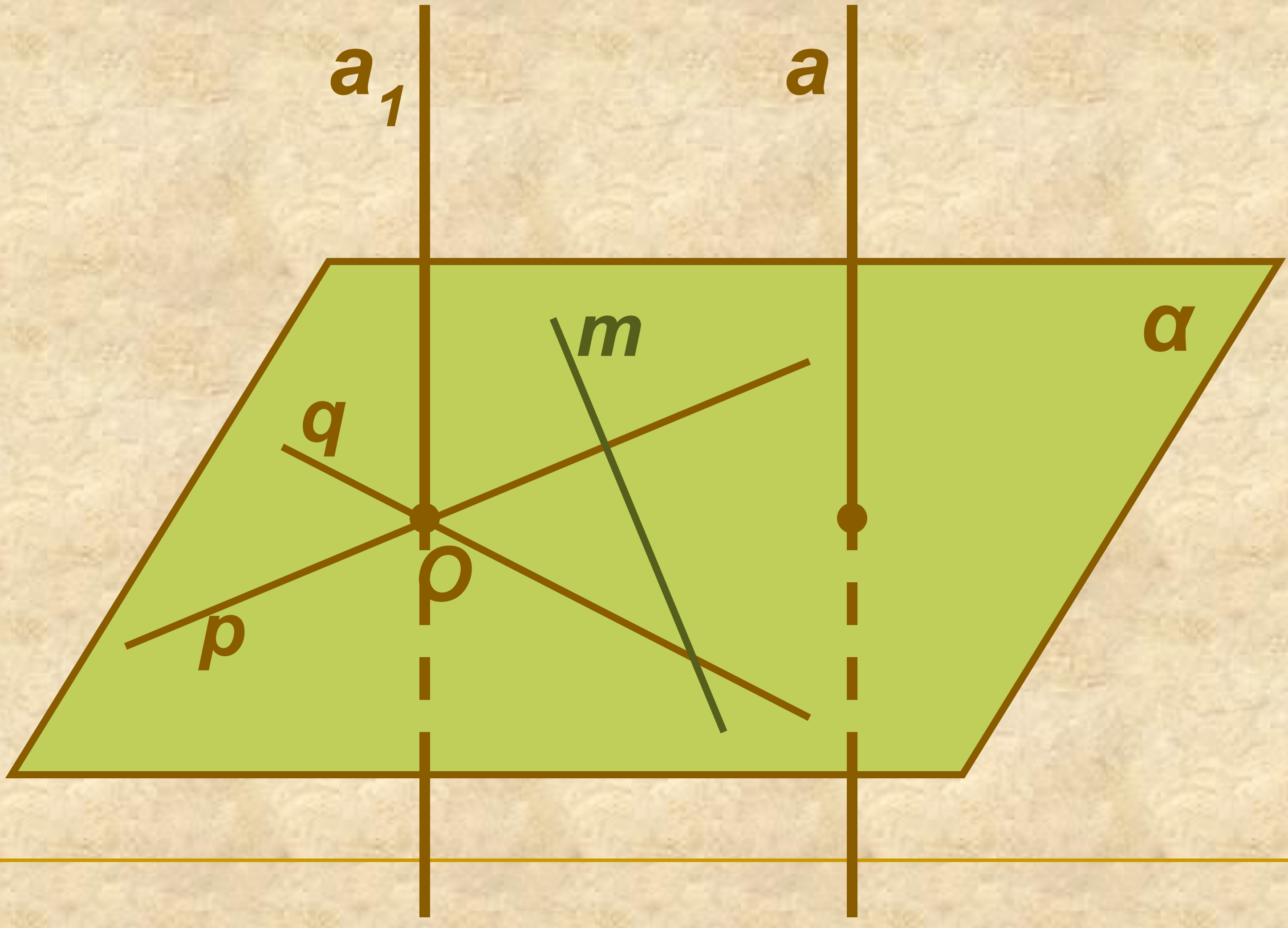
Доказательство:

