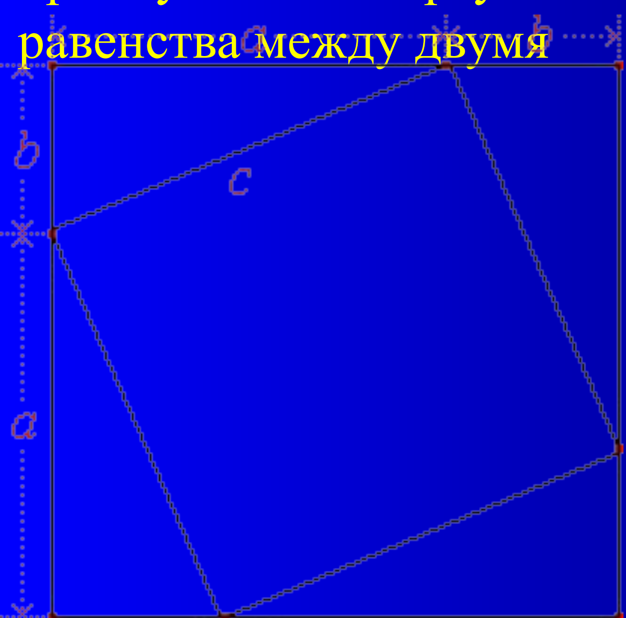
ПИФАГОРОВЫ ШТАНЫ НА ВСЕ СТОРОНЫ РАВНЫ

Это язвительное замечание (которое в полном виде имеет продолжение: чтобы это доказать, нужно снять и показать), придуманное кем-то, по-видимому, потрясенным внутренним содержанием одной важной теоремы евклидовой геометрии, как нельзя точно раскрывает отправную точку, из которой цепь совсем несложных размышлений быстро приводит к доказательству теоремы, а также к еще более значимым результатам. Теорема эта, приписываемая древнегреческому математику Пифагору Самосскому (6 век до нашей эры), известна чуть ли не каждому школьнику и звучит так: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов.

Пожалуй, многие согласятся, что геометрическая фигура, обозванная шифровкой "пифагоровы штаны на все стороны равны", называется квадратом. Ну и с улыбкой на лице добавим безобидной шутки ради, что имелось в виду в продолжении шифрованного сарказма. Итак, "чтобы это доказать, нужно снять и показать". Ясно, что "это" - под местоимением подразумевалась непосредственно теорема, "снять" - это получить в руки, взять названную фигуру, "показать" - имелось в виду слово "покасать", привести в соприкосновение какие-то части фигуры. Вообще "пифагоровыми штанами" окрестили напоминавшую по виду штаны графическую конструкцию, получавшуюся на чертеже Евклида при весьма сложном доказательстве им теоремы Пифагора. Когда нашлось доказательство проще, быть может, какой-то рифмоплет сочинил эту скороговорку-подсказку, чтобы не запамятовать начало подхода к доказательству, а народная молва уж разнесла ее по свету как пустую поговорку.

Так вот если взять квадрат, и внутрь него поместить меньший квадрат так, чтобы центры их совпадали, и повернуть притом меньший квадрат до соприкосновения его углов со сторонами большего квадрата, то на большей фигуре окажутся выделены сторонами меньшего квадрата 4 одинаковых прямоугольных треугольник

Отсюда уже лежит прямой путь к доказательству известной теоремы. Пусть сторону меньшего квадрата обозначим через *c*. Сторона большего квадрата равна *a+b*, и тогда его площадь равна $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. Ту же площадь можно определить как сумму площади меньшего квадрата и площадей 4 одинаковых прямоугольных треугольников, то есть как $4ab/2+c^2=2ab+c^2$. Поставим знак равенства между двумя вычислениями одной и той же площади: $a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$. После сокращения членов $2ab$ получаем вывод: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов, то есть $a^2+b^2=c^2$.



Сразу не каждый поймет, какой прок от этой теоремы. С практической точки зрения ее ценность состоит в служении базисом для многих геометрических вычислений, как например определения расстояния между точками координатной плоскости. Из теоремы выводятся некоторые ценные формулы, ее обобщения ведут к новым теоремам, перекидывающим мостик от вычислений на плоскости до вычислений в пространстве. Следствия теоремы проникают в теорию чисел, открывая отдельные подробности структуры ряда чисел. И многое другое, всего не перечислишь.

Взгляд с точки зрения праздного любопытства демонстрирует преподношение теоремой занимательных задачек, формулируемых до крайности понятно, но являющихся подчас крепкими орешками. В пример достаточно привести наиболее простую из них, так называемый вопрос о пифагоровых числах, задаваемую в бытовом изложении следующим образом: можно ли построить комнату, длина, ширина и диагональ на полу которой одновременно измерялись бы только целыми величинами, скажем шагами? Всего лишь малейшее изменение этого вопроса способно сделать задачу чрезвычайно сложной. И соответственно, найдутся желающие чисто из научного задора испытать себя в раскалывании очередного математического ребуса. Другое изменение вопроса - и еще одна головоломка. Часто в ходе поиска ответов на подобные проблемы математика эволюционирует, приобретает свежие взгляды на старые понятия, обзаводится новыми системными подходами и так далее, а значит теорема Пифагора, впрочем как и любое другое стоящее учение, с этой точки зрения имеет не меньшую пользу.

Математика времен Пифагора не признавала иных чисел, кроме рациональных (натуральных чисел или дробей с натуральным числителем и знаменателем). Все измерялось целыми величинами или частями целых. Потому так понятно стремление делать геометрические вычисления, решать уравнения все больше в натуральных числах. Пристрастие к ним открывает путь в невероятный мир таинства чисел, ряд которых в геометрической интерпретации первоначально вырисовывается как прямая линия с бесконечным множеством отметин. Иногда зависимость между какими-то числами ряда, "линейным расстоянием" между ними, пропорцией тотчас бросается в глаза, а иной раз самые сложные мыслительные конструкции не позволяют установить, каким закономерностям подчинено распределение тех или иных чисел. Выясняется, что и в новом мире, в этой "одномерной геометрии", старые задачи сохраняют силу, меняется лишь их постановка. Как например, вариант задания о пифагоровых числах: "От дома отец делает x шагов по x сантиметров каждый, а затем идет еще y шагов по y сантиметров. За ним шагает сын z шагов по z сантиметров каждый. Какими должны быть размеры их шагов, чтобы на z-том шаге ребенок вступил в след отца?"

Справедливости ради полагается отметить некоторую сложность для начинающего математика пифагорейской методики развития мысли. Это особого рода стиль математического мышления, к нему нужно привыкать. Интересен один момент. Математики вавилонского государства (оно возникло задолго до рождения Пифагора, почти полторы тысячи лет до него) тоже, видимо, знали какие-то методы поиска чисел, которые впоследствии стали называться пифагоровыми. Были найдены клинописные таблички, где вавилонские мудрецы записали выявленные ими тройки таких чисел. Некоторые тройки состояли из чересчур больших чисел, в связи с чем наши современники стали предполагать наличие у вавилонян недурственных, и вероятно даже немудреных, способов их вычисления. К сожалению, ни о самих способах, ни об их существовании ничего