МОУ СОШ № 7

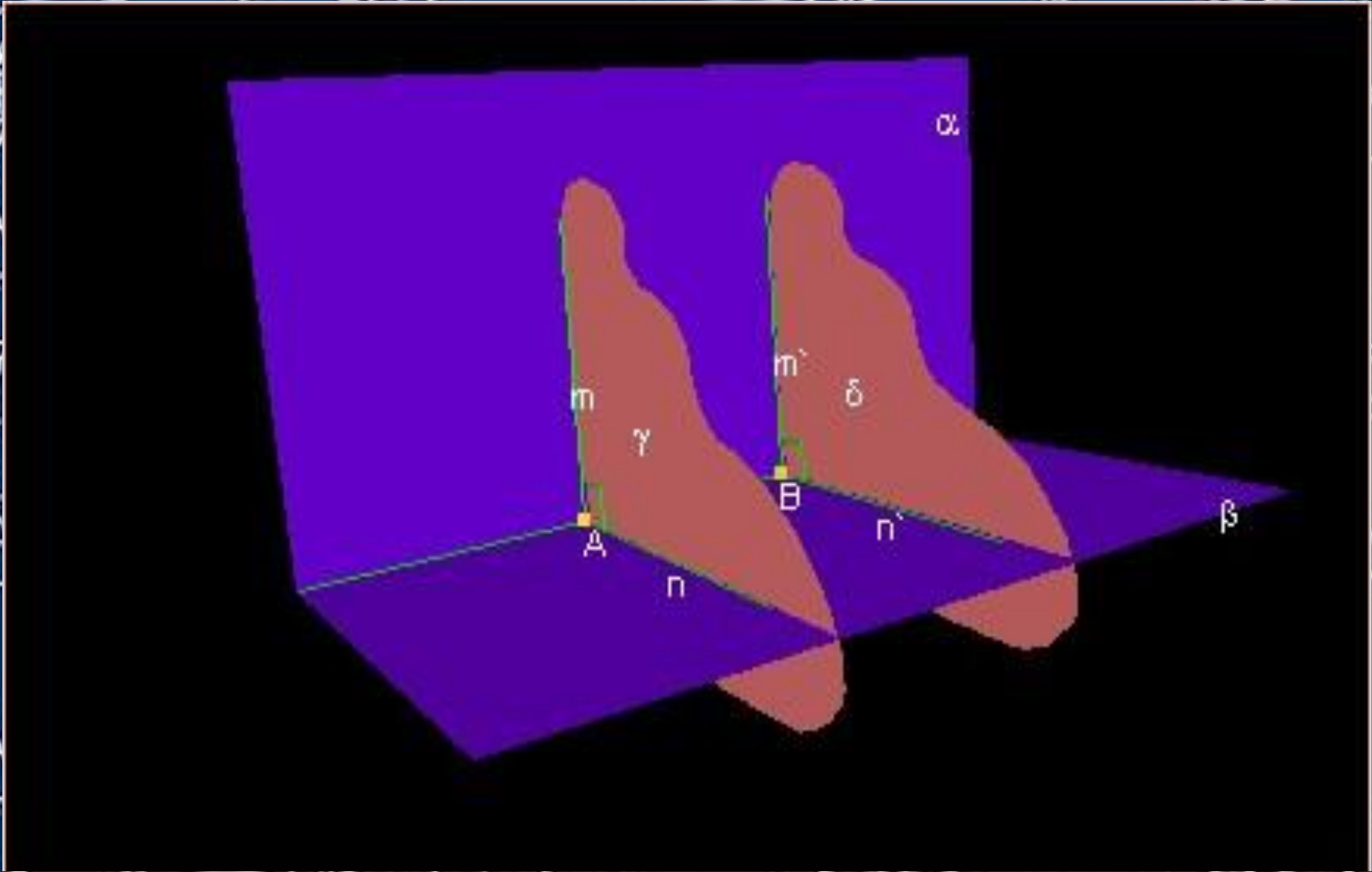
Интеллектуальный марафон по геометрии