а) частный случай



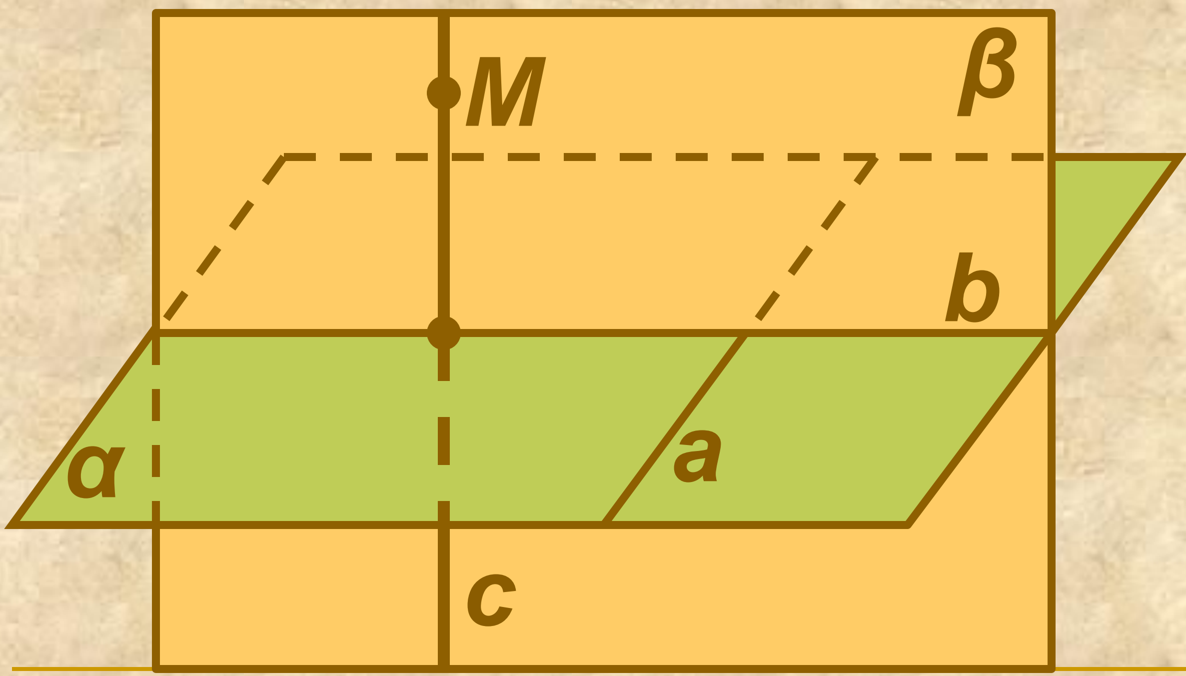
Доказательство:

а) общий случай



Теорема 4

Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.



