

# Реферат по математике на тему:

**«Пирамида – тип многогранников».**

Выполнила: Уч-ся гр.6-10  
Шкарина Оксана

# Исторические сведения о пирамиде.



Египетские пирамиды – одно из семи чудес света. Что же такое пирамиды?

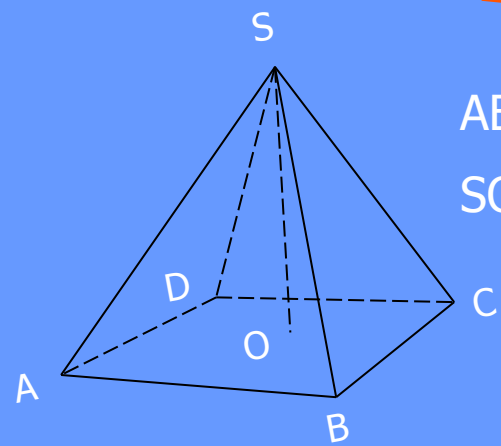
Усыпальницы египетских фараонов. Крупнейшие из них — пирамиды Хеопса, Хефрена и Микерина в Эль-Гизе в древности считались одним из Семи чудес света. Самая большая из трех — пирамида Хеопса (зодчий Хемиун, 27 в. до н. э.). Ее высота была изначально 147 м, а длина стороны основания — 232 м. Для ее сооружения потребовалось 2 млн. 300 тыс. огромных каменных блоков, средний вес которых 2,5 т. Плиты не скреплялись строительным раствором, лишь чрезвычайно точная подгонка удерживает их. В древности пирамиды были облицованы отполированными плитами белого известняка, вершины их были покрыты медными листами. В пирамиде Хеопса угол наклона таков, что высота пирамиды равна радиусу воображаемой окружности, в которую вписано основание пирамиды.

# Пирамида и её сечение.

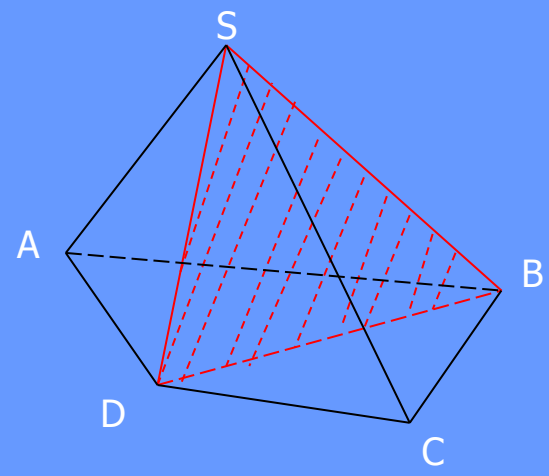
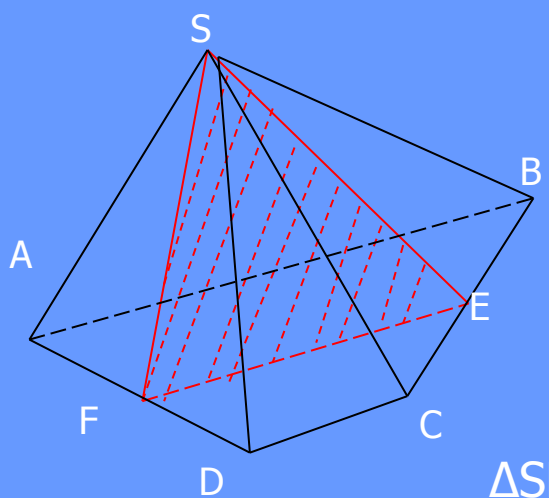
Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника, — основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, — вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Поверхность пирамиды состоит из основания и боковых граней. Каждая боковая грань — треугольник. Одной из его вершин является вершина пирамиды, а противоположной стороной — сторона основания пирамиды.

Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.



ABCD – основание  
SO – высота



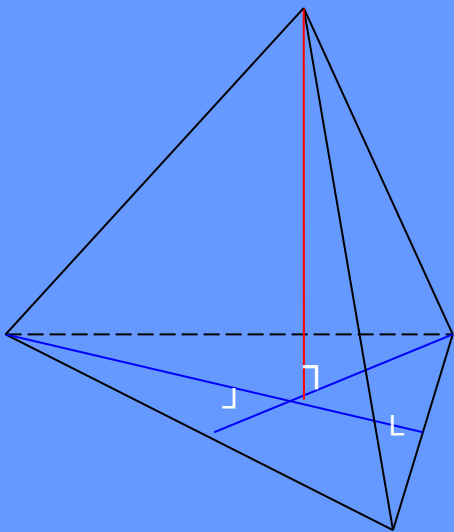
$\triangle SDB$  – диагональное сечение пирамиды  $SABCD$ .