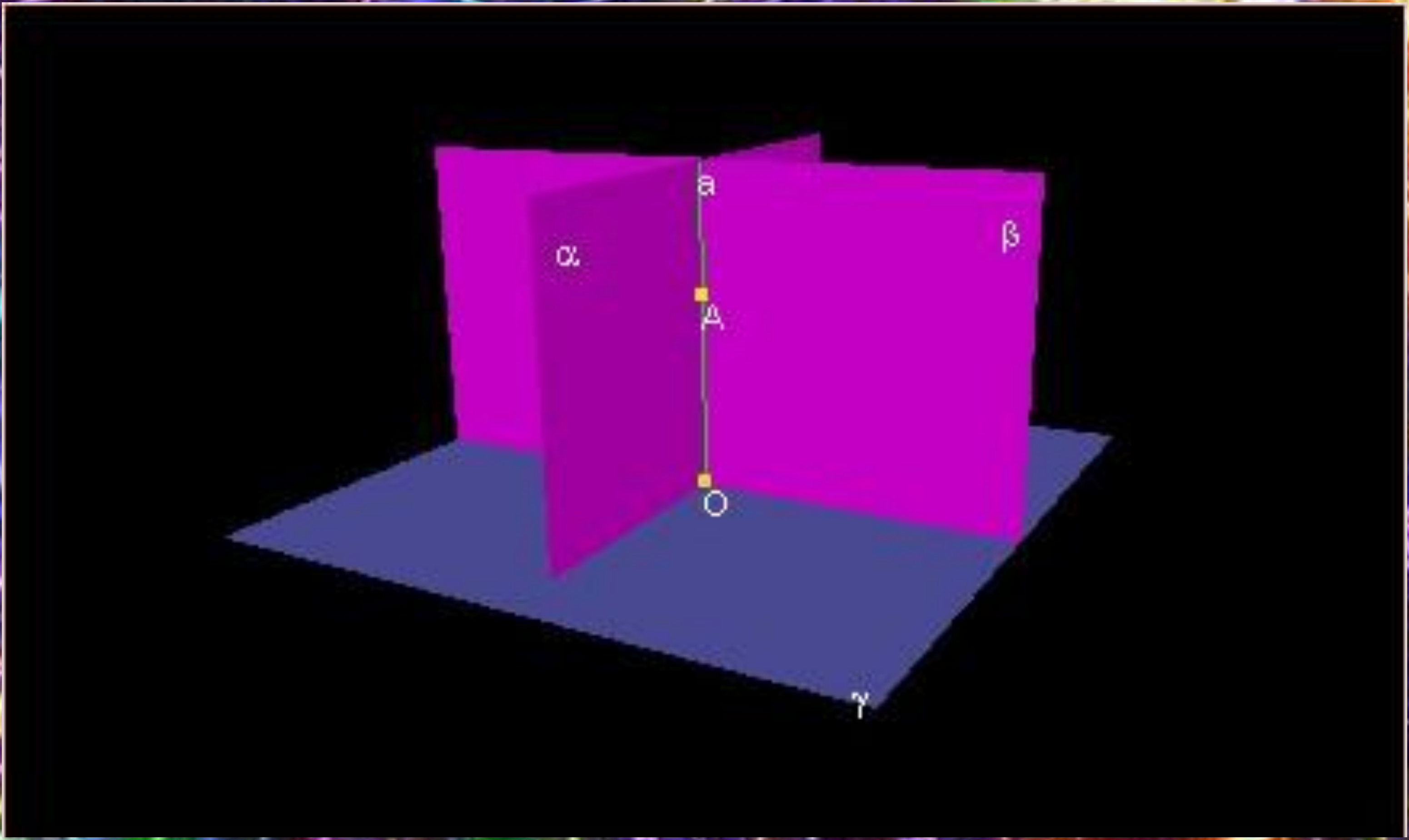
Перпендикулярность в пространстве

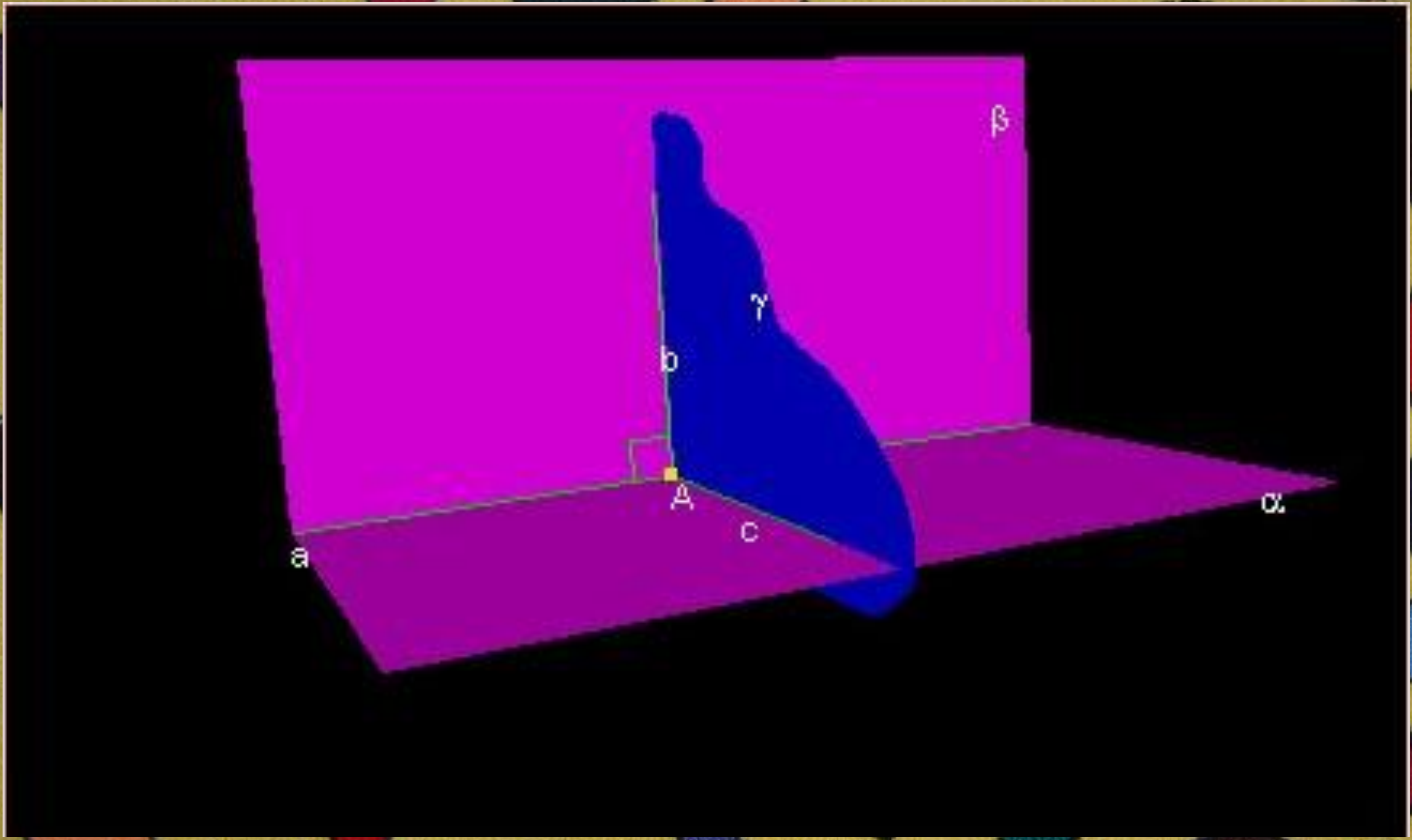
Подготовила:
Ученица 10 класса «б»
Лаврова Дарья
Учитель:
Архипова Елена Сергеевна

