

Урок 1

Первообразная функции. Неопределенный интеграл.

Задача

Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения).

Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с.

Задача

$$V(t) = x'(t)$$

дифференцирование

Найдите закон движения материальной точки, если известно, что

$$V(t) = 4t + 2$$

$$x(t) = \int V(t)dt$$

интегрирование

*Много из математики не остаётся в
памяти,
но когда поймешь её,
тогда легко при случае вспомнить
забытое.*

М.В. Остроградский

Опр. $F(x)$ первообразная для $f(x)$

$$F'(x) = f(x)$$

Операция нахождения производной для функции называется дифференцированием.

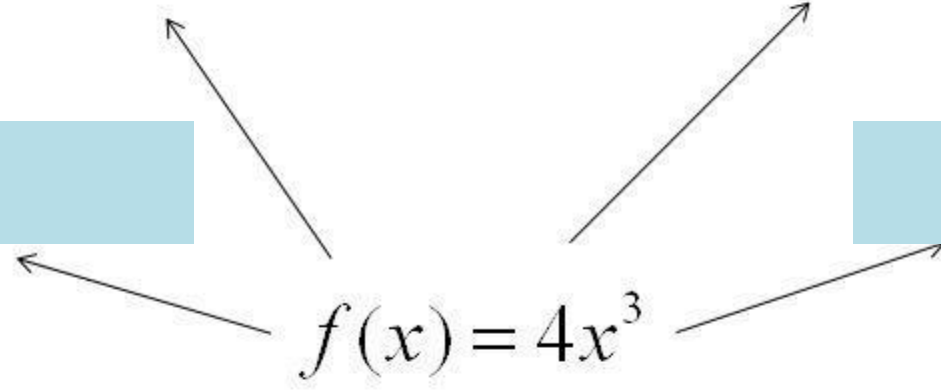
Операция нахождения первообразной для функции называется интегрированием.

Правила нахождения
первообразных

Пусть $F(x)$ и $G(x)$ первообразные для $f(x)$ и $g(x)$

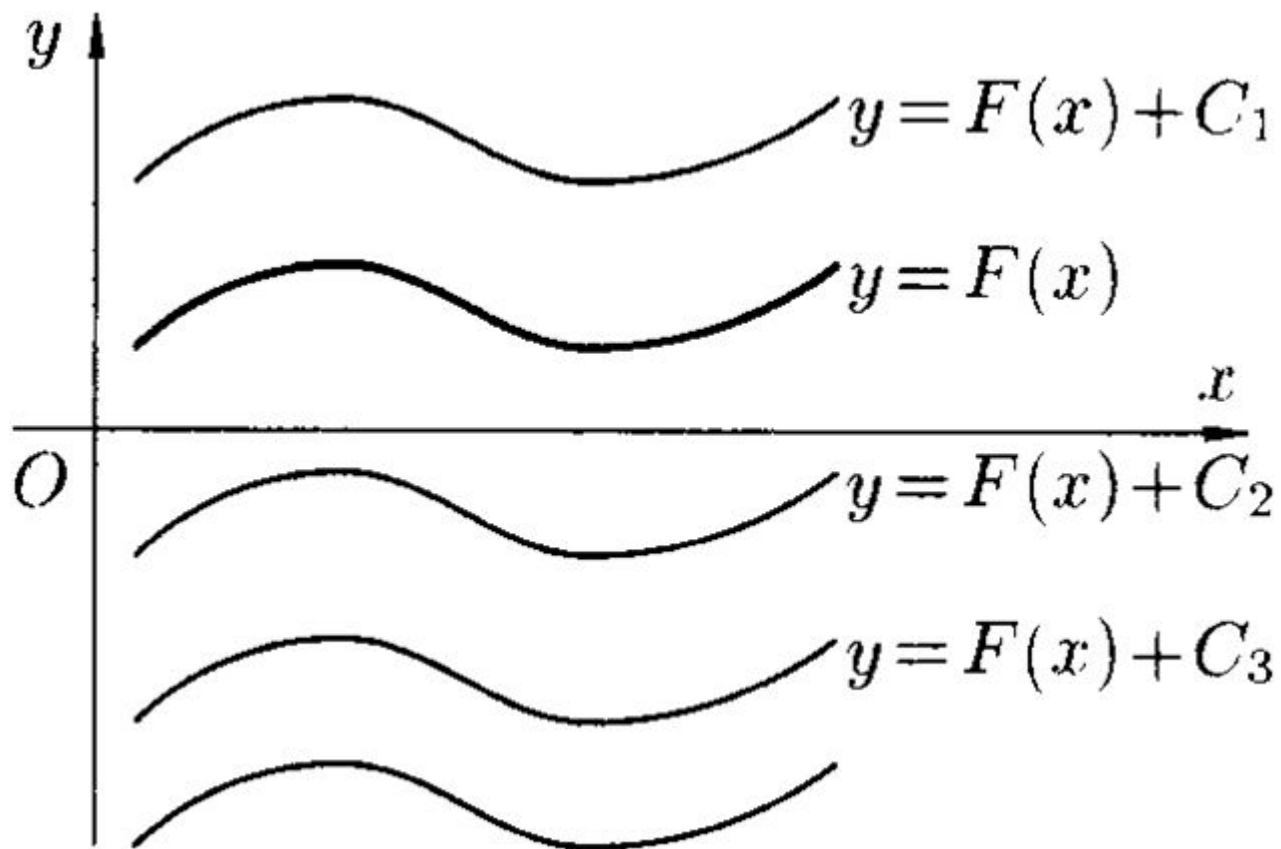
$f(x)+g(x)$	$F(x)+G(x)$
Первообразная суммы равна сумме первообразных	
$Cf(x)$	$CF(x)$
Постоянный множитель выносится за знак первообразной	
$f(kx+b)$	$\frac{1}{k} F(kx + b)$

