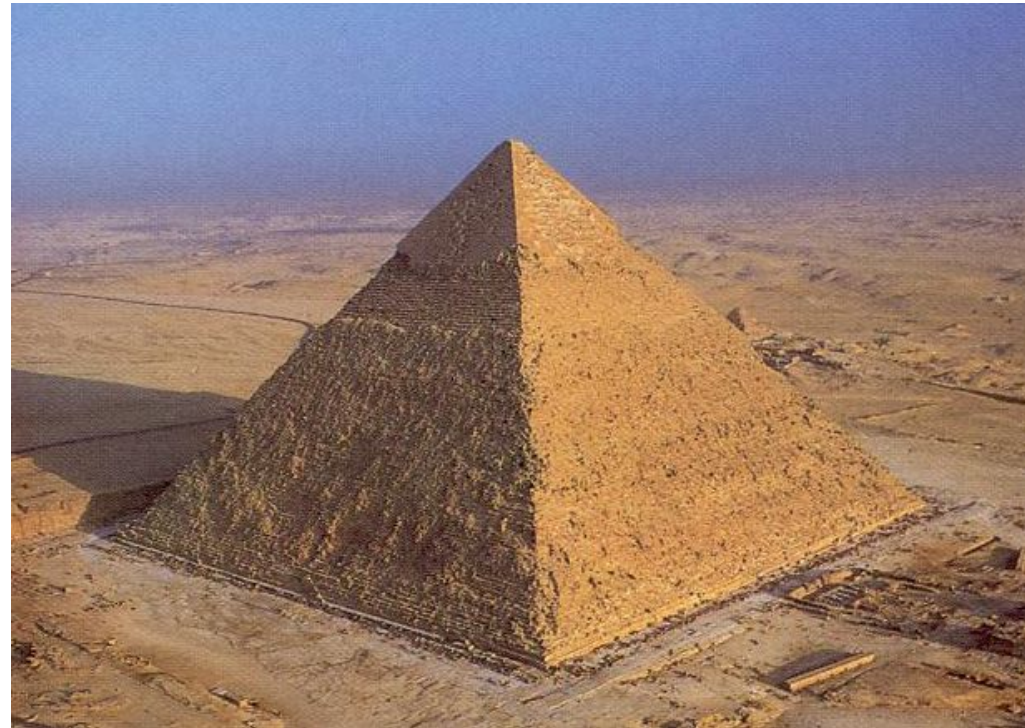
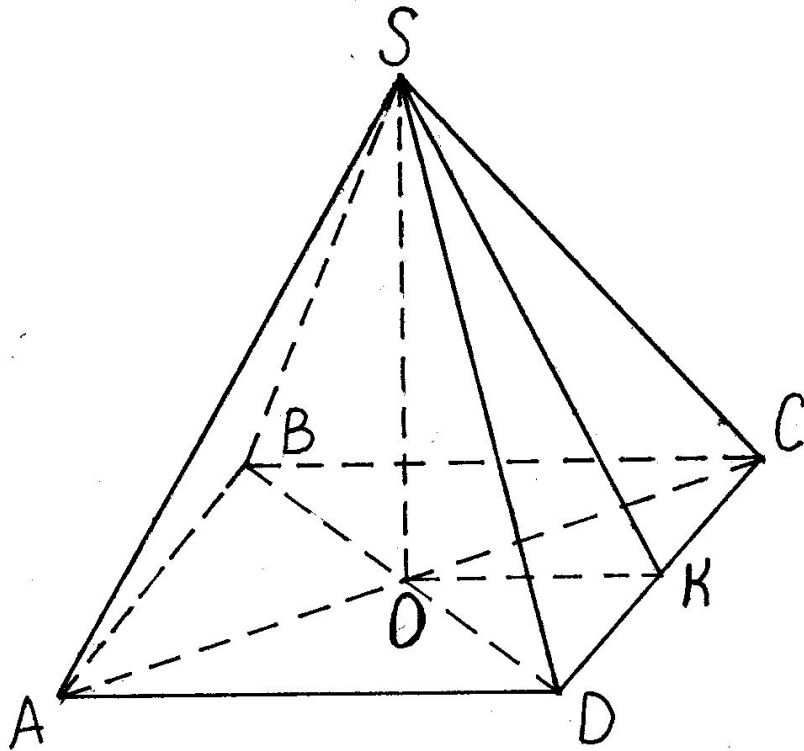