Перпендикуляр и наклонные

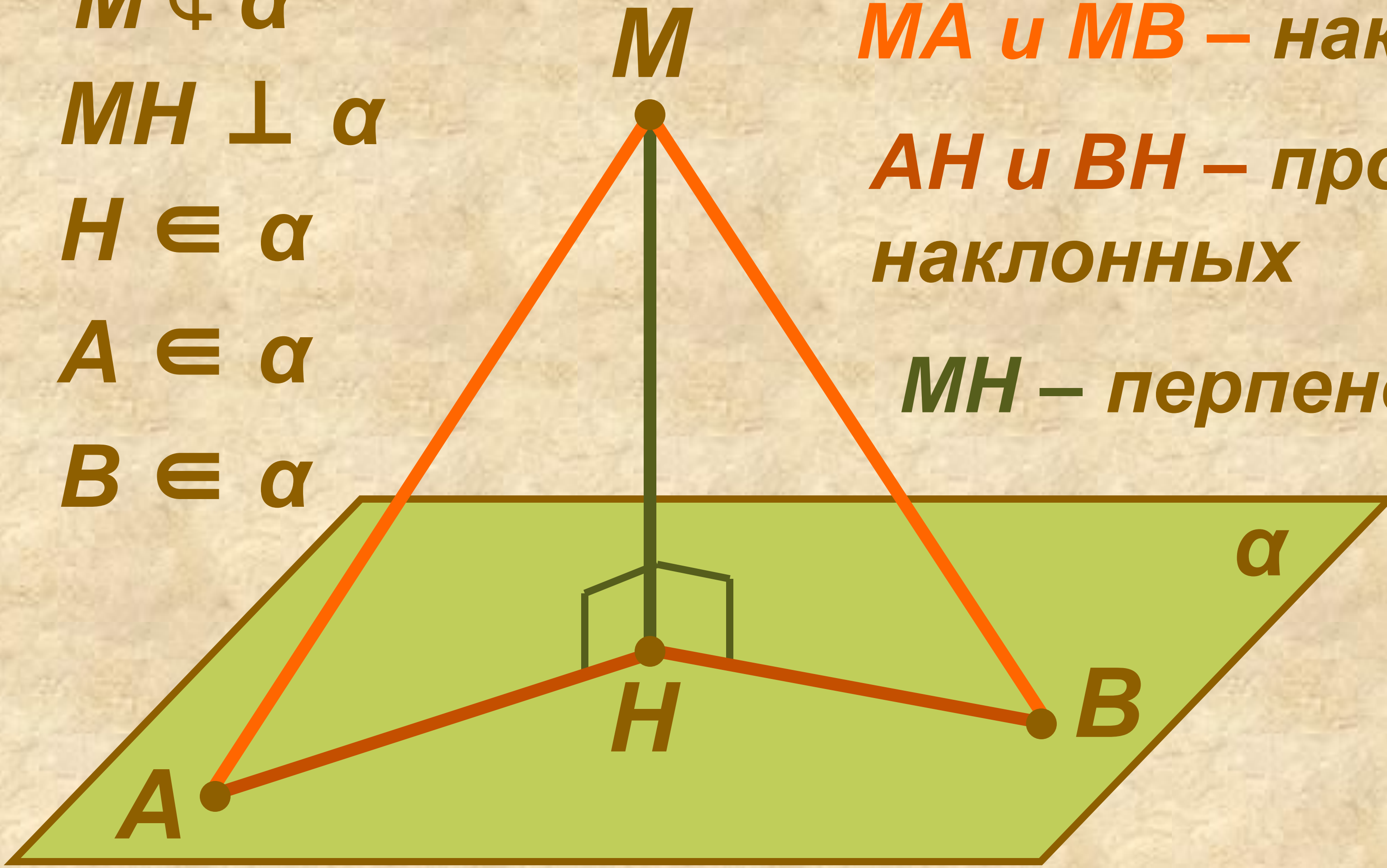
$M \notin \alpha$

$MH \perp \alpha$

$H \in \alpha$

$A \in \alpha$

$B \in \alpha$



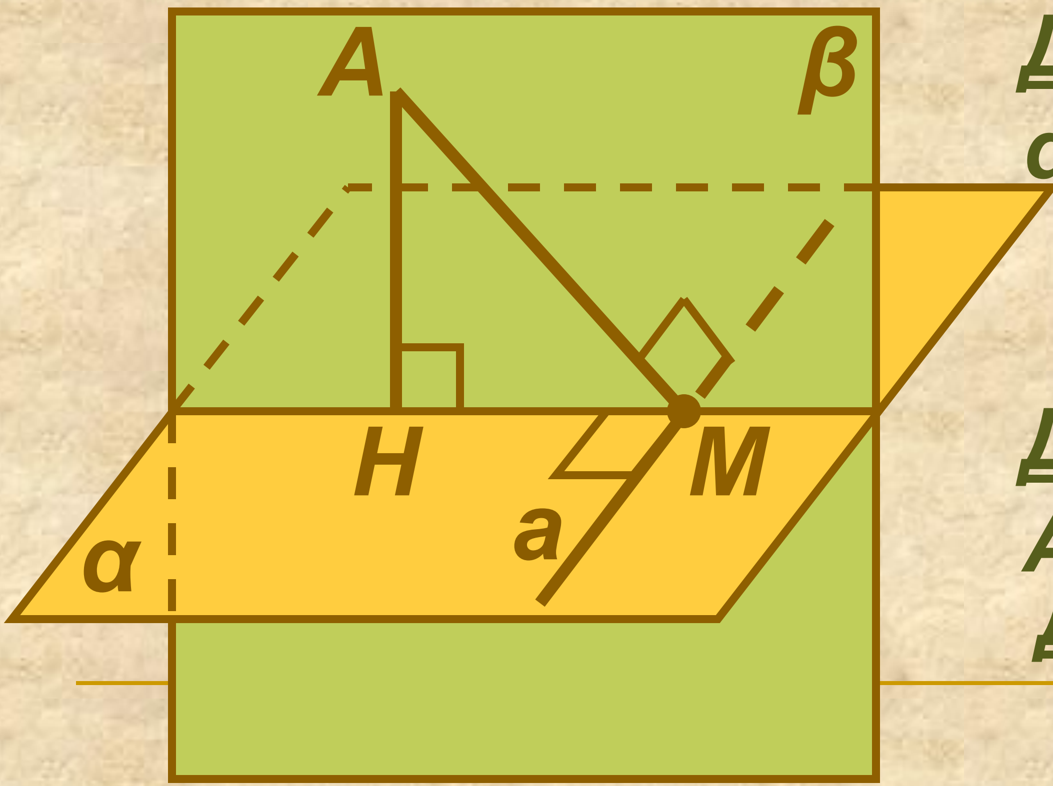
MA и MB – наклонные

AH и BH – проекции наклонных

MH – перпендикуляр

Теорема о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна к самой наклонной.



Дано: $a \subset \alpha$, $AH \perp \alpha$,