Найти первообразную для функции $f(x)=4x^3$.



$$F(x) + C -$$

семейство первообразных



Формулы нахождения

первообразных

$f(x)$	$F(x)+C$
$k\text{-const}$	$kx+C$
$x^n \quad n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$1/x$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$

На уроке выполняем № 988 (1;3;5), 989
(1;3;5;7)

Найти одну из первообразных функции (988—990).

988

- 1) $2x^5 - 3x^2$; 2) $5x^4 + 2x^3$; 3) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$;
4) $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$; 5) $6x^2 - 4x + 3$; 6) $4\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$.

989

- 1) $3 \cos x - 4 \sin x$; 2) $5 \sin x + 2 \cos x$;
3) $e^x - 2 \cos x$; 4) $3e^x - \sin x$;
5) $5 - e^{-x} + 3 \cos x$; 6) $1 + 3e^x - 4 \cos x$;
7) $6\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x} + 3e^x$; 8) $\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x} - 2e^{-x}$.

На уроке выполняем № 990 (1;3;5), 991 (1;3;5;7), 992

990 (1;3) 1) $(x + 1)^4$; 2) $(x - 2)^3$; 3) $\frac{2}{\sqrt{x-2}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt[3]{x+3}}$;

5) $\frac{1}{x-1} + 4 \cos(x+2)$; 6) $\frac{3}{x-3} - 2 \sin(x-1)$.

991 Найти все первообразные функции:

1) $\sin(2x+3)$; 2) $\cos(3x+4)$; 3) $\cos\left(\frac{x}{2}-1\right)$;

4) $\sin\left(\frac{x}{4}+5\right)$; 5) $e^{\frac{x+1}{2}}$; 6) e^{3x-5} ; 7) $\frac{1}{2x}$; 8) $\frac{1}{3x-1}$.

992 Для функции $f(x)$ найти первообразную, график которой проходит через точку M :

1) $f(x) = 2x + 3$, $M(1; 2)$; 2) $f(x) = 4x - 1$, $M(-1; 3)$;

3) $f(x) = \sin 2x$, $M\left(\frac{\pi}{2}; 5\right)$; 4) $f(x) = \cos 3x$, $M(0; 0)$.

