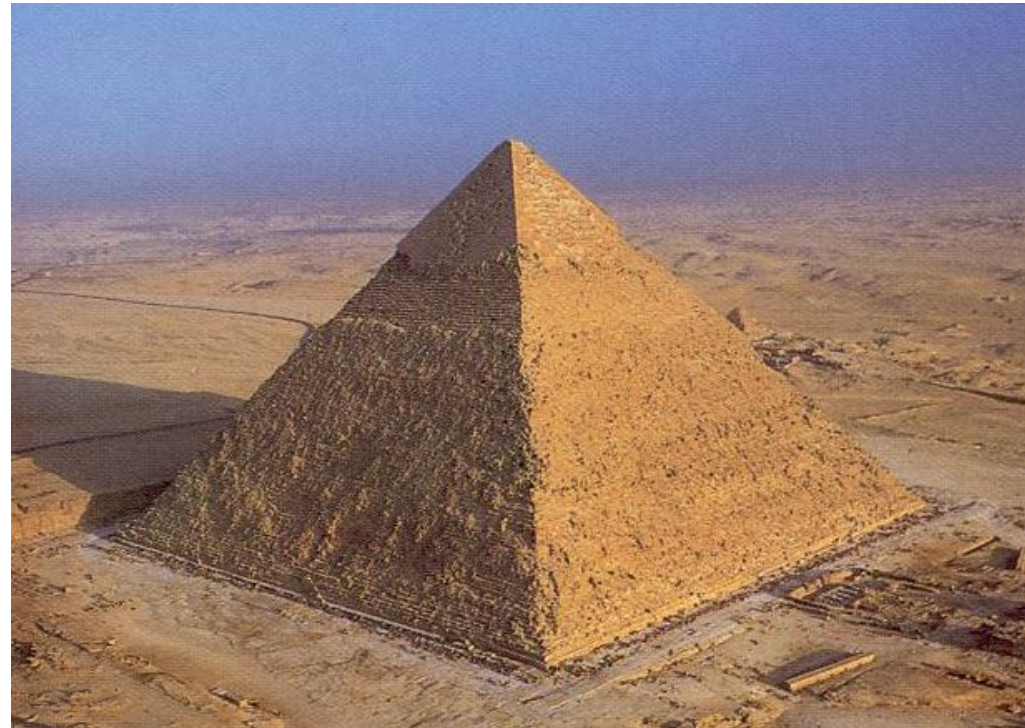
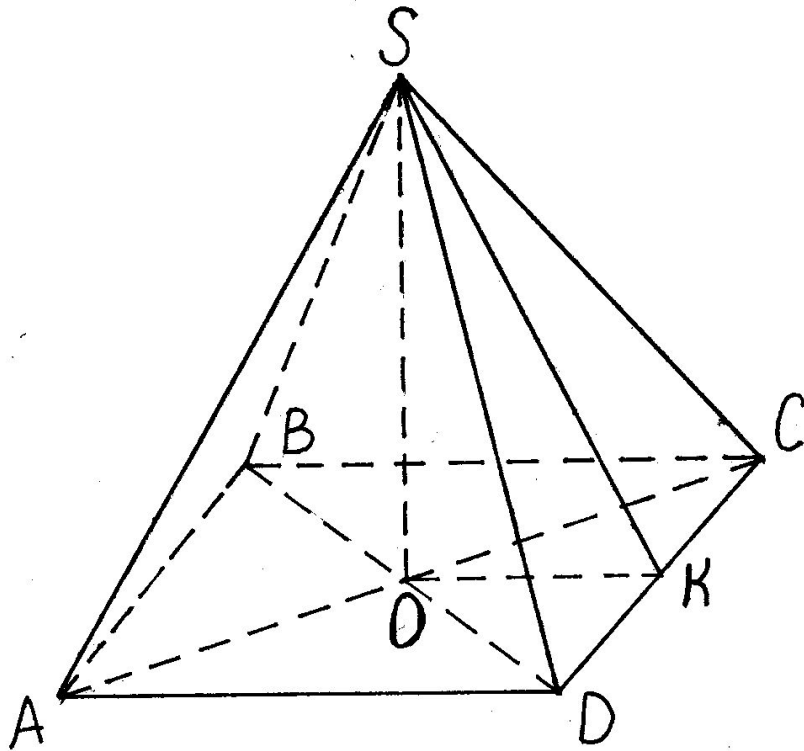