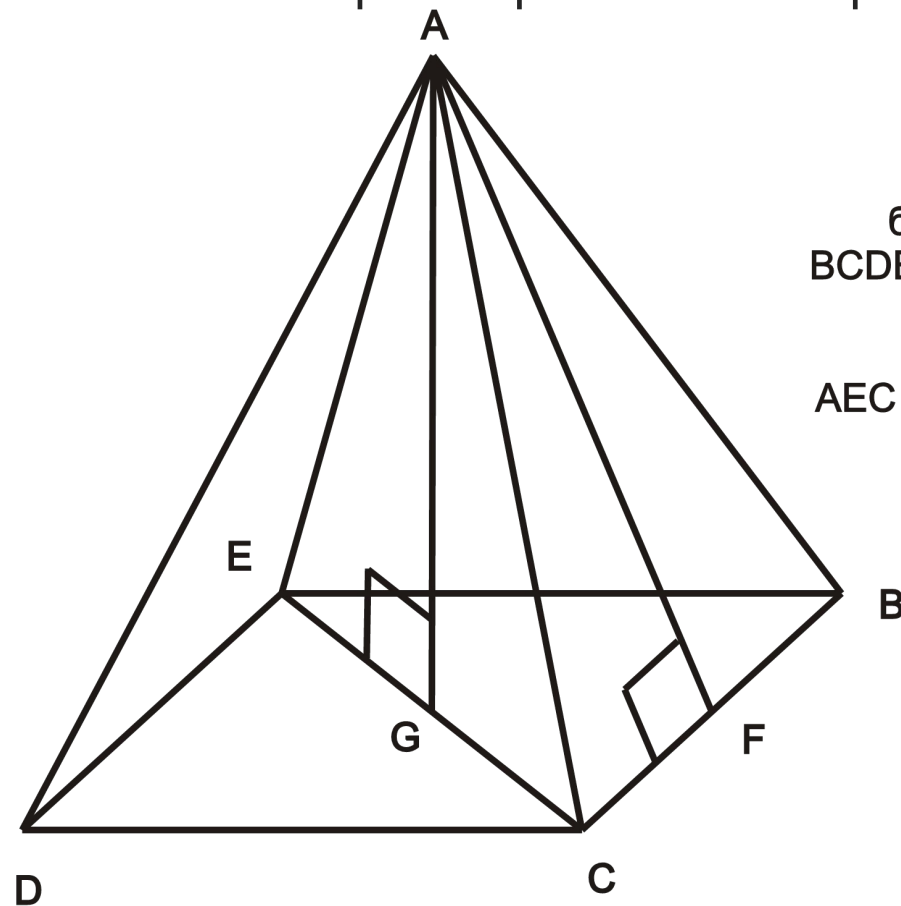