Неопределенный интеграл

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

«неопределенный интеграл от функции $f(x)$ по dx »

$F(x)$ – первообразная подынтегральной функции,

\int – знак интеграла,

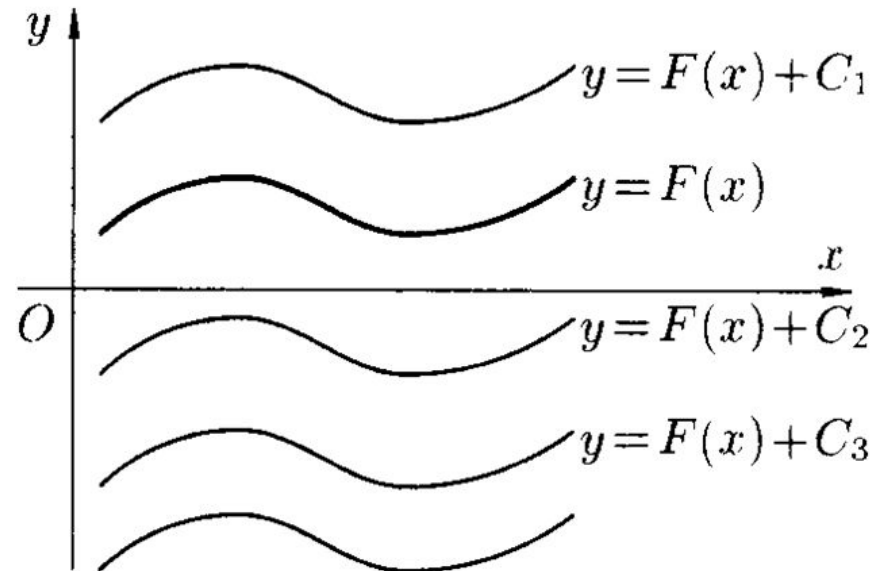
$F(x) + C$ –

$f(x)$ – подынтегральная функция,
 $f(x)dx$ – подынтегральное выражение,

семейство первообразных

x – переменная интегрирования,

Геометрический смысл неопределенного интеграла