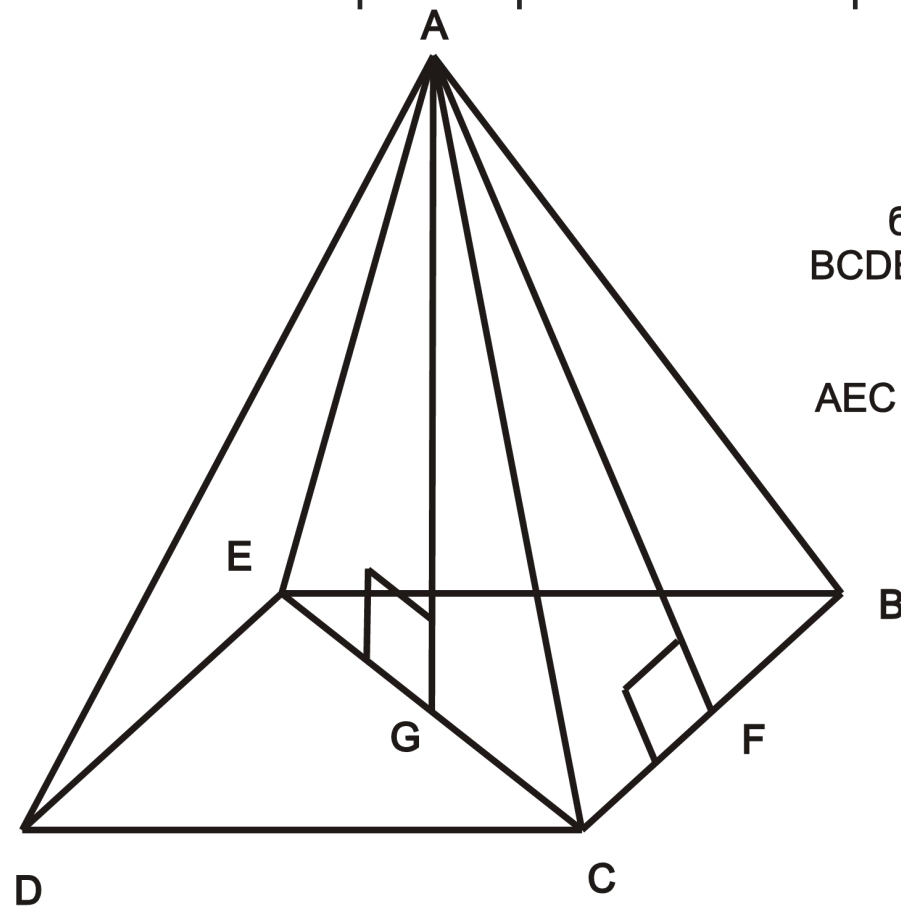


