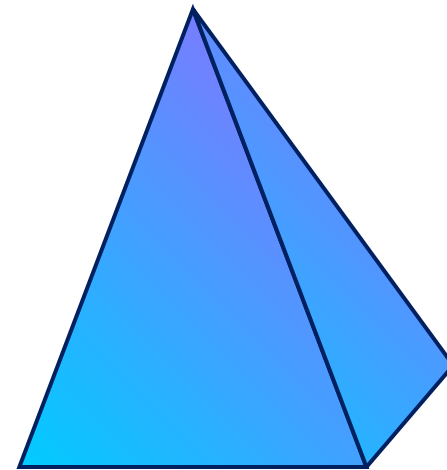
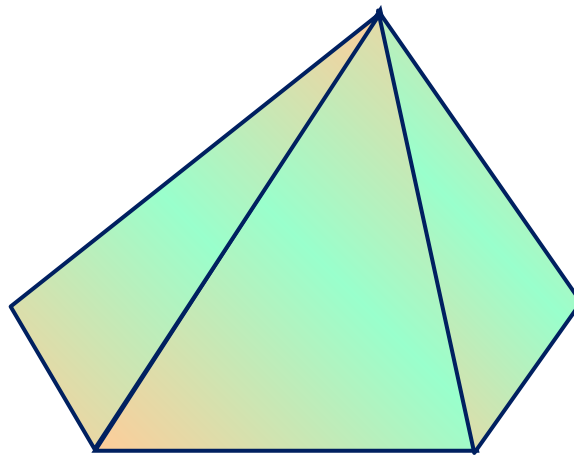
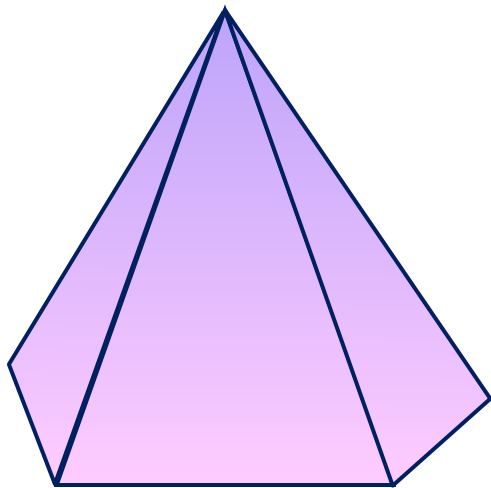
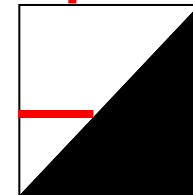


# ПИРАМИДА



---

Автор: Карсанова Алина, ученица 10Б



# Содержание

- Определение пирамиды
- Площадь пирамиды
- Правильная пирамида
- Свойство пирамиды
- Апофема
- Теорема о площади боковой поверхности правильной пирамиды
- Усеченная пирамида
- Правильная усеченная пирамида
- Теорема о площади боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