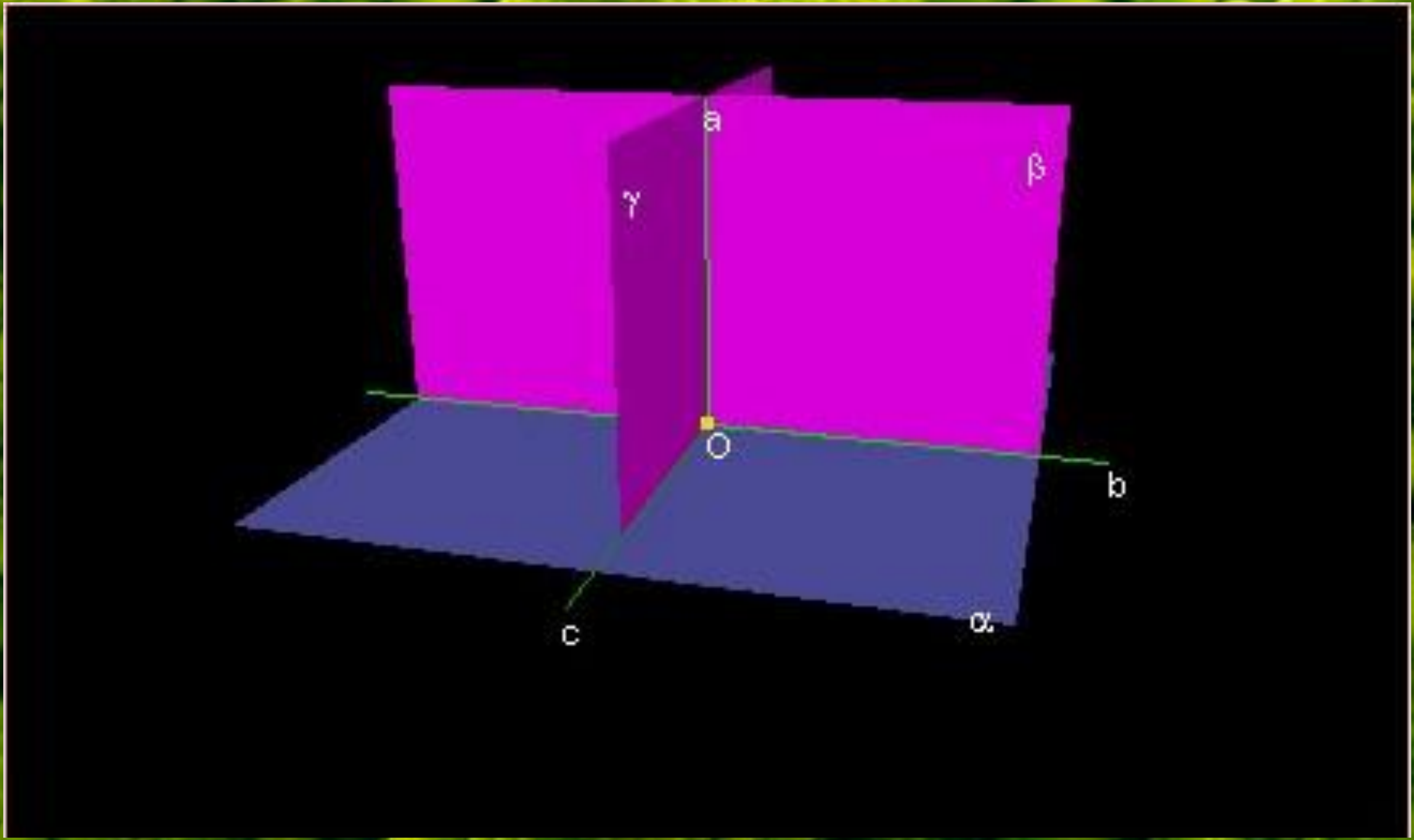
Перпендикулярность в жизни

Перпендикулярность в плоскостях

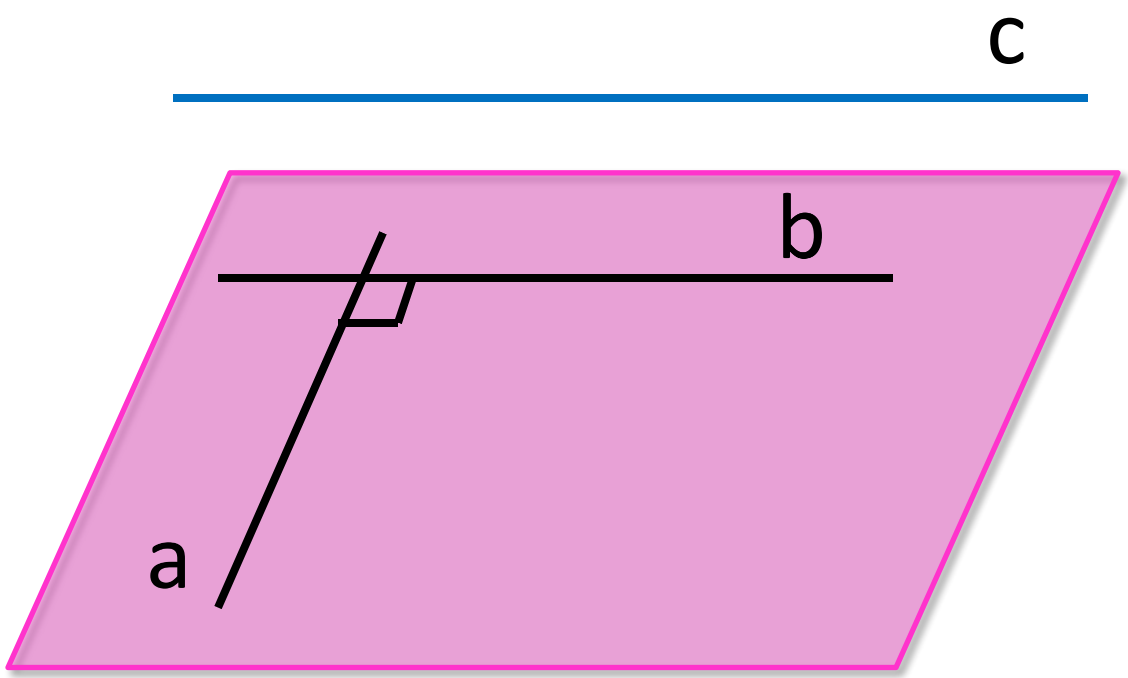

α
m
γ
m`
δ
A
B
n
n`
β


a
α
β
A
O
γ


β
γ
b
A
c
α
a


a
β
γ
O
b
c
α

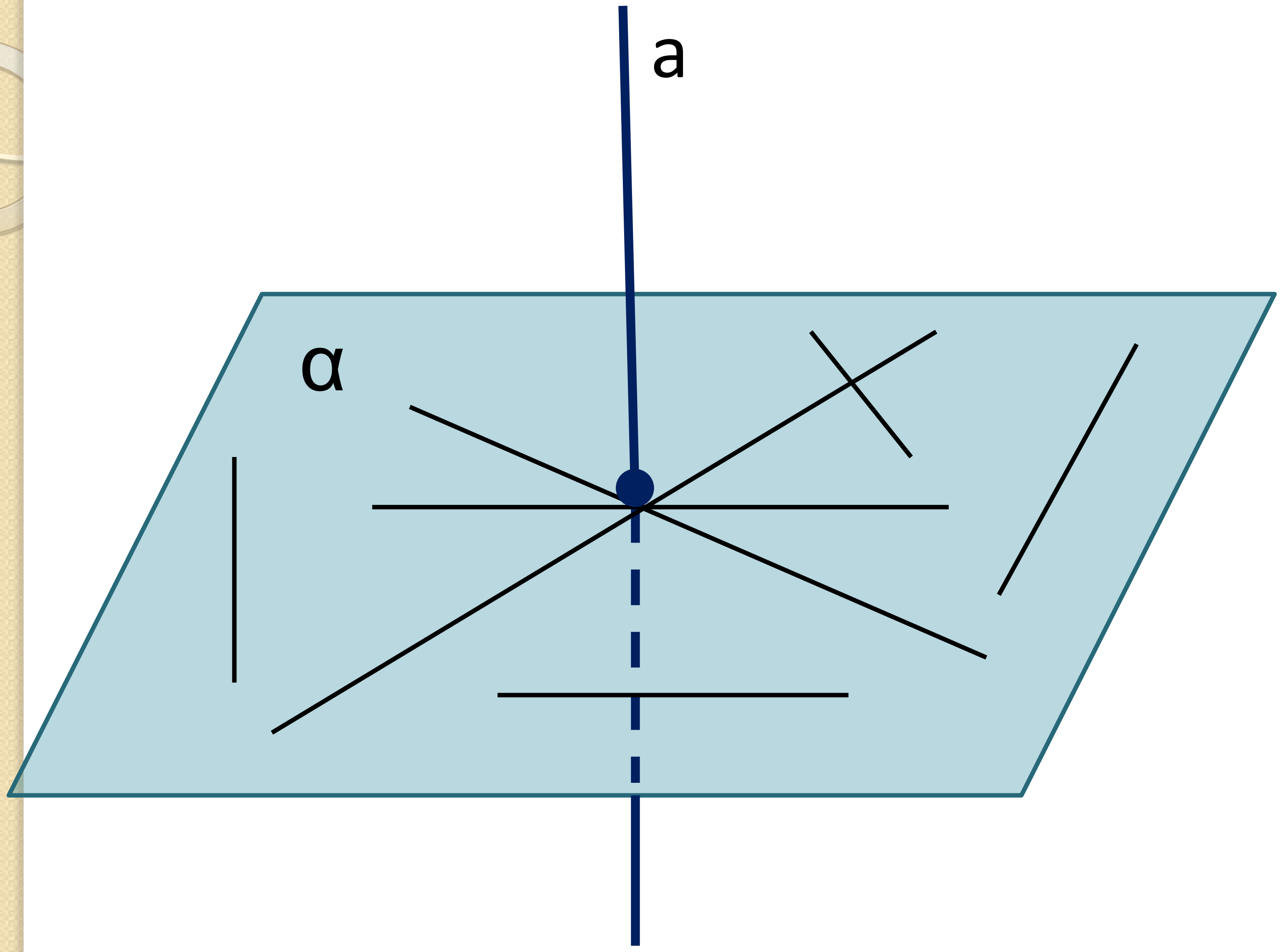
Две прямые в пространстве называются ***перпендикулярными*** *(взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90^0.*



Перпендикулярные прямые a и b пересекаются, а перпендикулярные прямые a и c скрещиваются.