# Тетраэдр.

Слово «тетраэдр» образовано из двух греческих слов: tetra – «четыре» и hedra – «основание, грань». Тетраэдр задается четырьмя вершинами; грани тетраэдра – четыре треугольника. В качестве основания может быть выбрана любая его грань.

## Ортоцентрический тетраэдр:

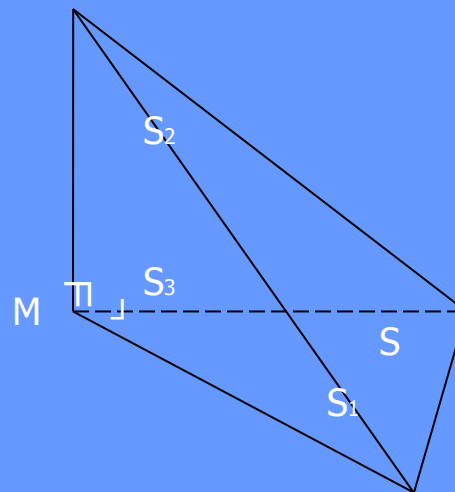
Тетраэдр является ортоцентрическим тогда и только тогда, когда его противоположные ребра перпендикулярны; или середины всех шести ребер лежат на одной сфере; или все ребра описанного параллелепипеда равны.



## Прямоугольный тетраэдр:

Тетраэдр, в вершине которого сходятся три взаимно перпендикулярных ребра, называется прямоугольным.

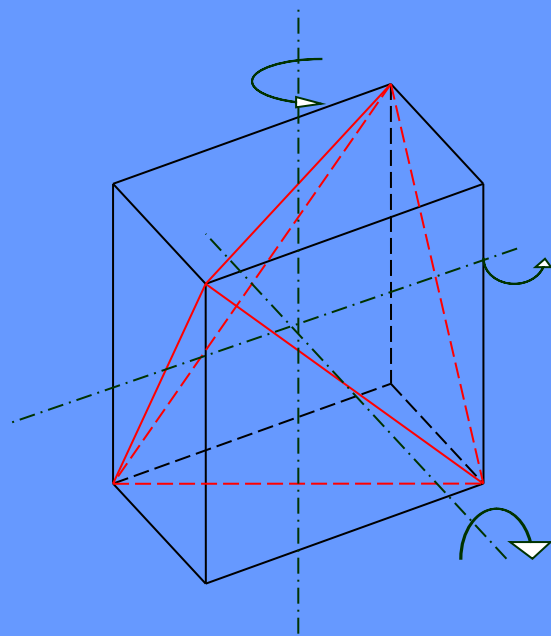
Точка М и будет ортоцентром.



$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$$

# Равногранный тетраэдр

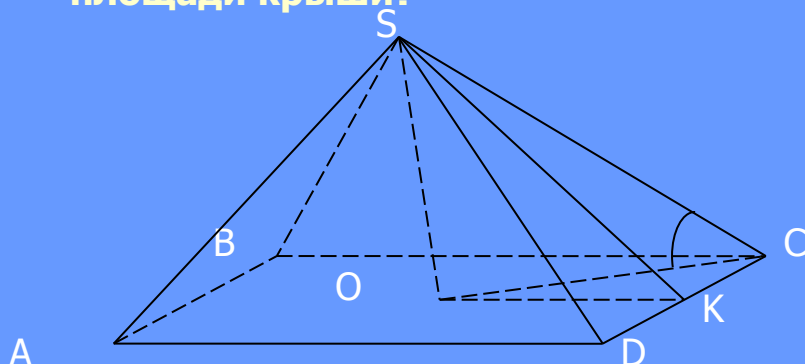
## Свойства тетраэдра:



- 1. описанный параллелепипед равногранного тетраэдра – прямоугольный ;
- 2. у него имеется три оси симметрии (это общие перпендикуляры, проведенные к противоположным ребрам, они же бимедианы. Однако этих симметрий хватает, чтобы можно было совместить любые две указанные грани или вершины, но не ребра.
- 3. развертка тетраэдра, полученная при разрезании его по трем сходящимся в одной вершине ребрам, – треугольник ; этот треугольник должен быть остроугольным, потому что тупоугольный или прямоугольный при сгибании по соседним линиям не сложится в тетраэдр). Набор самосовмещений произвольного равногранного тетраэдра не так богат, как у правильного тетраэдра.
- 4. все трехгранные углы равны;
- 5. все медианы равны;
- 6. все высоты равны;
- 7. центры вписанной и описанной сфер и центроид совпадают;
- 8. радиусы описанных окружностей граней равны;
- 9. периметры граней равны;
- 10. площади граней равны

# Решение задачи.

Крыша имеет форму пирамиды с квадратным основанием  $4,5 \text{ м} \times 4,5 \text{ м}$  и углом наклона грани к основанию в  $45^\circ$ . Сколько листов железа размером  $70 \text{ см} \times 140 \text{ см}$  нужно для покрытия крыши, если на отходы нужно добавить  $10\%$  площади крыши?



Дано:  $SABCD$  – Правильная четырехугольная пирамида.  $AB = BC = 4,5 \text{ м}$   $\angle SCO = 45^\circ$ ; размеры листа:  $70 \text{ см} \times 140 \text{ см}$ ; отходы  $10\%$ ;  
 $N = (S_{\text{бок}} + S_{\text{отх}}) / S_{\text{листа}}$

Найти:  $N$

Решение:

$$S_{\text{бок}} = 4 \cdot S_{\Delta CSD} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SK = 2CD \cdot SK$$

Рассмотрим  $\Delta SOC$  ( $\angle O = 90^\circ$ ;  $\angle C = 45^\circ$ )

т.к. сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ , то  $\angle S = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ , значит  $SO = OC$

т.к.  $ABCD$  – правильный четырехугольник, то  $OK = \frac{CD}{2} = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ (м)}$

Рассмотрим  $\Delta OKC$  ( $\angle K = 90^\circ$ ;  $OK = CK$ )

По теореме Пифагора:  $OC = \sqrt{2OK^2} = \sqrt{2 \cdot 5,0625} \approx 3,2 \text{ (м)} \rightarrow SO = 3,2 \text{ (м)}$

Рассмотрим  $\Delta SOK$  ( $\angle O = 90^\circ$ )

По теореме Пифагора:  $SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = \sqrt{10,24^2 + 5,0625^2} = \sqrt{15,3} \approx 3,9 \text{ (м)}$

$S_{\text{бок}} = 2 \cdot 4,5 \cdot 3,9 = 35,1 \text{ (м)}$

$S_{\text{отх}} = S_{\text{бок}} \cdot 0,1 = 35,1 \cdot 0,1 = 3,51 \text{ (м)}$

$S_{\text{листа}} = 0,7 \cdot 1,4 = 0,98 \text{ (м)}$

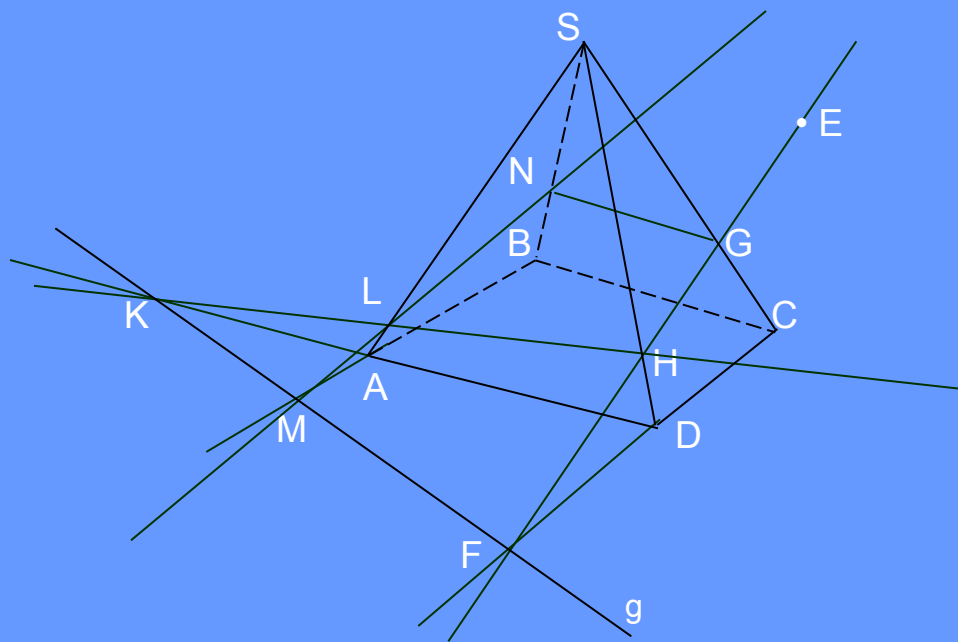
$$N = \frac{(35,1 + 3,51)}{0,98} = 40$$

Ответ: 40 листов.

# Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $g$  и точку  $E \in \text{пл.}(SCD)$ .

Решение:

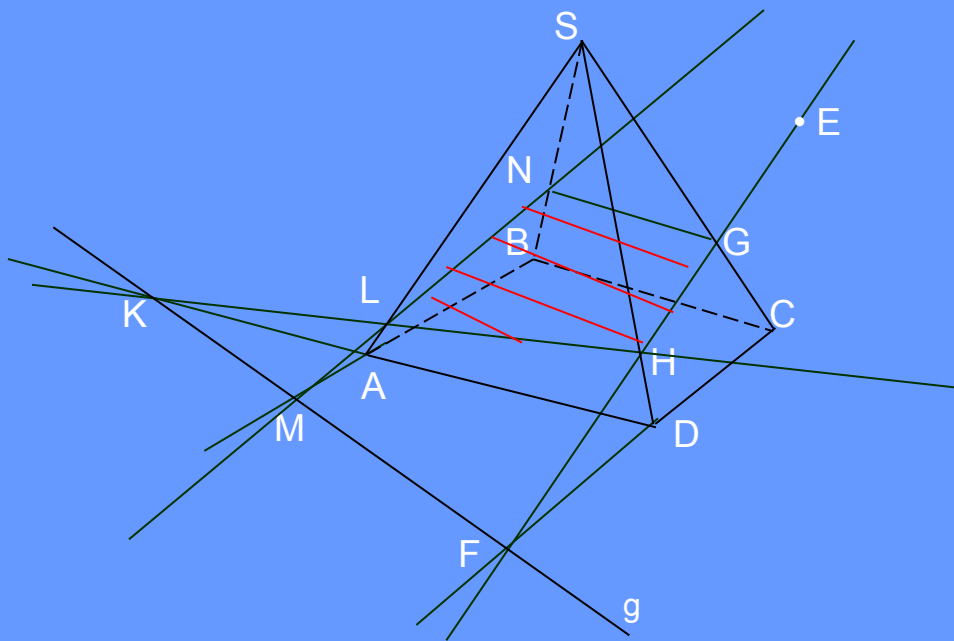


1. Проведем прямую  $CD$ ,  $CD \cap g \equiv F$ ,  $F \in (SCD)$ .
2. Проведем прямую  $FE$ , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:  
 $SD \cap FE \equiv H$ ,  $SC \cap FE \equiv G$ .
3. Построим прямую  $AD$ .  $AD \cap g \equiv K$ ,  $K \in (SAD)$ .
4. Через точки  $K$  и  $H$  проведем прямую  $KH$ .  $KH \cap SA \equiv L$ .
5. Построим прямую  $AB$ ,  $AB \cap g \equiv M$ ,  $M \in (SAB)$ .
6. Через точки  $M$  и  $L$  строим  $ML \cap SB \equiv N$ .
7. Соединяем точки  $G, H, L, N$ . Сечение  $GHLM$  построено.

# Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $g$  и точку  $E \in \text{пл.}(SCD)$ .

Решение:



1. Проведем прямую  $CD$ ,  $CD \cap g \equiv F$ ,  $F \in (SCD)$ .
2. Проведем прямую  $FE$ , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:  
 $SD \cap FE \equiv H$ ,  $SC \cap FE \equiv G$ .
3. Построим прямую  $AD$ .  $AD \cap g \equiv K$ ,  $K \in (SAD)$ .
4. Через точки  $K$  и  $H$  проведем прямую  $KH$ .  
 $KH \cap SA \equiv L$ .
5. Построим прямую  $AB$ ,  $AB \cap g \equiv M$ ,  $M \in (SAB)$ .
6. Через точки  $M$  и  $L$  строим  $ML \cap SB \equiv N$ .
7. Соединяем точки  $G, H, L, N$ . Сечение  $GHLN$  построено.