AM – наклонная,

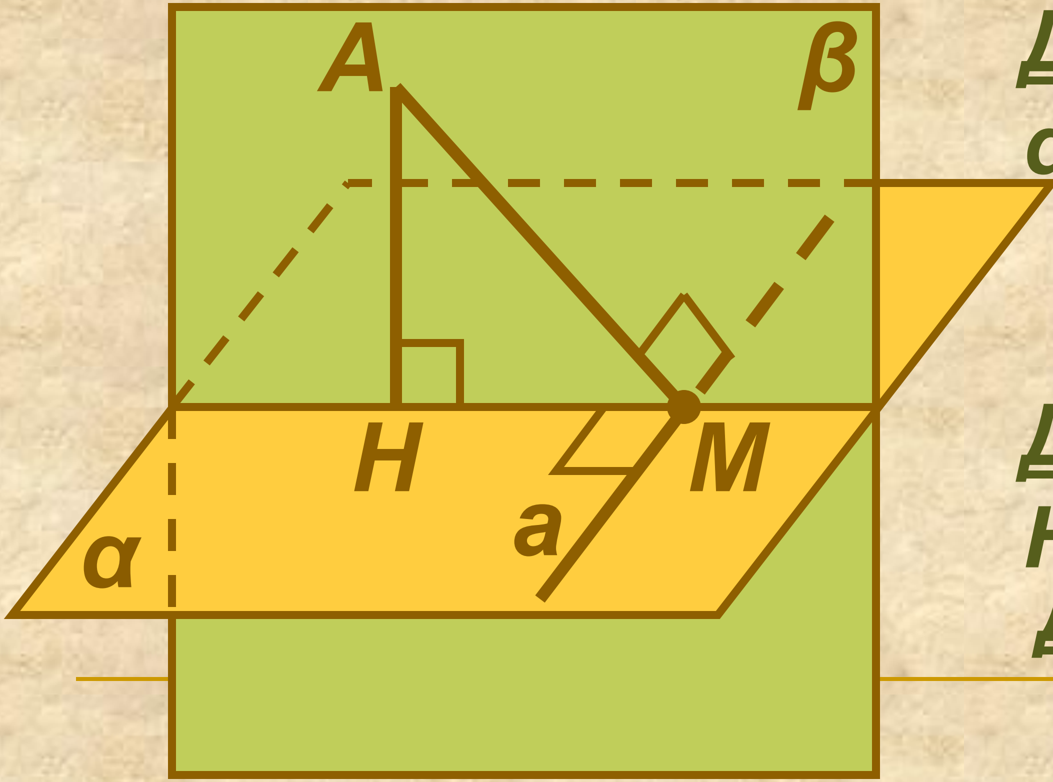
$a \perp HM$, $M \in a$

Доказать: $a \perp AM$

Доказательство:

Теорема, обратная теореме о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Дано: $a \subset \alpha$, $AH \perp \alpha$,

AM – наклонная,

$a \perp AM$, $M \in a$

Доказать: $a \perp HM$

Доказательство:

Угол между прямой и плоскостью

$\widehat{(a\,;\,\alpha)} = \angle AOH = \varphi$