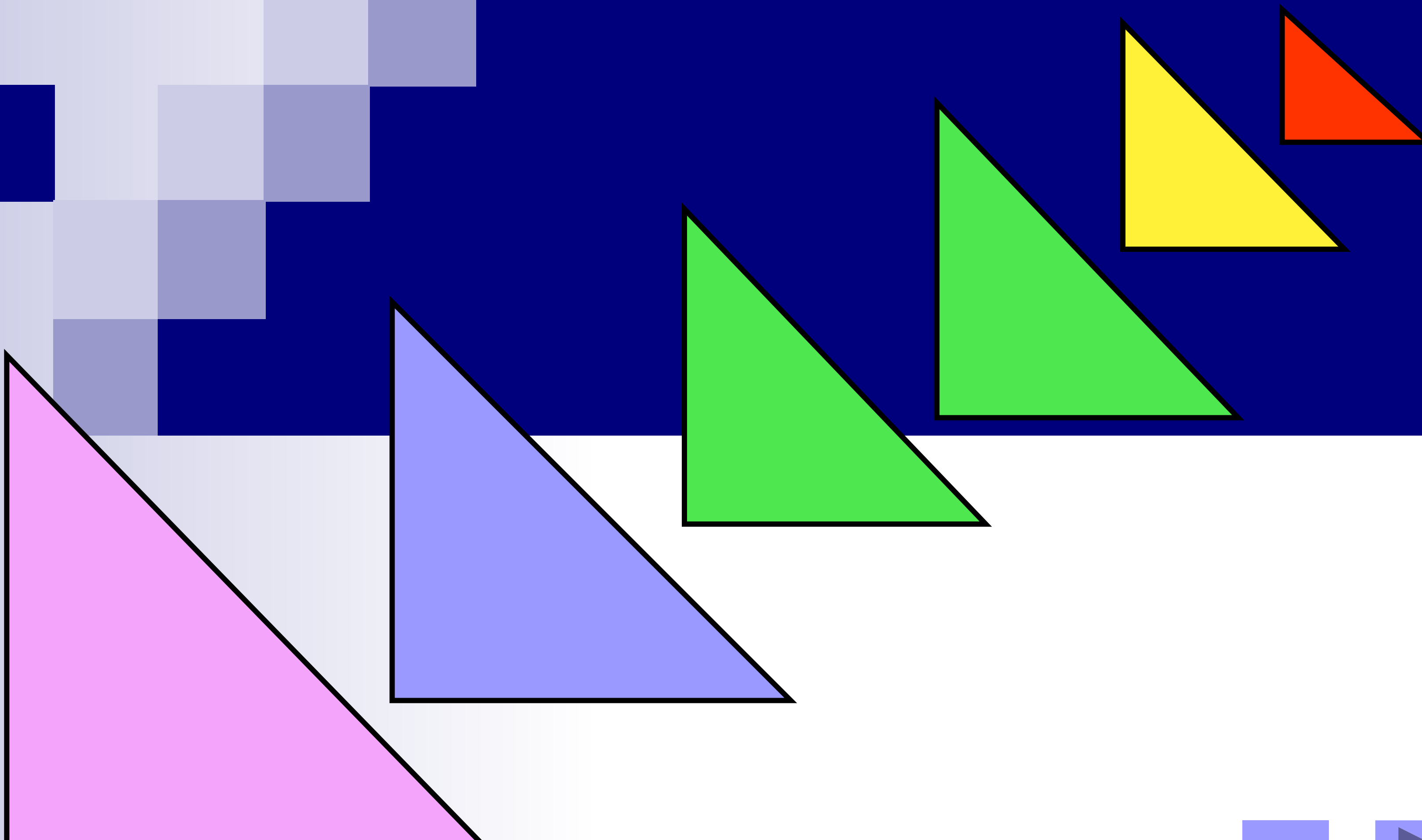
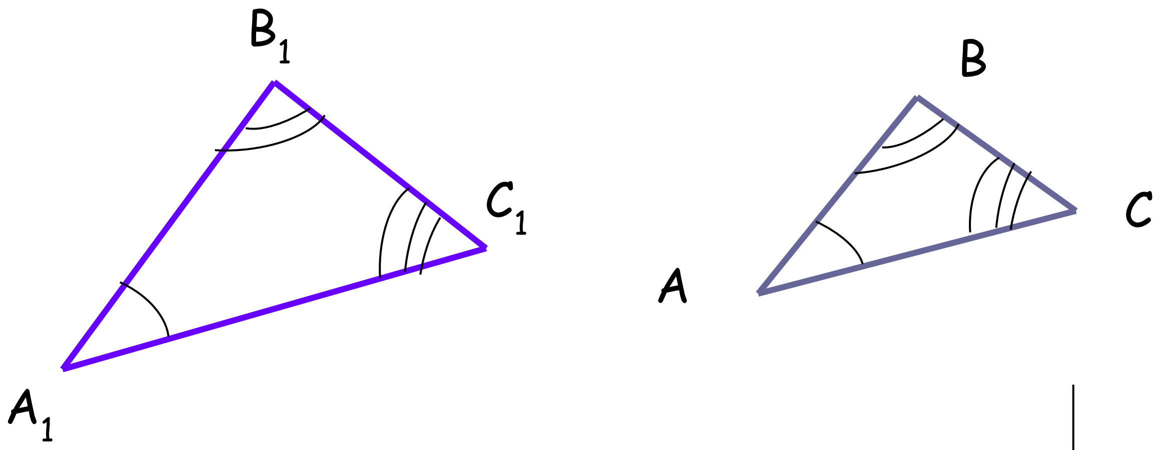
Первый признак подобия треугольников



Вспомним подобные треугольники:

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$\angle A_1 = \angle A$, $\angle B_1 = \angle B$, $\angle C_1 = \angle C$,

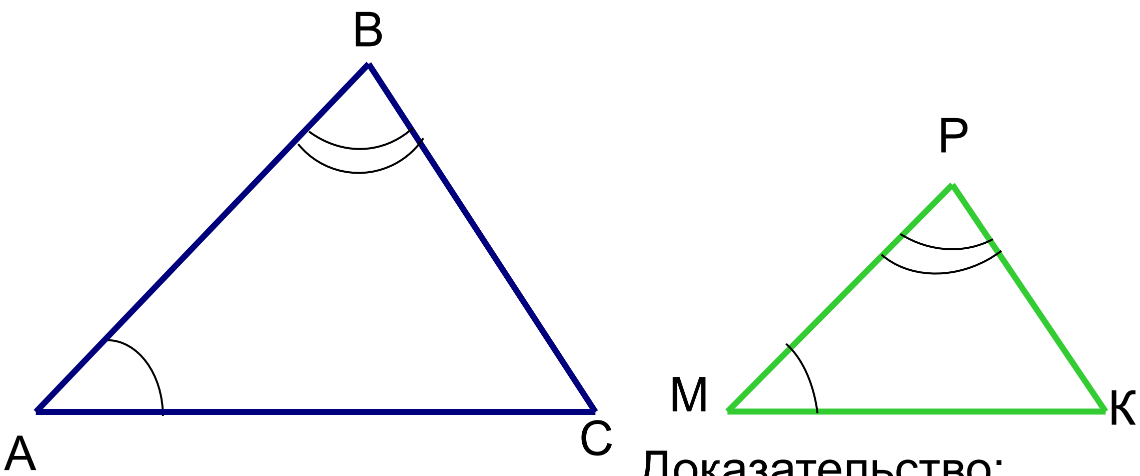
$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k.$$

$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

Теорема. **Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.** (по двум углам)



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle MPK$,
$\angle A = \angle M$,
$\angle B = \angle P$.