# Определение

**Пирамида** – многогранник,  
составленный из  $n$  - угольника

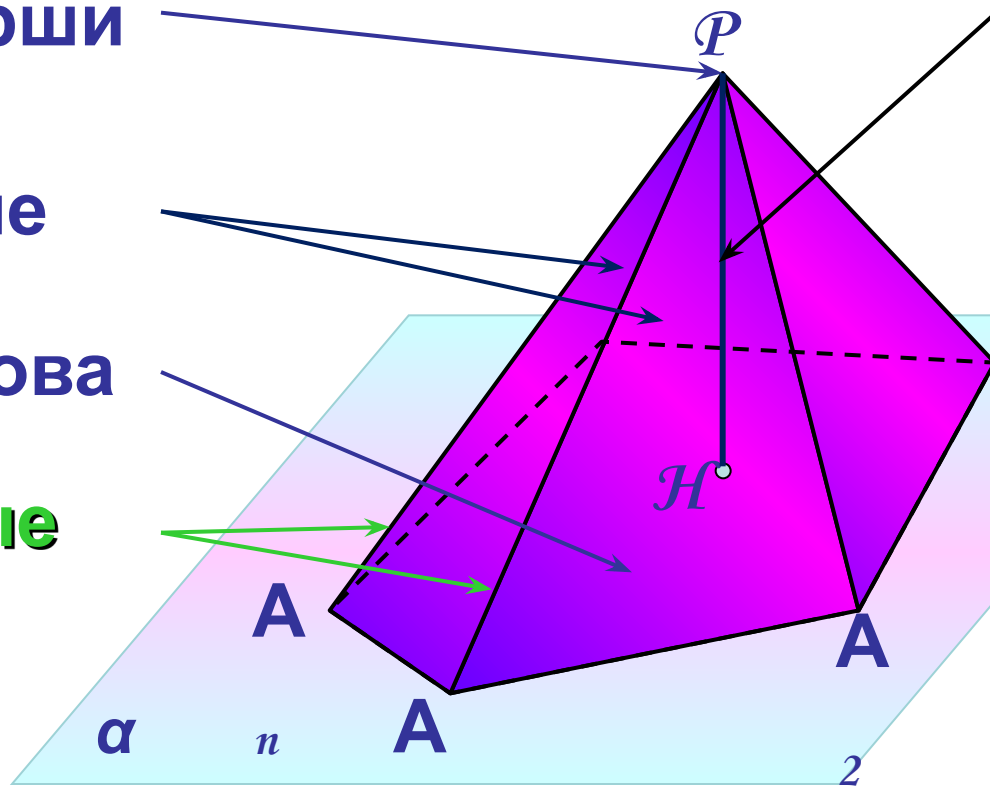
$A_1 A_2 \dots A_n$  и  $n$  треугольников