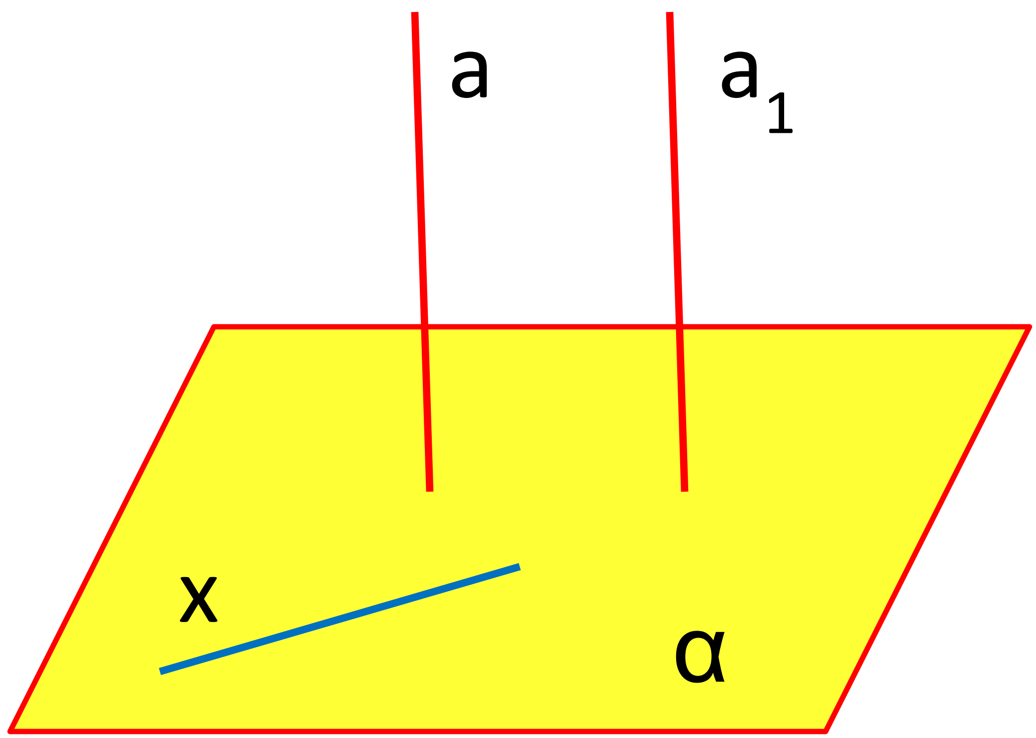
Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости

Прямая называется ***перпендикулярной к плоскости****, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.*


a
α

ТЕОРЕМА

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



<u>ТЕОРЕМА</u>

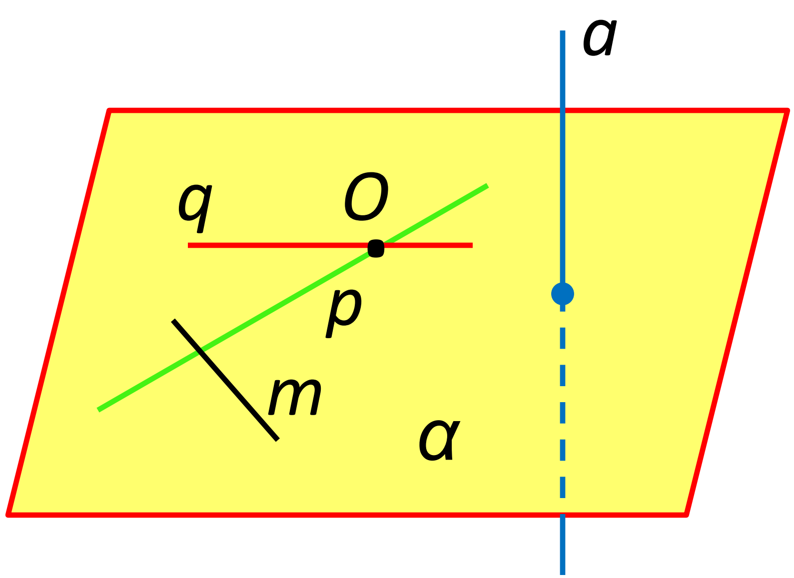
ЕСЛИ ДВЕ ПРЯМЫЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ К ПЛОСКОСТИ, ТО ОНИ