Доказать:
$\triangle ABC \sim \triangle MPK$.

Доказательство:

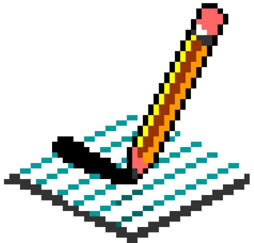
Т. к. по условию $\angle A = \angle M$ и $\angle B = \angle P$, то $\angle C = \angle K$.

По теореме об отношении площадей треугольников, имеющих равный угол, получаем:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MPK}} = \frac{AB \cdot AC}{MP \cdot MK};\quad \frac{S_{ABC}}{S_{MPK}} = \frac{BA \cdot BC}{PM \cdot PK};\quad \frac{S_{ABC}}{S_{MPK}} = \frac{CA \cdot CB}{KM \cdot KP}$$

Из этих равенств следует: $\frac{AB}{MP} = \frac{BC}{PK} = \frac{AC}{MK}$

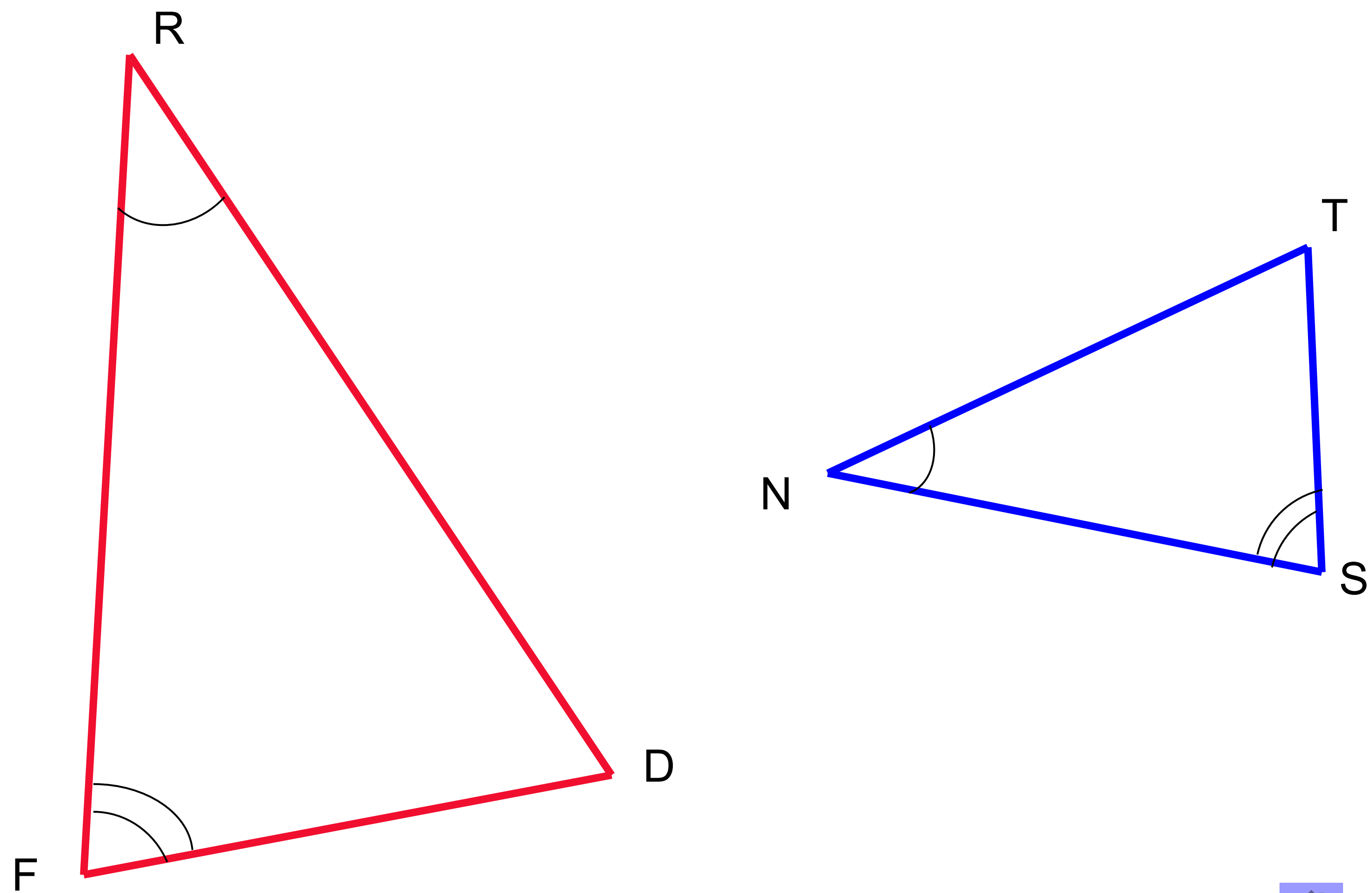
Итак, углы одного треугольника равны углам другого треугольника, а их сходственные стороны пропорциональны, значит, по определению треугольники ABC и MPK подобны.

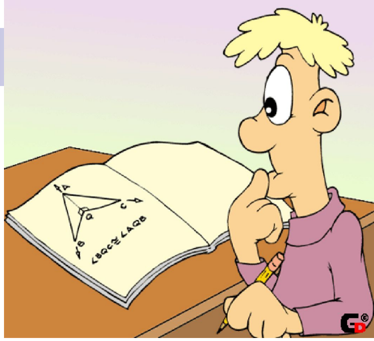


Реши задачу

1.

Являются ли треугольники подобными ?