Пирамида. Элементы, виды, основные формулы

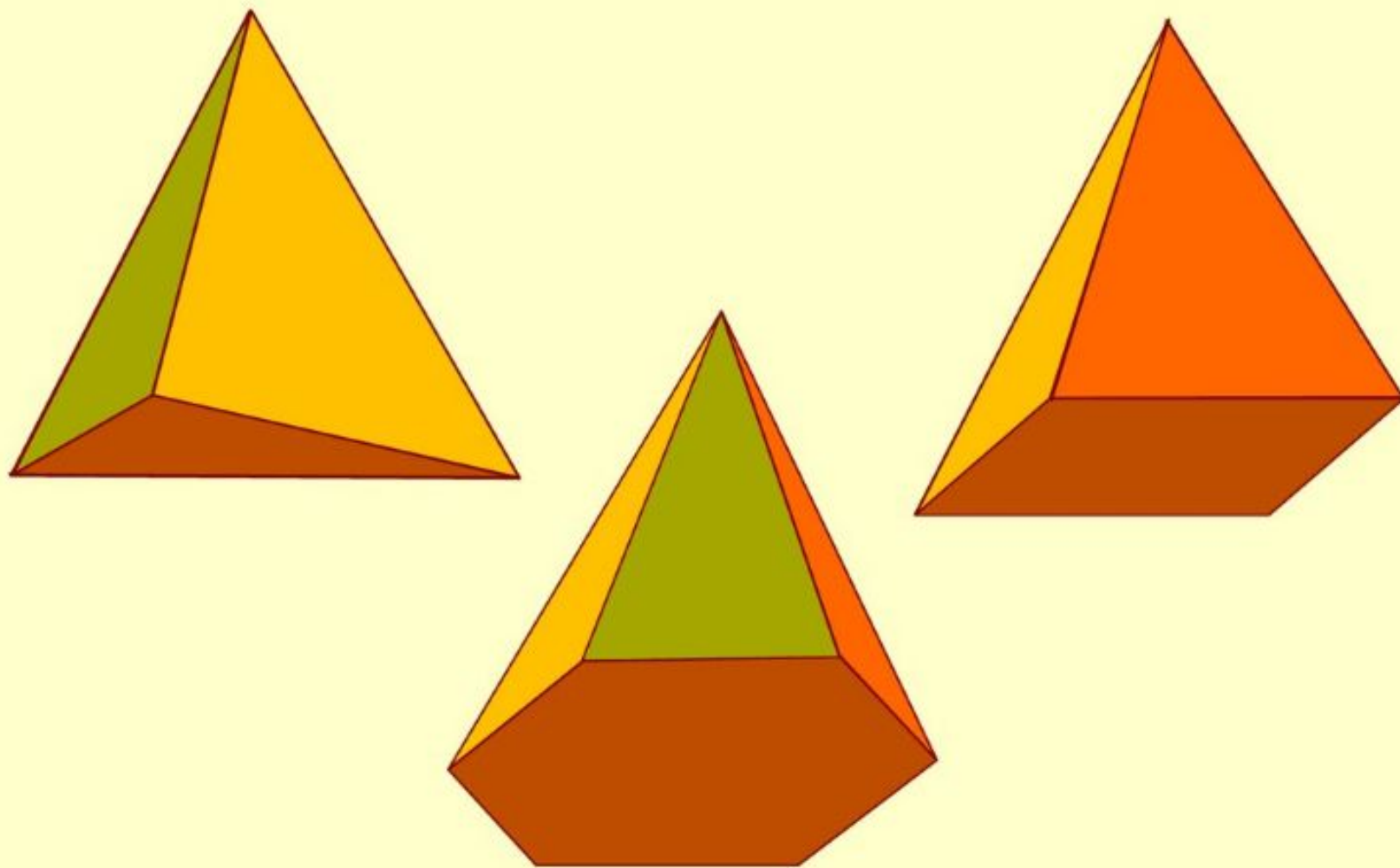


- Пирамида (др. греч. πυραμίς) – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину.
- Пирамида называется правильной, если основанием её является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.
- Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины.