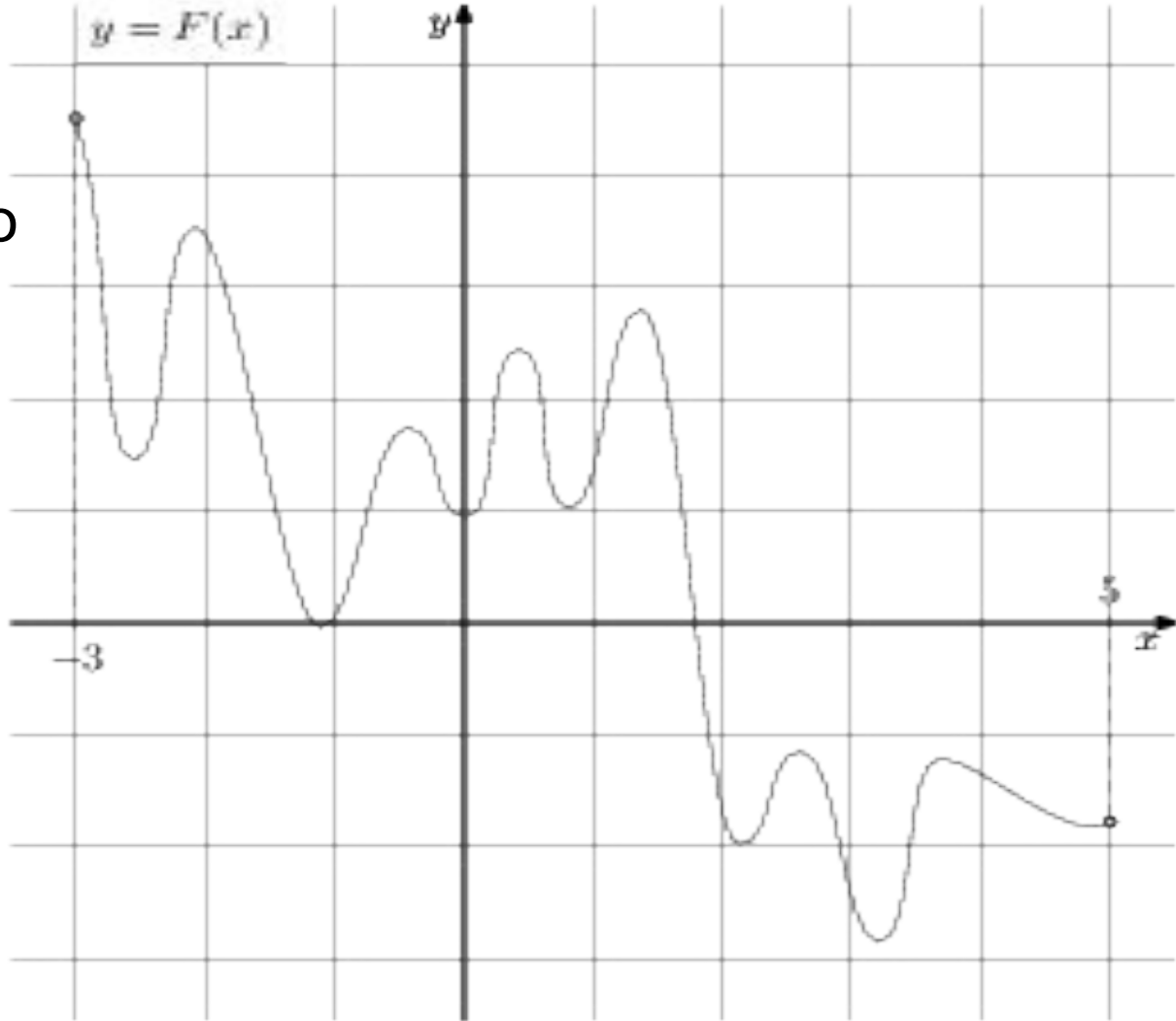
Домашнее задание с урока

1

знать правила и формулы нахождения первообразных,
определение первообразной функции,
№ 988 (1;3;5), 989 (1;3;5;7), № 990 (1;3;5), 991 (1;3;5;7), 992 (2;4)

На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ определённой на интервале $(-3; 5)$

Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 4]$



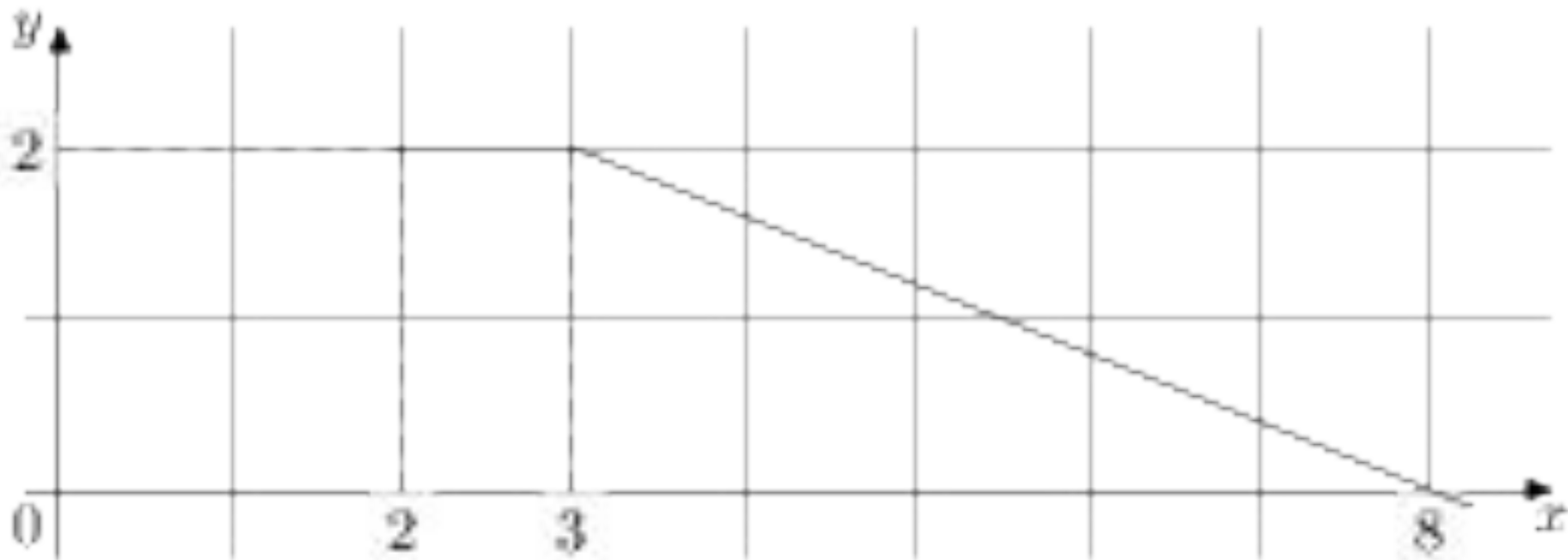
Прототип задания 7 (№

323078)