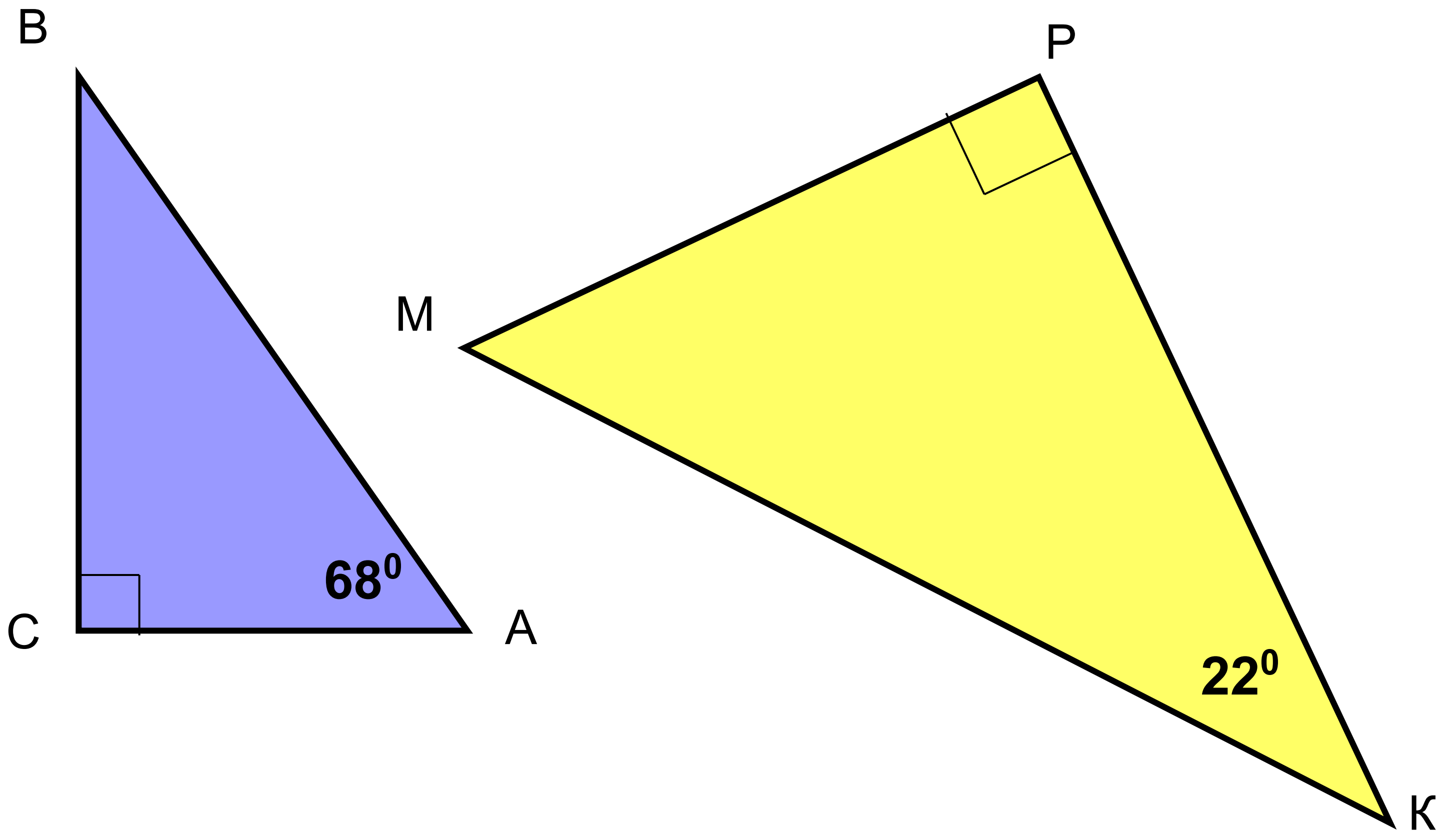


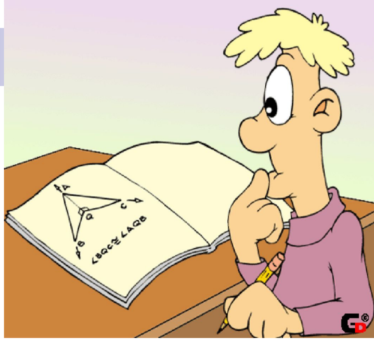


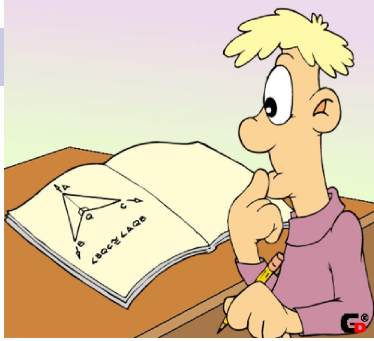
Реши задачу

2.

Являются ли треугольники подобными ?