# Пирамида. Элементы, виды, основные формулы

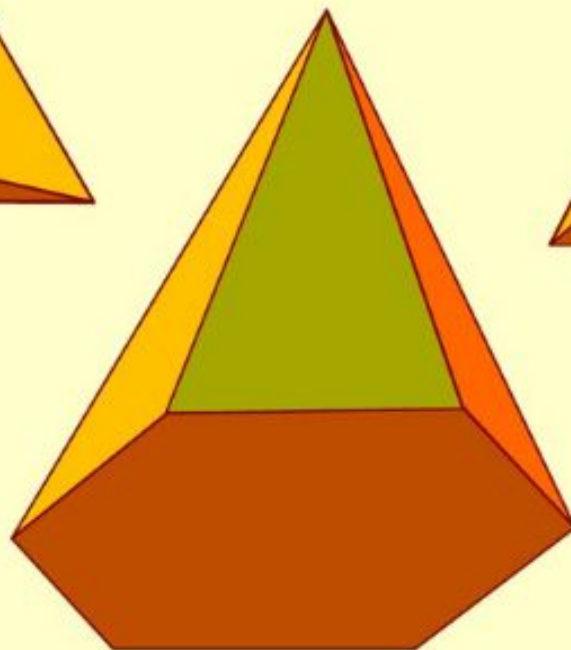
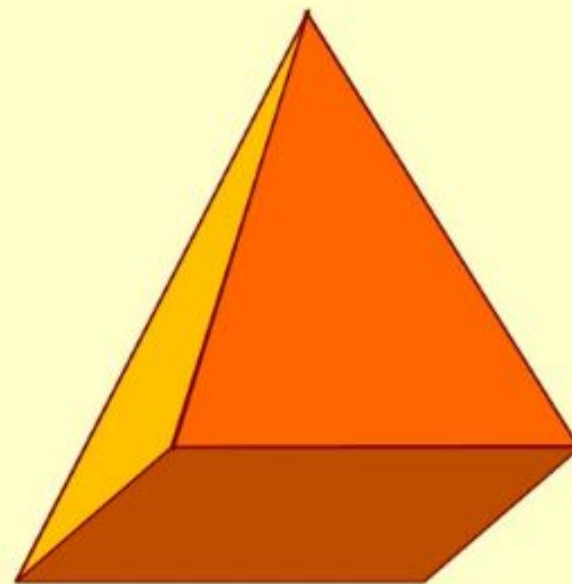
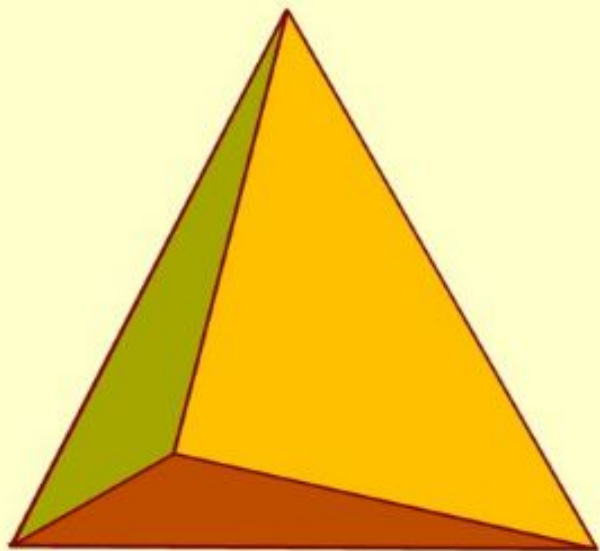


- Пирамида (др. греч.  $\tau\upsilon\rho\alpha\mu\acute{\iota}\varsigma$ ) – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину.
- Пирамида называется правильной, если основанием её является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.
- Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины.