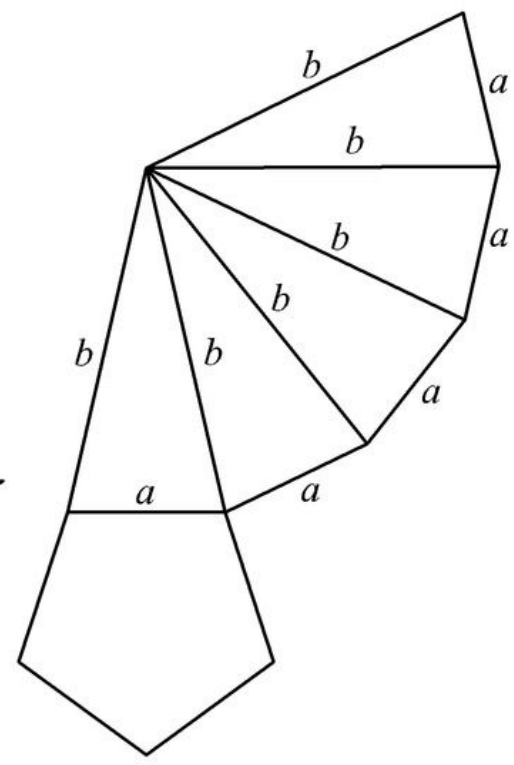
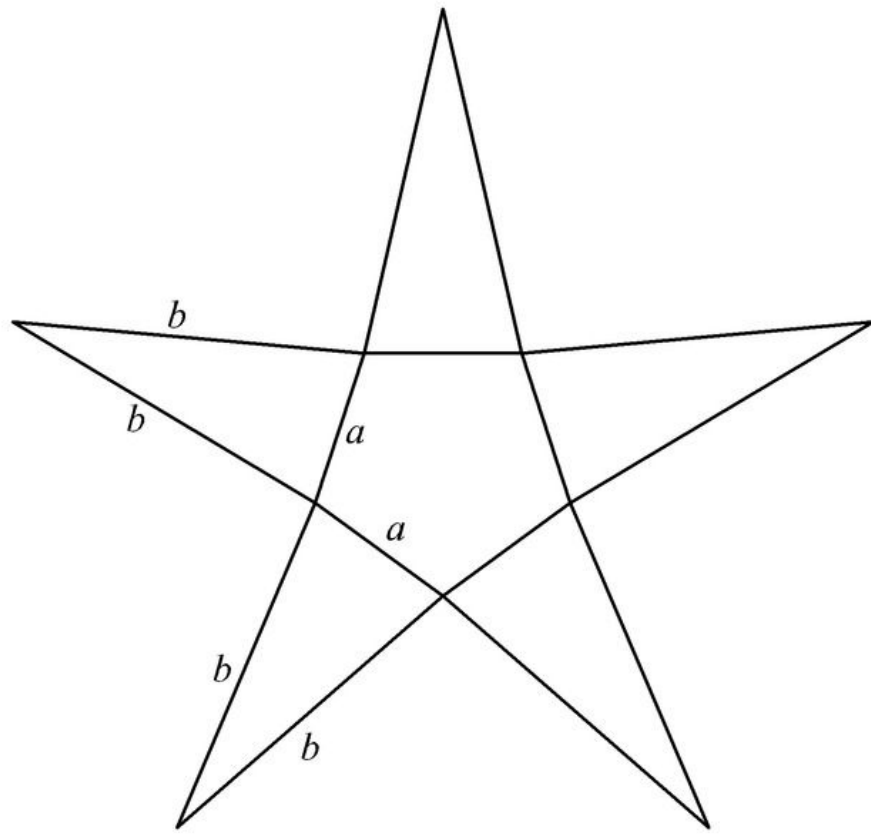
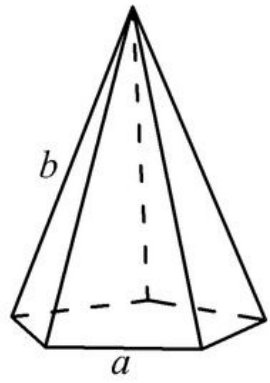
A – вершина пирамиды;
 AB, AC, AD, AE – ребра
 пирамиды;
 ADE, AEB, ABC, ACD –
 боковые грани пирамиды;
 BCDE – основание пирамиды;
 AG – высота;
 AF – апофема;
 AEC – диагональное сечение.

Виды пирамид



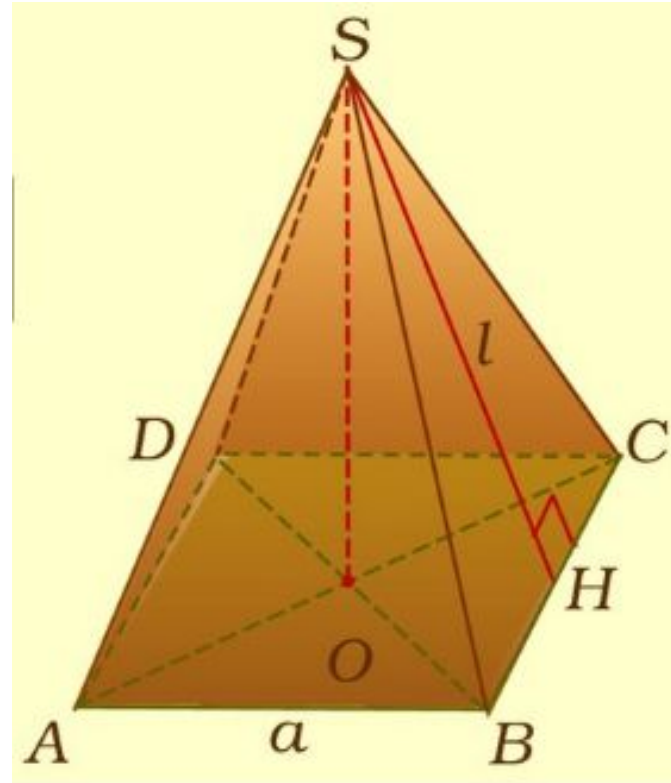
Свойства пирамиды

- Все диагонали пирамиды принадлежат ее граням.
- Если все боковые рёбра равны, то:
 - вокруг основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
 - боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы;
 - также верно и обратное, то есть если боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы, или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые рёбра пирамиды равны.
- Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:
 - в основание пирамиды можно вписать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
 - высоты боковых граней равны;
 - площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.



- Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площадей основания и боковой поверхности.

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$$



- Объём пирамиды может быть вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{3}Sh,$$

- где S — площадь основания и h — высота;

- $$V = \frac{1}{6}V_p,$$

- где V_p — объём параллелепипеда;

-

- Также объём треугольной пирамиды (тетраэдра) может быть вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{6} a_1 a_2 d \sin \varphi,$$

- где a_1, a_2 — скрещивающиеся рёбра, d — расстояние между a_1 и a_2 , α — угол между a_1 и a_2 ;

- Для нахождения площади боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:

$$S_b = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 \sin\alpha$$

- где a — апофема, P — периметр основания, n — число сторон основания, b — боковое ребро, α — плоский угол при вершине пирамиды.

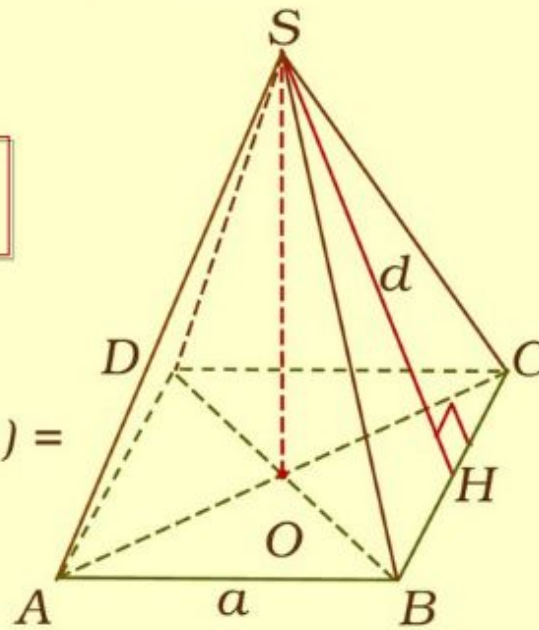
Теорема о площади боковой поверхности правильной пирамиды

- Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофем

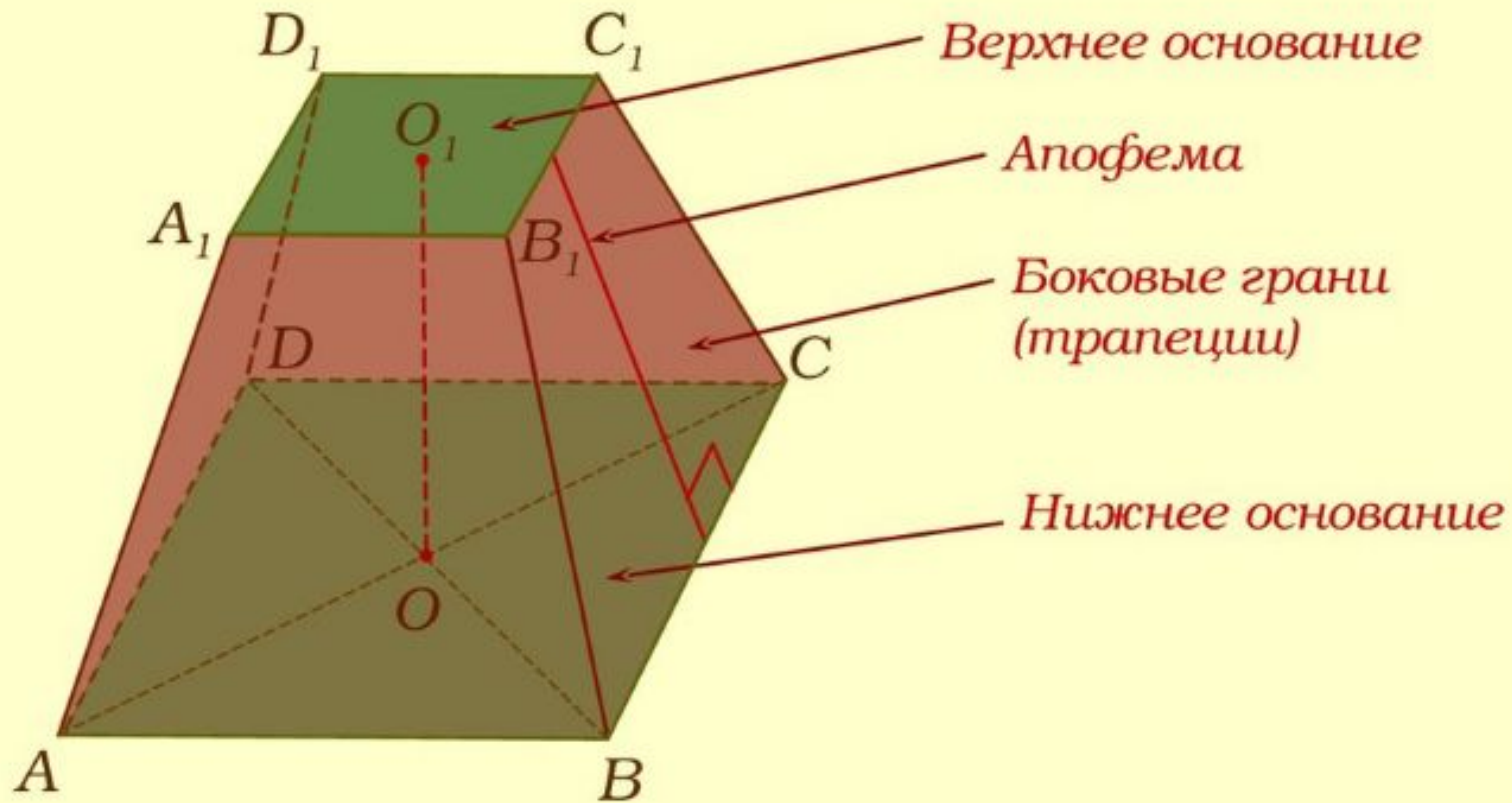
$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot SH$$

Док - во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок.}} &= (\frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ad + \dots) = \\ &= \frac{1}{2}d \underbrace{(a + a + a + \dots)}_{P_{\text{осн.}}} = \frac{1}{2}P_{\text{осн.}} d \end{aligned}$$

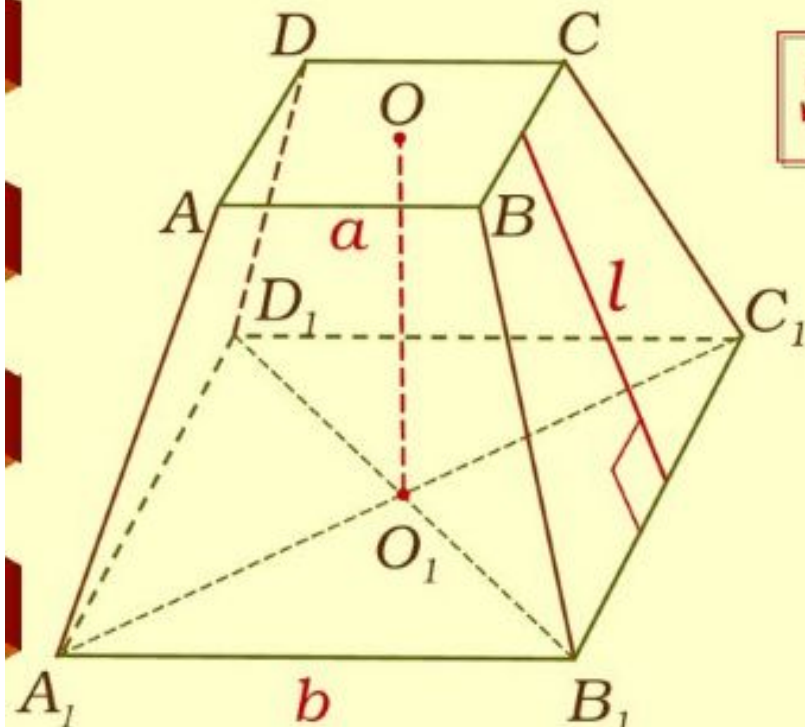


Усеченная четырехугольная пирамида



Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему.