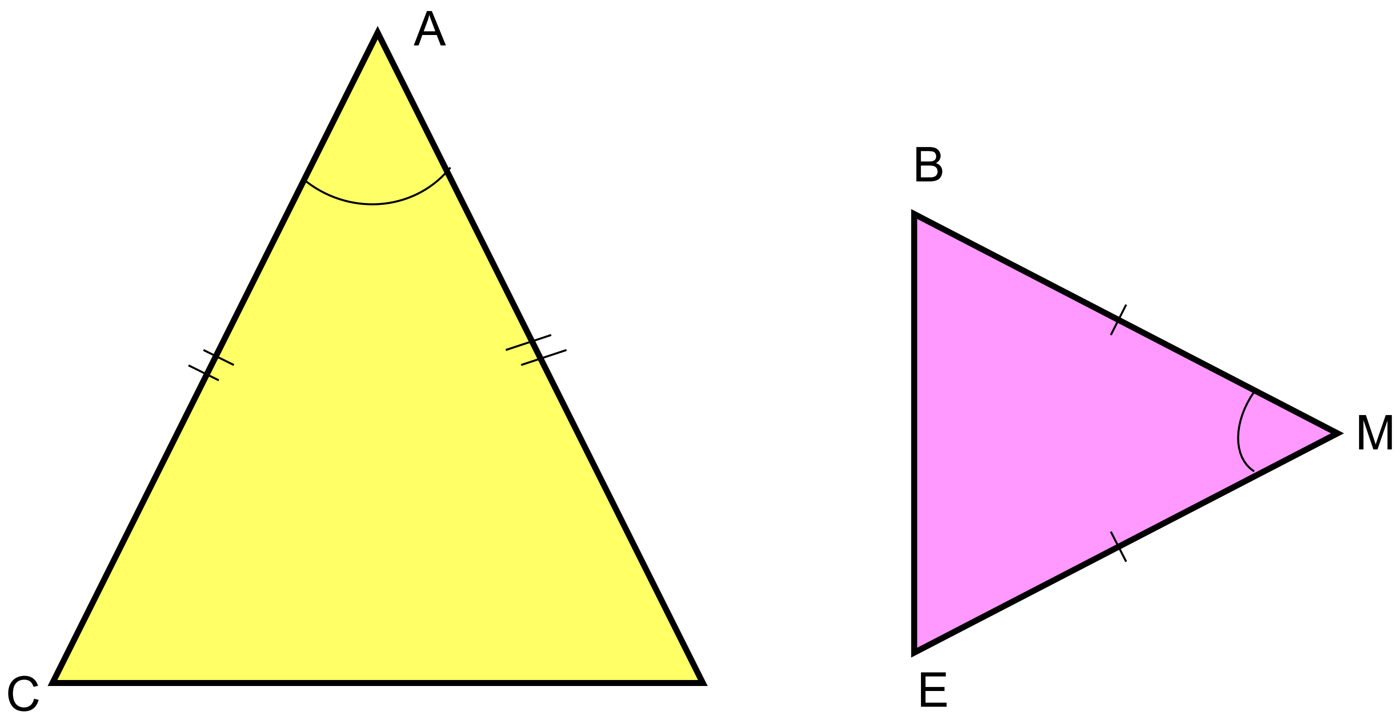




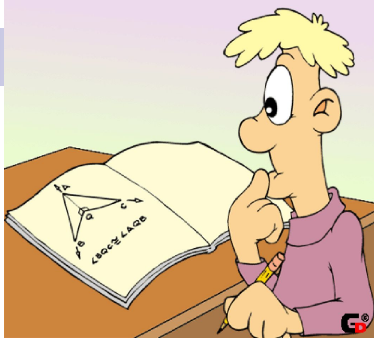
Реши задачу

3.

Являются ли треугольники подобными ?



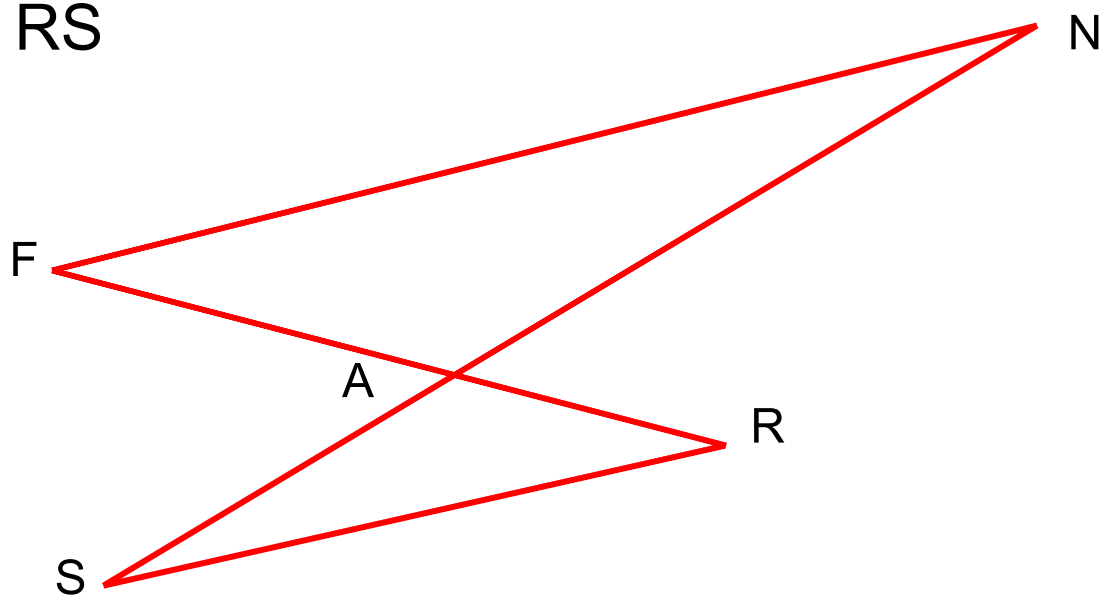
Реши задачу

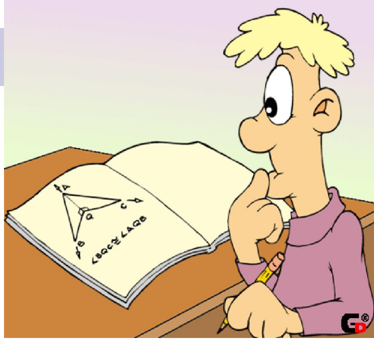


4.

Назови подобные треугольники и сходственные стороны в них:

$FN \parallel RS$

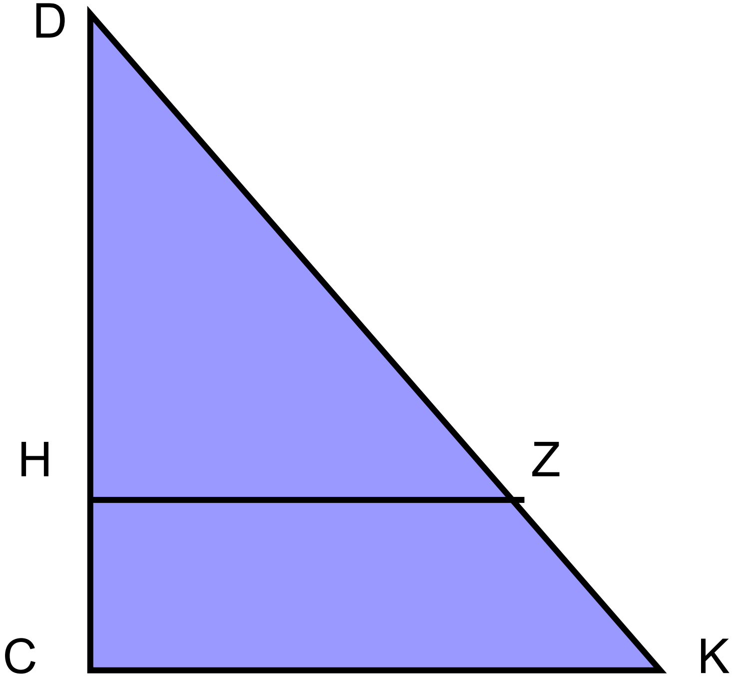




Реши задачу

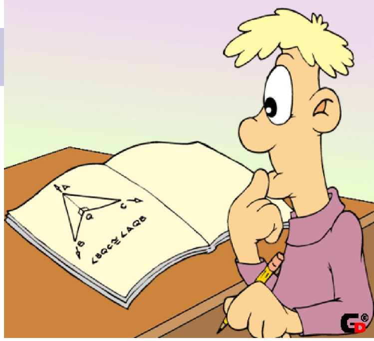
5.