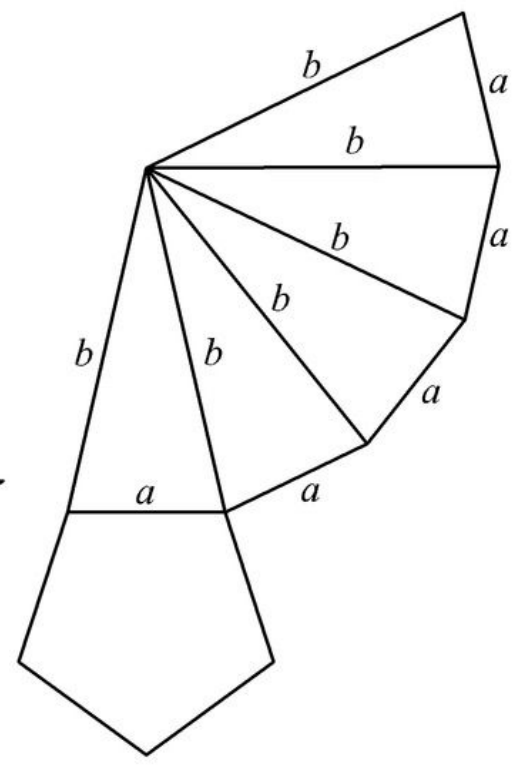
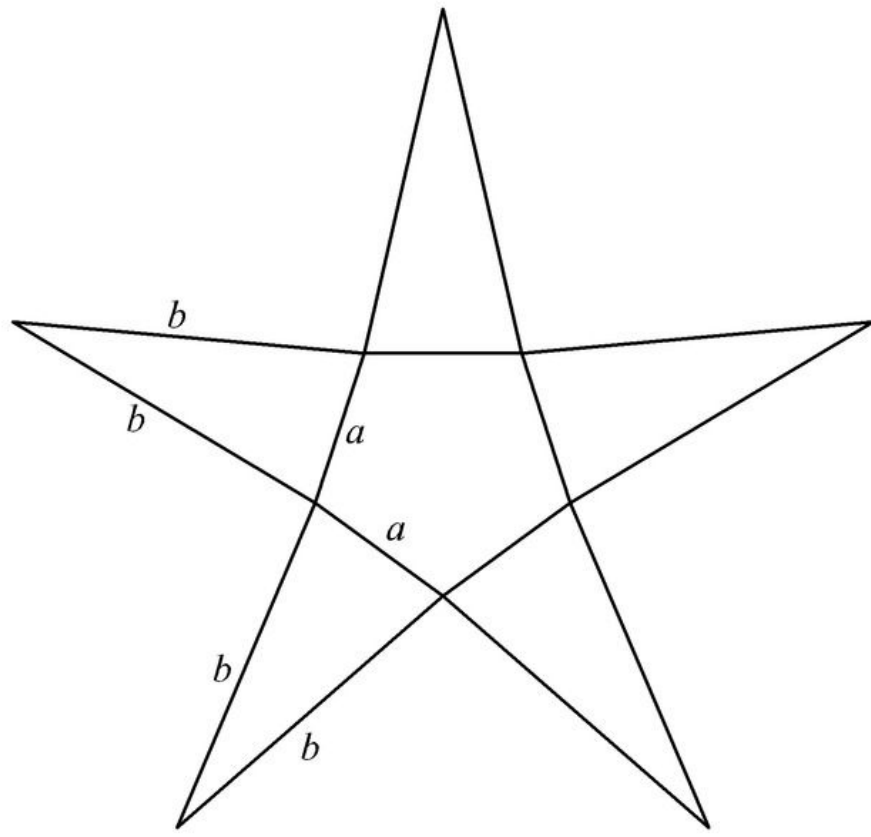
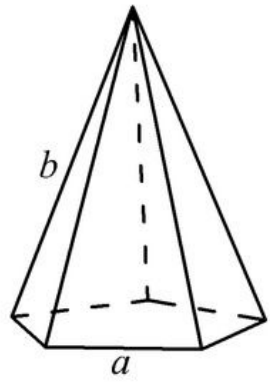
A – вершина пирамиды;  
 AB, AC, AD, AE – ребра  
 пирамиды;  
 ADE, AEB, ABC, ACD –  
 боковые грани пирамиды;  
 BCDE – основание пирамиды;  
 AG – высота;  
 AF – апофема;  
 AEC – диагональное сечение.

# Виды пирамид



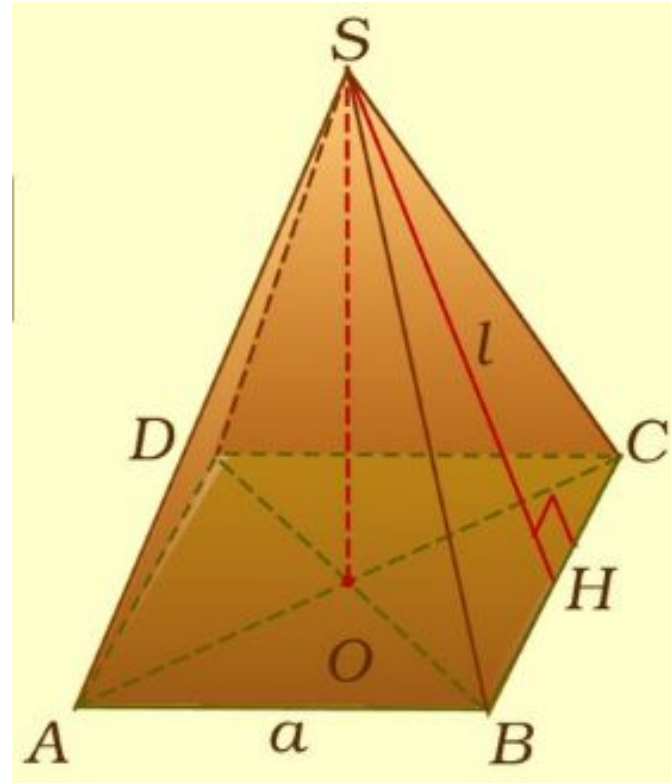
# Свойства пирамиды

- Все диагонали пирамиды принадлежат ее граням.
- Если все боковые рёбра равны, то:
  - вокруг основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
  - боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы;
  - также верно и обратное, то есть если боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы, или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые рёбра пирамиды равны.
- Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:
  - в основание пирамиды можно вписать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
  - высоты боковых граней равны;
  - площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.



- Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площадей основания и боковой поверхности.

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$$



- Объём пирамиды может быть вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{3}Sh,$$

- где  $S$  — площадь основания и  $h$  — высота;

- $$V = \frac{1}{6}V_p,$$

- где  $V_p$  — объём параллелепипеда;

-

- Также объём треугольной пирамиды (тетраэдра) может быть вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{6} a_1 a_2 d \sin \varphi,$$

- где  $a_1, a_2$  — скрещивающиеся рёбра,  $d$  — расстояние между  $a_1$  и  $a_2$ ,  $\alpha$  — угол между  $a_1$  и  $a_2$ ;



- Для нахождения площади боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:

$$S_b = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 \sin\alpha$$

- где  $a$  — апофема,  $P$  — периметр основания,  $n$  — число сторон основания,  $b$  — боковое ребро,  $\alpha$  — плоский угол при вершине пирамиды.

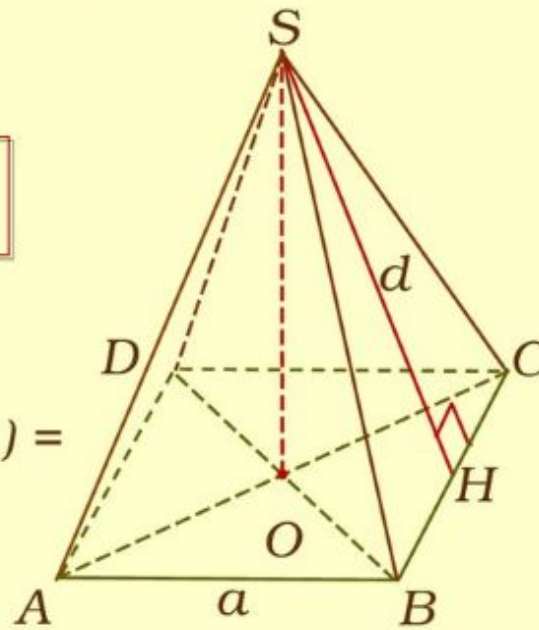
# Теорема о площади боковой поверхности правильной пирамиды

- Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофем

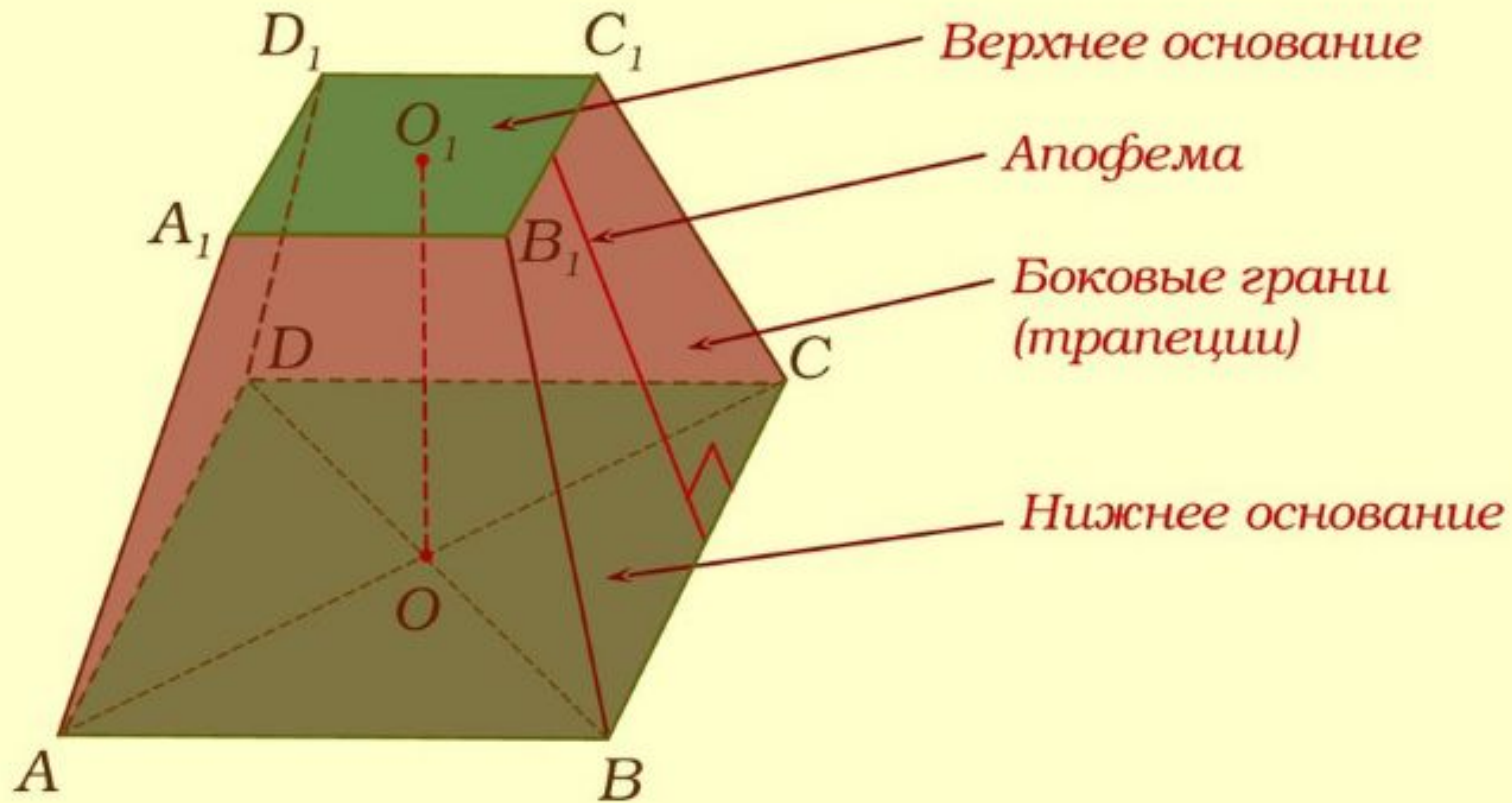
$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot SH$$