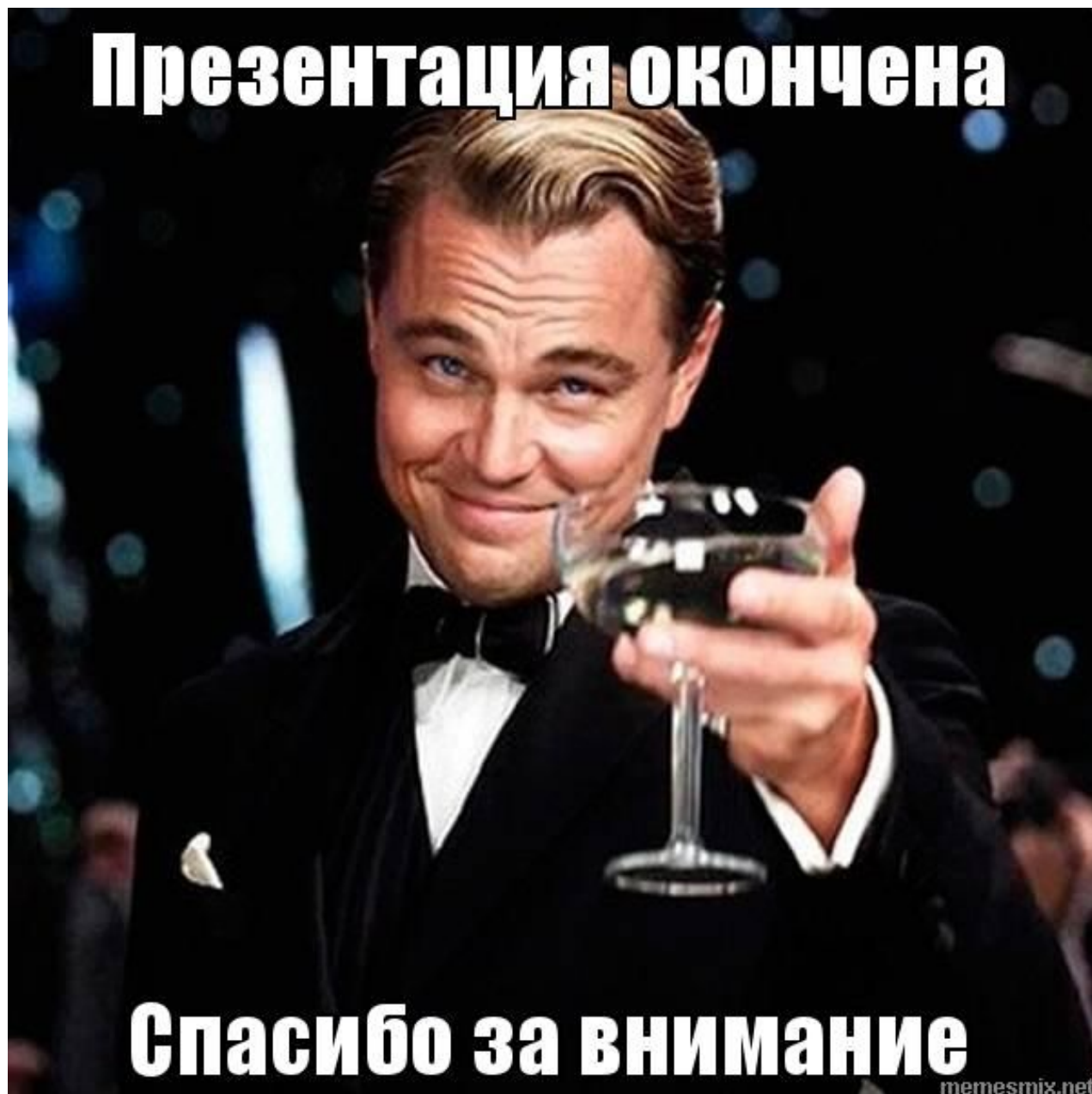


$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_{1\text{осн.}} + P_{2\text{осн.}}) \cdot l$$

Док - во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= (\frac{1}{2}(a+b)l + \frac{1}{2}(a+b)l + \\ &+ \frac{1}{2}(a+b)l + \dots) = \\ &= \frac{1}{2}l((a+a+\dots)+(b+b+\dots)) = \\ &= \frac{1}{2}(P_{1\text{осн.}} + P_{2\text{осн.}}) \cdot l \end{aligned}$$

Презентация окончена



Спасибо за внимание