Назови подобные треугольники и сходственные стороны в них:



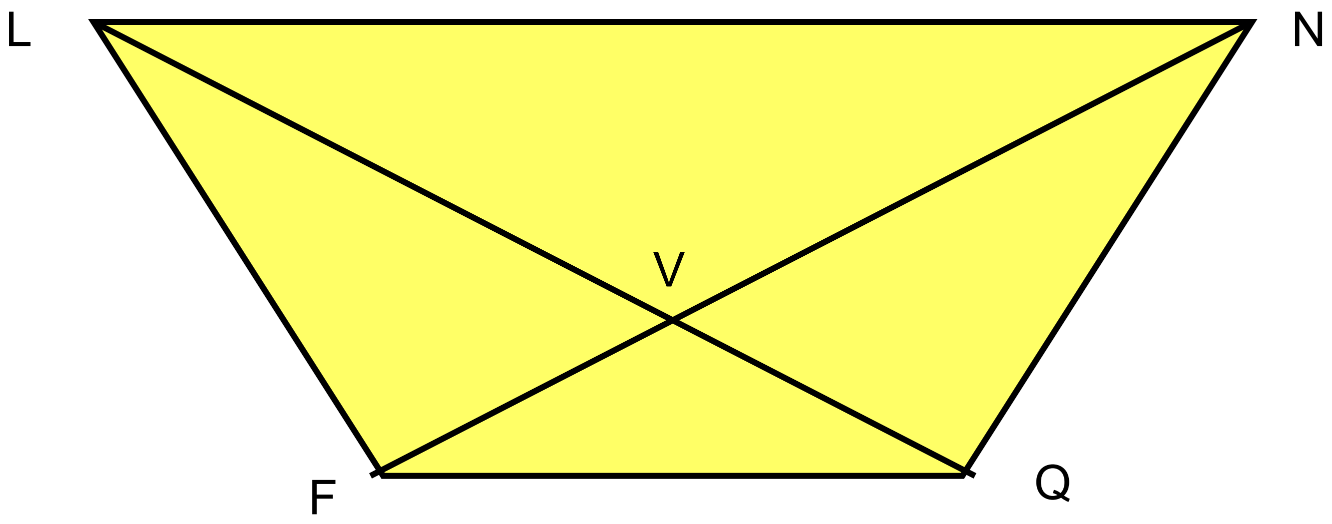
HZ || CK

Реши задачу



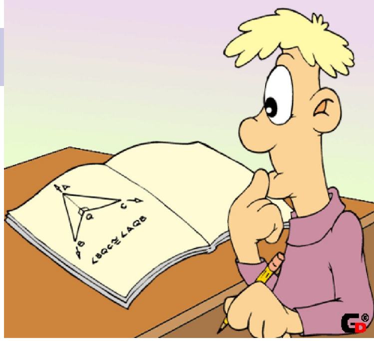
6.

Назови подобные треугольники и сходственные стороны в них:

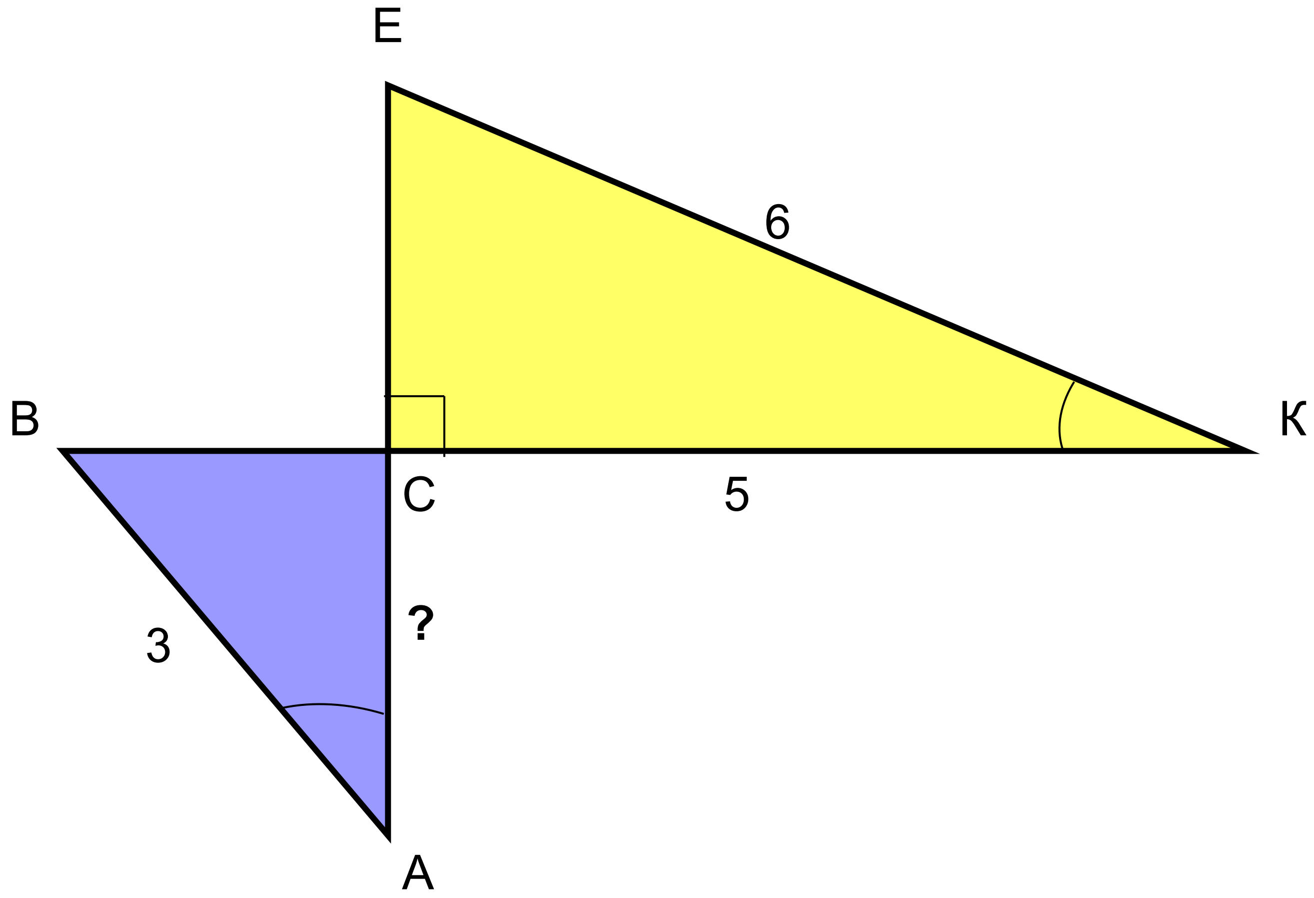


FLNQ – трапеция.