Док - во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок.}} &= (\frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ad + \dots) = \\ &= \frac{1}{2}d \underbrace{(a + a + a + \dots)}_{P_{\text{осн.}}} = \frac{1}{2}P_{\text{осн.}} d \end{aligned}$$

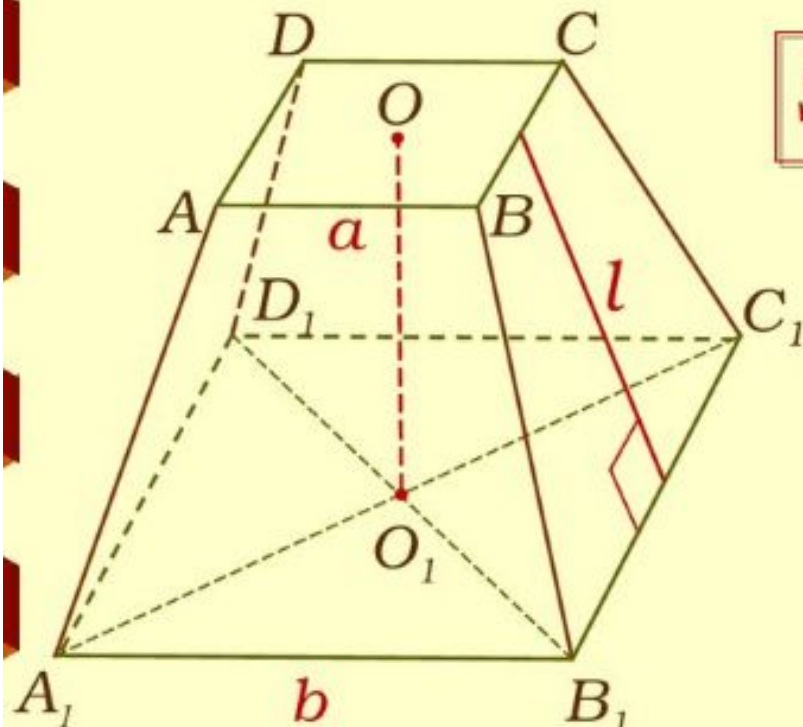


# Усеченная четырехугольная пирамида



# Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему.