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежавшим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

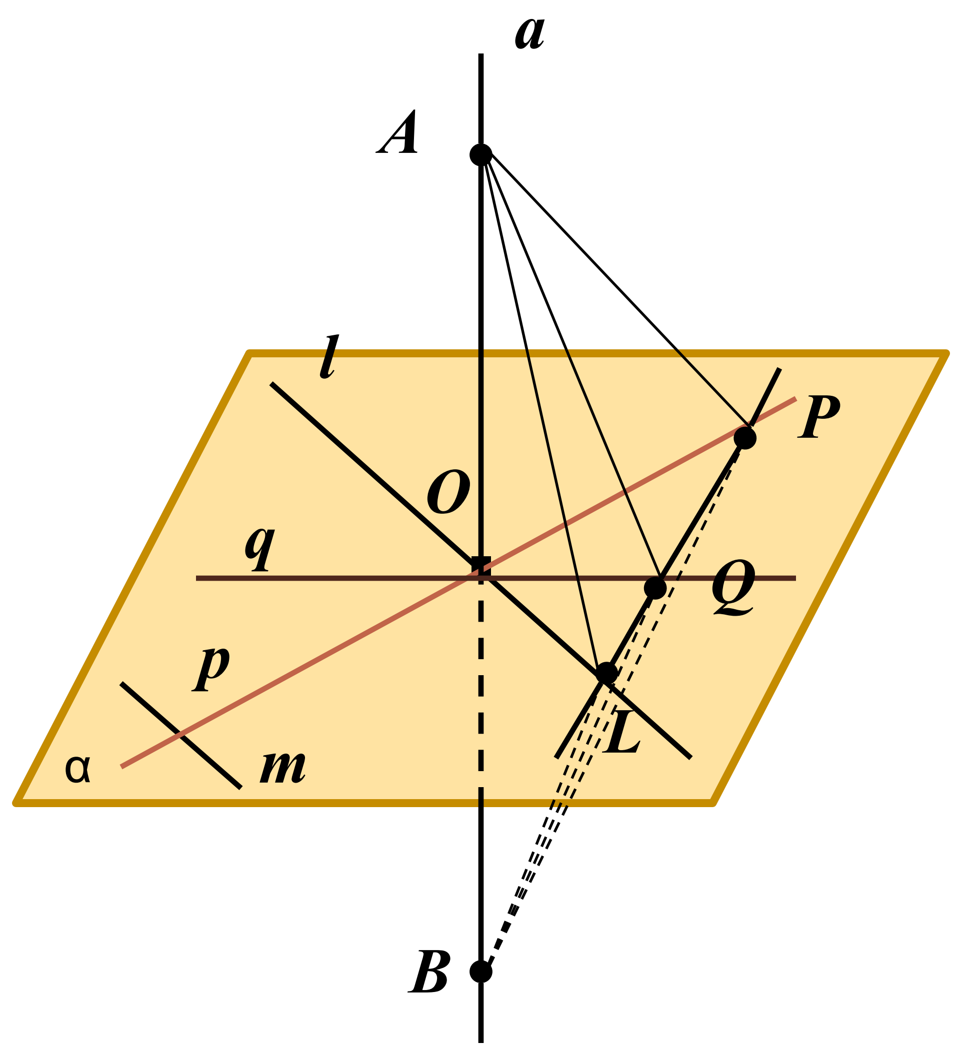
Рассмотрим прямую *a*, которая перпендикулярна к прямым *p* и *q*, лежавшим в плоскости *α* и пересекающимся в точке *O*.



Докажем, что *a* перпендикулярна *α*. Для этого нужно доказать, что прямая *a* перпендикулярна к произвольной прямой *m* плоскости *α*.