Реши задачу

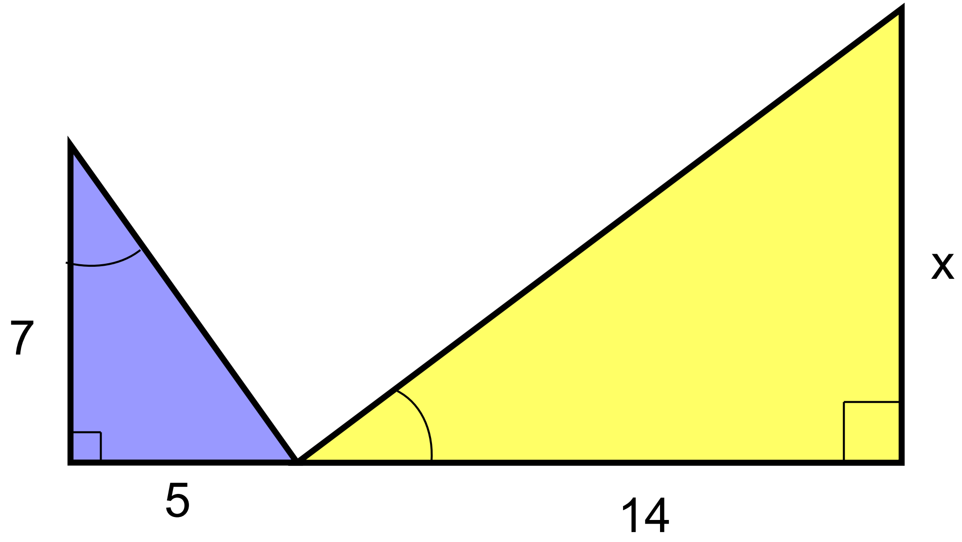


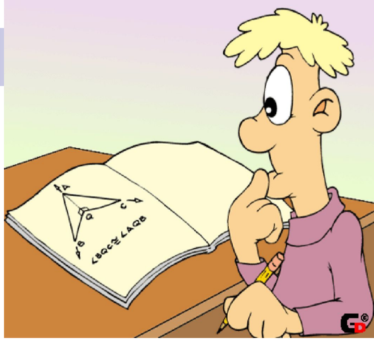
7.

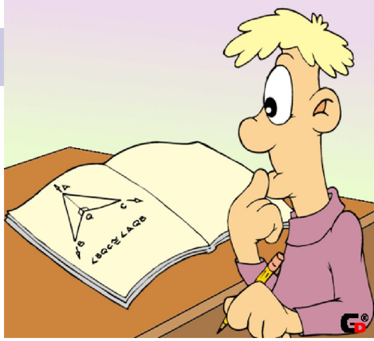


Реши задачу

8.

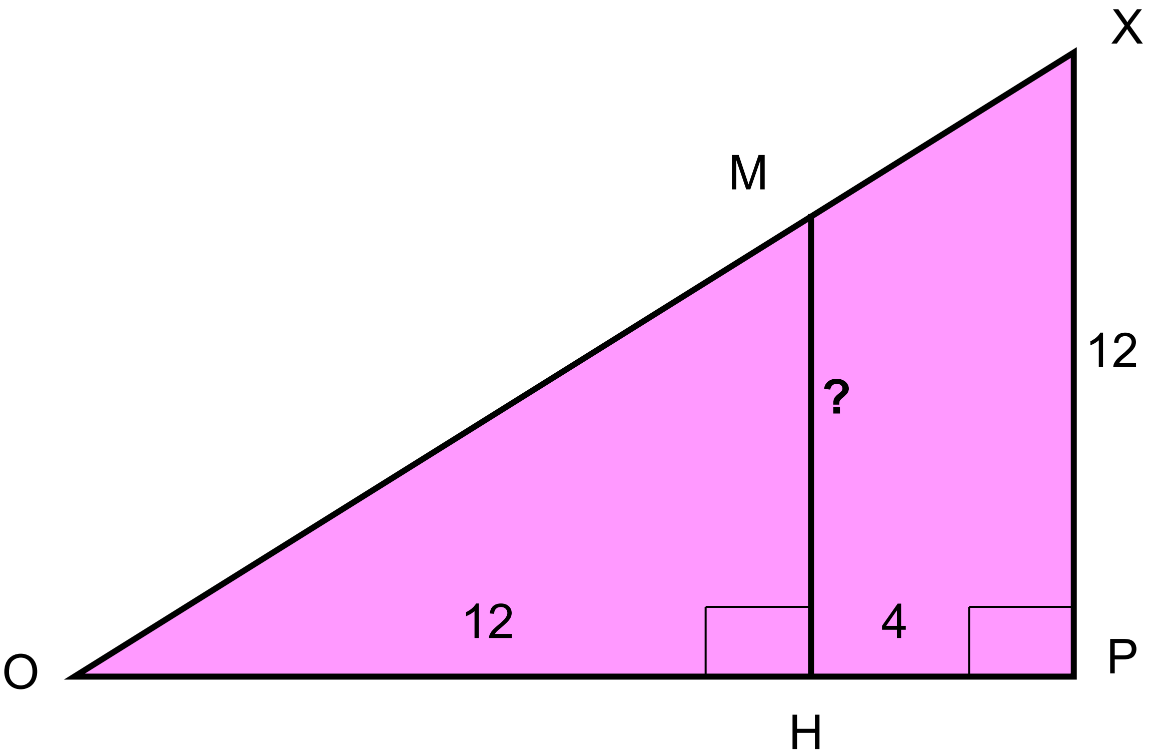






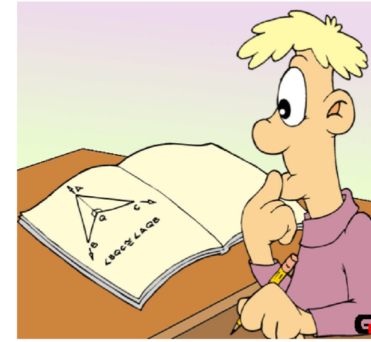
Реши задачу

9.

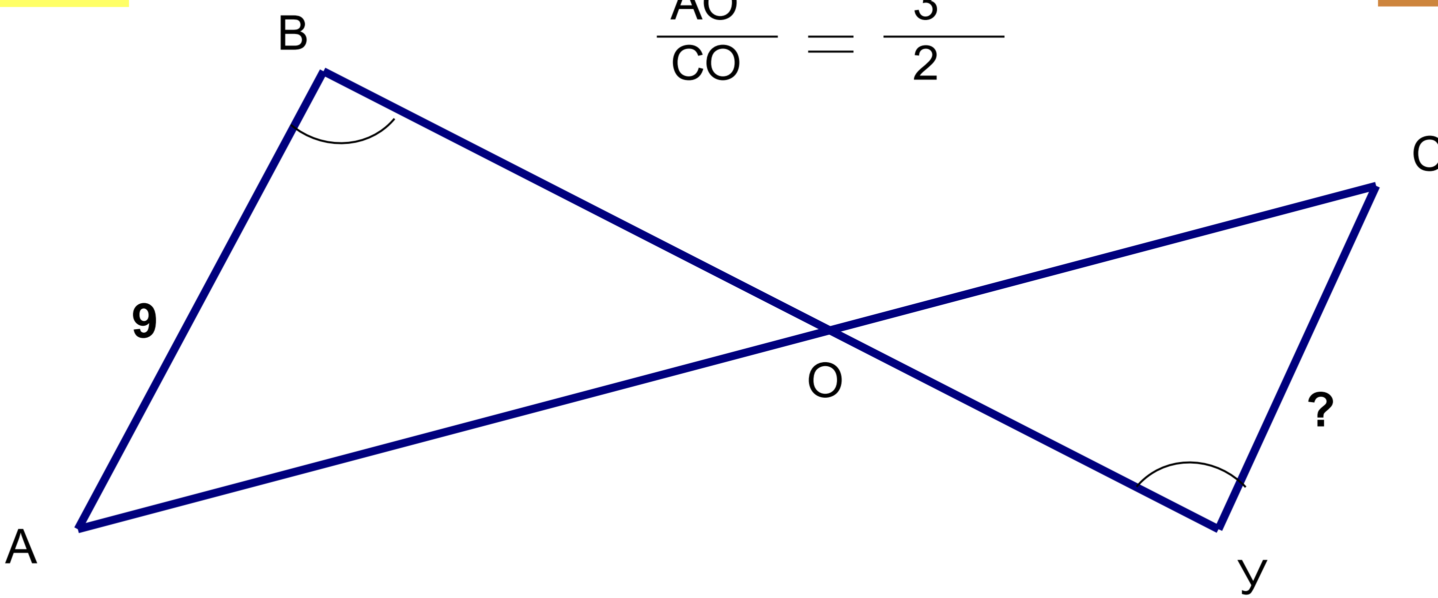


10.