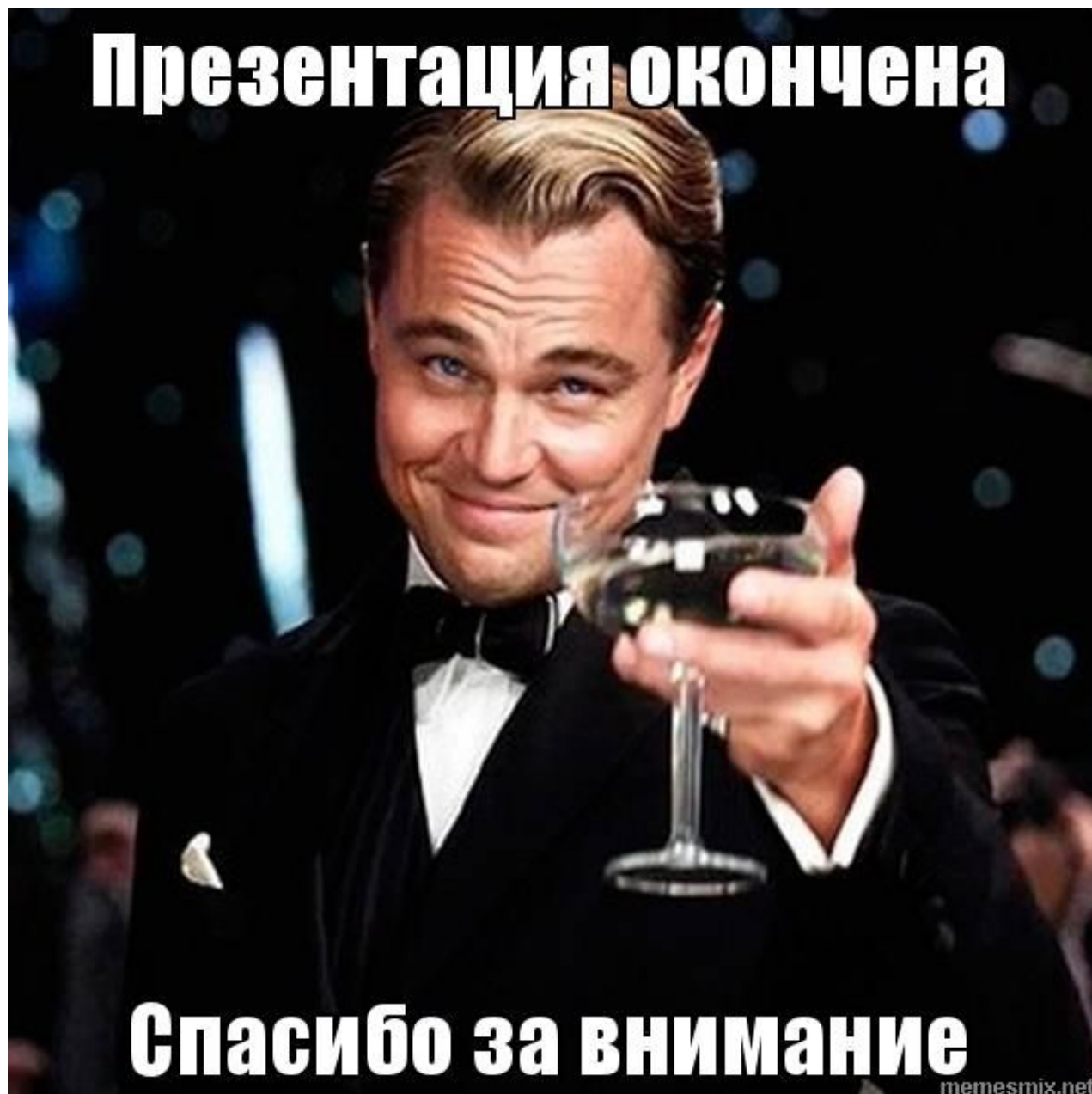


$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_{1\text{осн.}} + P_{2\text{осн.}}) \cdot l$$

Док - во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= (\frac{1}{2}(a+b)l + \frac{1}{2}(a+b)l + \\ &+ \frac{1}{2}(a+b)l + \dots) = \\ &= \frac{1}{2}l((a+a+\dots)+(b+b+\dots)) = \\ &= \frac{1}{2}(P_{1\text{осн.}} + P_{2\text{осн.}}) \cdot l \end{aligned}$$

**Презентация окончена**



**Спасибо за внимание**