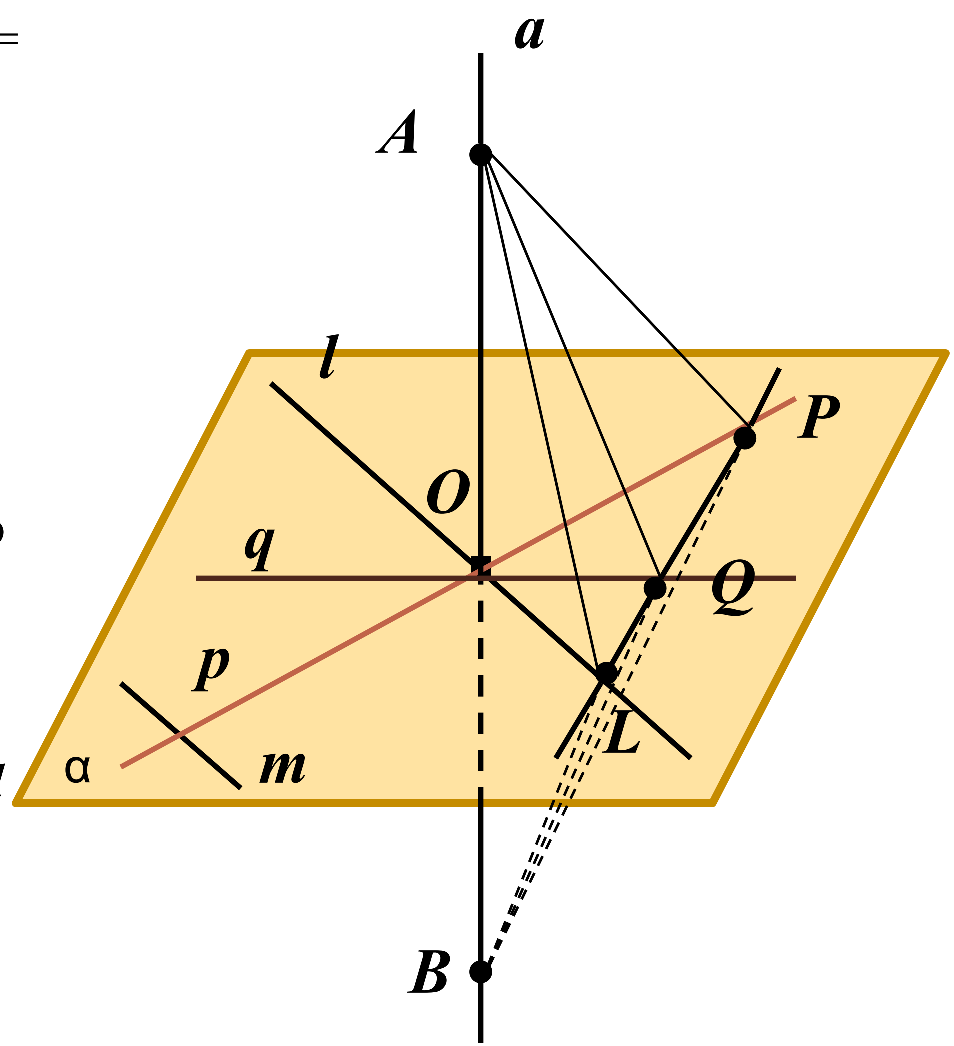
Рассмотрим случай, когда прямая *a* проходит через точку *O*. Проведем через точку *O* прямую *l*, параллельную прямой *m* (если прямая *m* проходит через точку *O*, то в качестве *l* возьмем саму прямую *m*).

Отметим на прямой *a* точку *A* и *B* так, чтобы точка *O* была серединой отрезка *AB*, и проведем в плоскости *α* прямую, пересекающую прямые *p*, *q* и *l* соответственно в точках *P*, *Q* и *L*. Будем считать, для определенности, что точка *Q* лежит между точками *P* и *L*.



Так как прямые p и q – серединные перпендикуляры к отрезку AB, то $AP = BP$ и $AQ = BQ$. Следовательно, $\Delta APQ = \Delta BPQ$ по трем сторонам. Поэтому *угол* APQ = *углу* BPQ.

Сравним ΔAPL и ΔBPL. Они равны по двум сторонам и углу между ними ($AP = BP$, PL – общая сторона, *угол* APL = *углу* BPL), поэтому $AL = BL$. Но это означает, что треугольники ABL равнобедренный и его медиана LO является высотой, т. е. l перпендикулярна к a. Так как $l \parallel m$ и l *перпендикулярна* a, то m *перпендикулярна* a (по лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третей). Итак, прямая a перпендикулярна к любой прямой m плоскости α, т. е. a *перпендикулярна* α.



Рассмотрим теперь случай, когда прямая a не проходит через точку O. Проведем через точку O прямую a_1, параллельную прямой a. По упомянутой лемме a_1 перпендикулярна к p и a_1 перпендикулярна к q, поэтому по доказанному в первом случае a_1 перпендикулярна α. ТЕОРЕМА ДОКАЗАНА.