Реши задачу

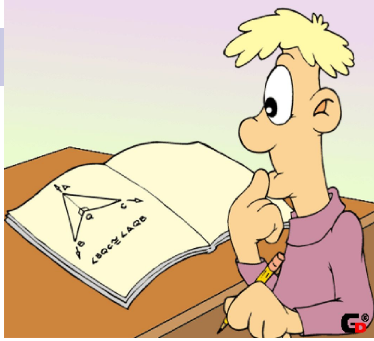


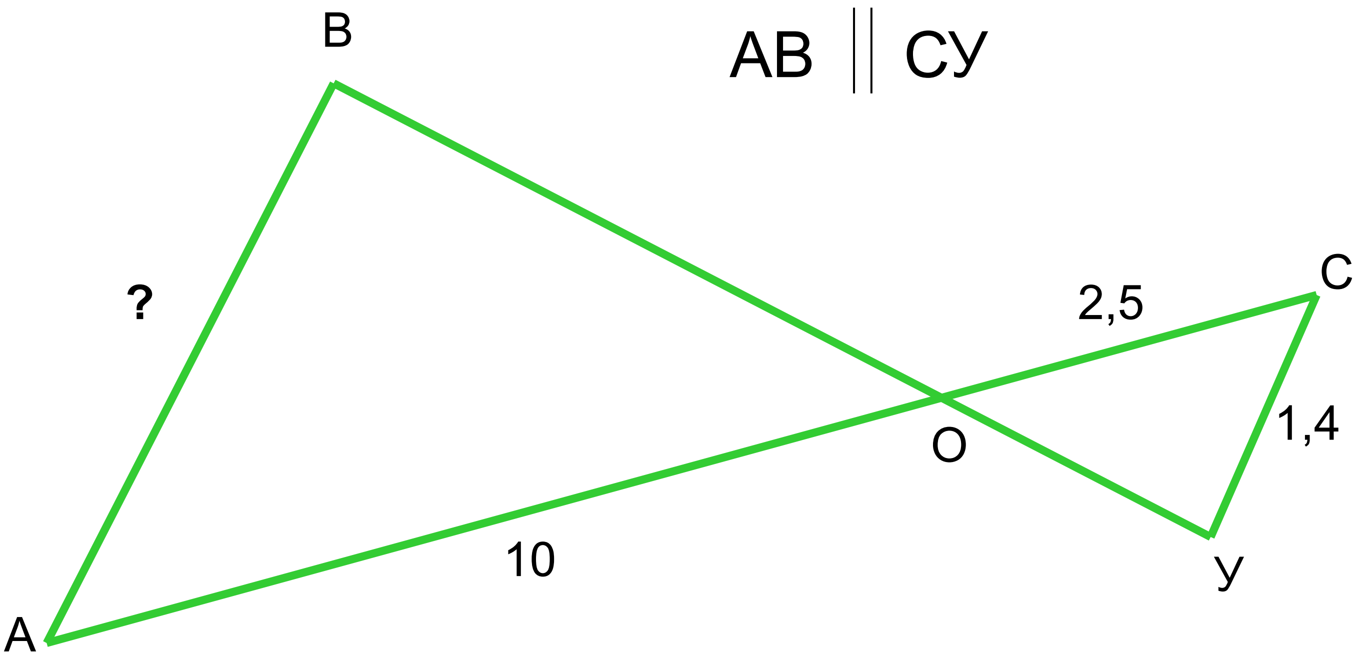
$$\frac{AO}{CO} = \frac{3}{2}$$



Реши задачу

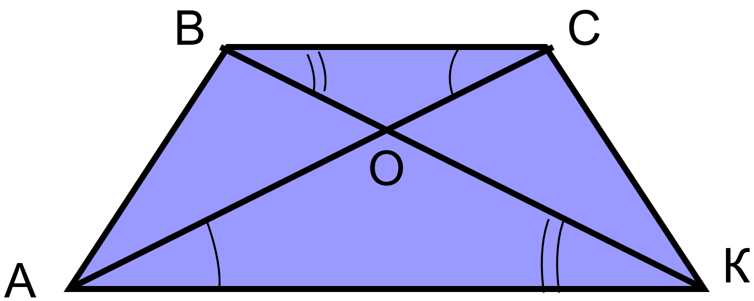
11.





Решение задачи

Диагонали трапеции АВСК пересекаются в точке О. Площади треугольников ВОС и АОК относятся как 1: 9. Сумма оснований ВС и АК равна 4,8 см. Найдите основания трапеции.



Дано: АВСК – трапеция, ВС + АК = 4,8 см,

$S_{COB} : S_{AOK} = 1 : 9.$

Найти: ВС, АК.

Решение:

АВСК – трапеция, значит, ВС || АК, следовательно, $\angle$CAK = $\angle$ACB, как накрест лежащие (секущая – АС), аналогично $\angle$ AKB = $\angle$ CBK.

Значит, по двум углам треугольники СОВ и АОК подобны, следовательно,

$S_{COB} : S_{AOK} = k^2$, а по условию $S_{COB} : S_{AOK} = 1 : 9$, т. е. $k^2 = 1/9$; $k = 1/3$.

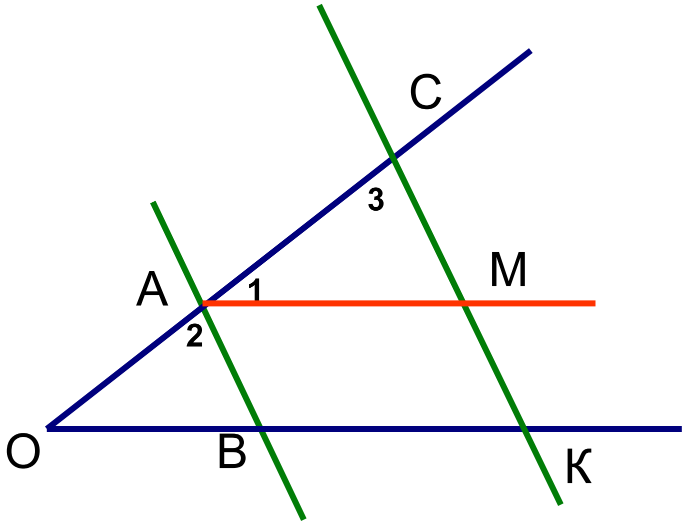
По доказанному треугольники СОВ и АОК подобны, следовательно,

ВС : АК = k, т. е. ВС : АК = 1/3, значит, ВС = 1/3 АК или АК = 3 ВС.