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$

Пользуясь рисунком, вычислите $F(8) - F(2)$

, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$



Прототип задания 7 (№

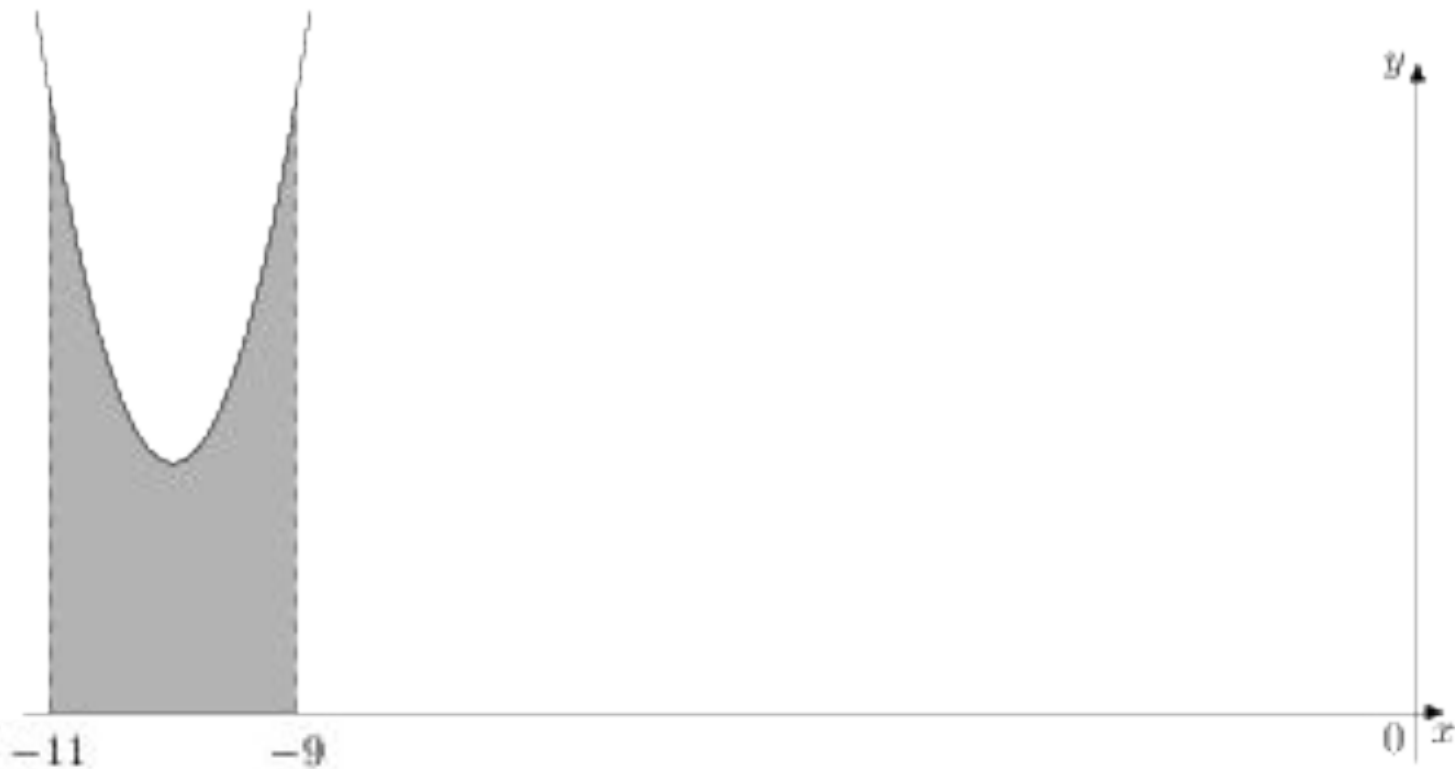
323079)

На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$

Функция $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$

— одна из первообразных функции $f(x)$

. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Прототип задания 7 (№

323080)

На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$

Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$

— одна из первообразных функции $f(x)$

. Найдите площадь закрашенной фигуры.