А по условию ВС + АК = 4,8 см, значит, ВС + 3 ВС = 4,8; 4 ВС = 4,8.

Получаем: ВС = 1,2 см, АК = 4,8 – 1,2 = 3,6(см). Ответ: ВС = 1,2 см, АК = 3,6 см.

Нужный вывод



Дано: $\angle O$, $AB \parallel CK$.

Доказать: $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AC}{BK}$

Доказательство:

Проведём $AM \parallel OK$, значит, $\angle 1 = \angle O$.

Т. к. по условию $AB \parallel CK$, то $\angle 2 = \angle 3$.

Значит, $\triangle AOB$ и $\triangle CAM$ подобны по двум углам, следовательно,

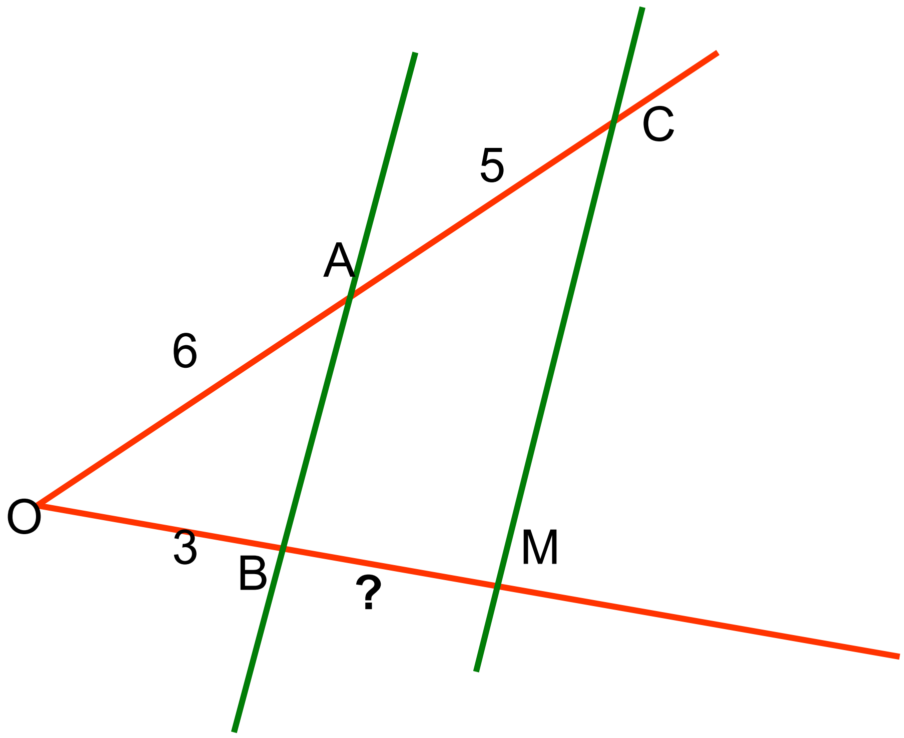
сходственные стороны пропорциональны: $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AC}{AM}$

BAMK – параллелограмм, значит, AM = BK

$\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AC}{BK}$

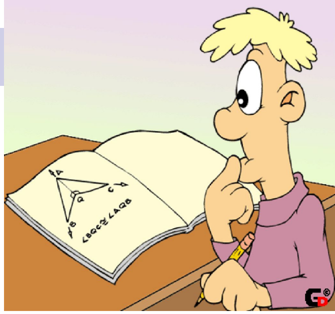
Вывод: если стороны угла пересечены параллельными прямыми, то отрезки, образованные последовательно на одной стороне угла, пропорциональны отрезкам, образованным последовательно на другой стороне угла.

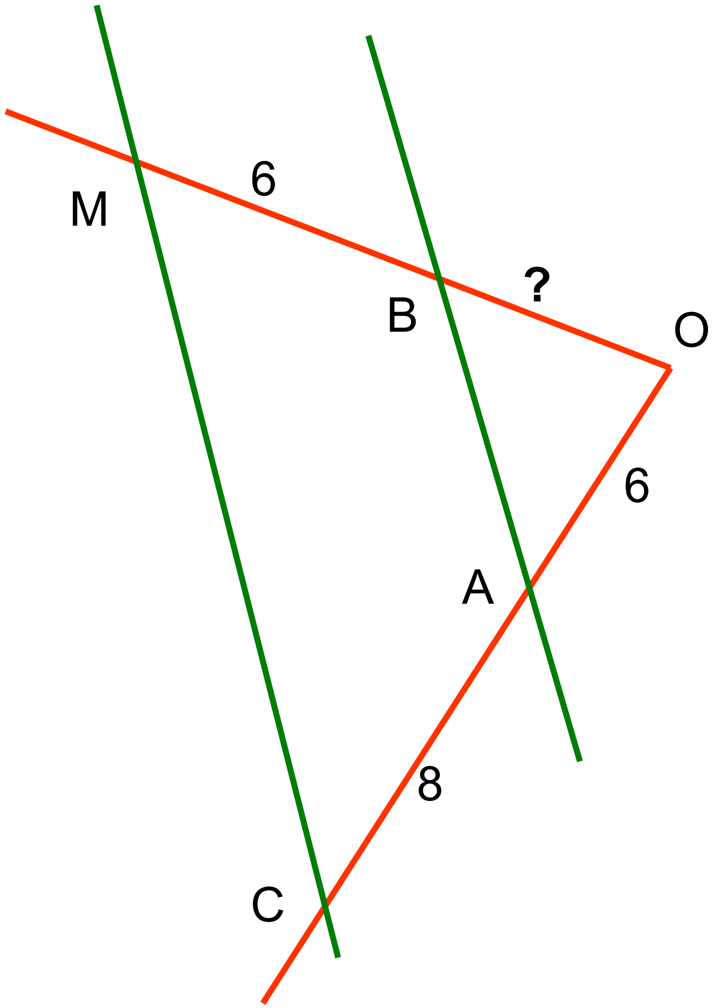
Реши задачу



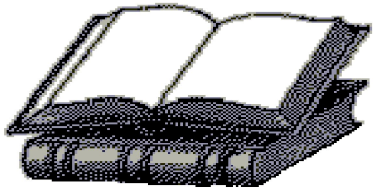
Дано: AB || CM.

Реши задачу





Дано: AB || CM.



Желаю успехов в учёбе!

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.