Верши  
на

Боковые  
границы

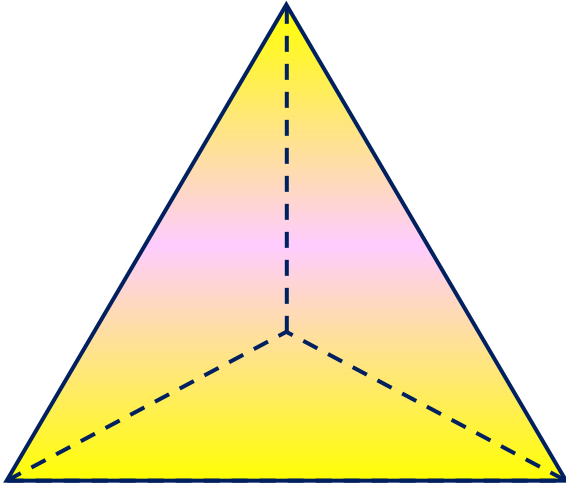
Основание

Боковые  
ребра

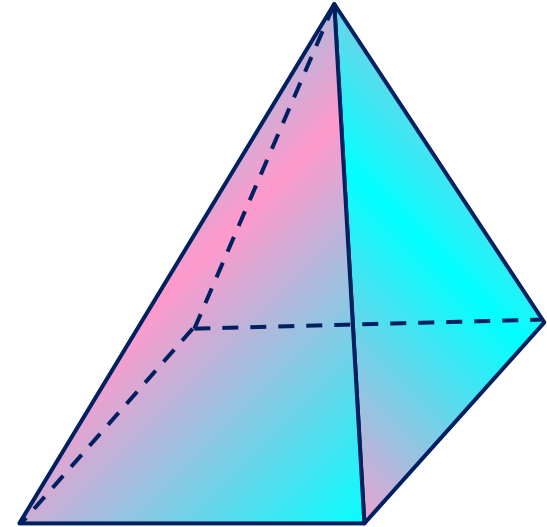


**Высота** –  
перпендику  
ляр,  
проведенн  
ый из  
вершины  
пирамиды  
к  
плоскости  
основания

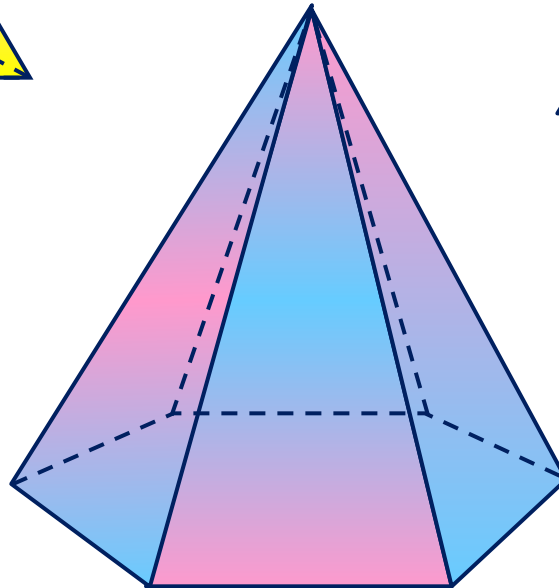
# Пирамиды



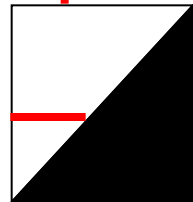
**Треугольная  
пирамида  
(тетраэдр)**



**Четырехугол  
ьная  
пирамида**



**Шестиугольна  
я пирамида**



# Площадь пирамиды

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} +$$

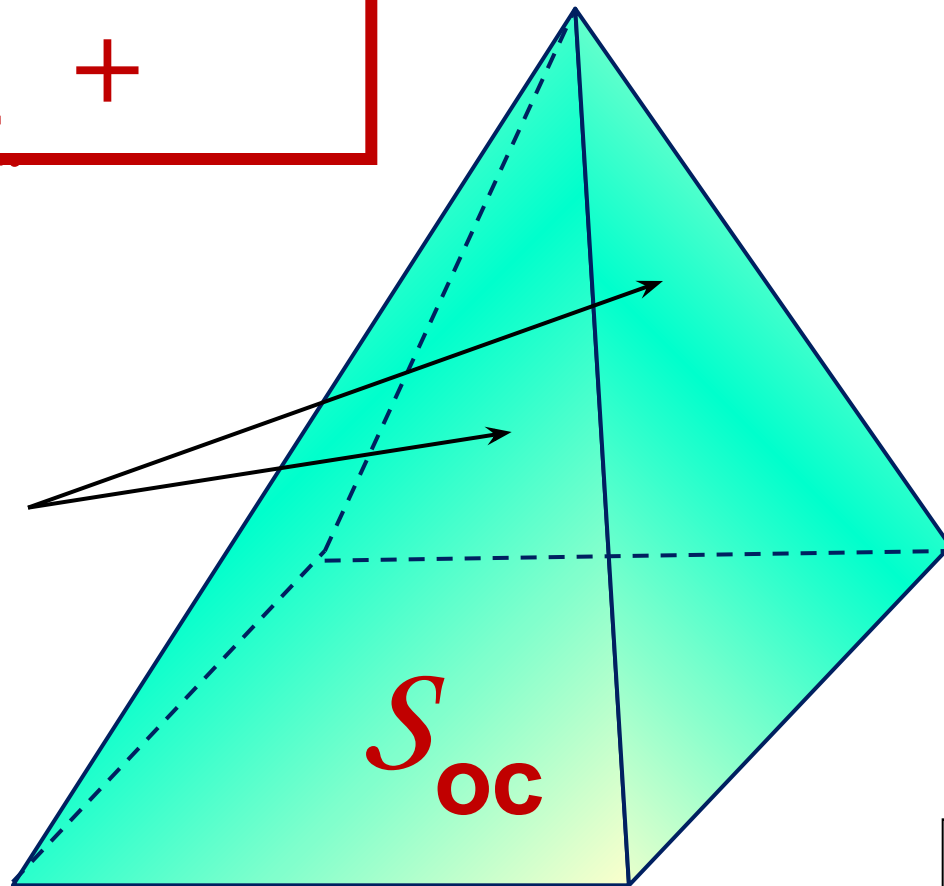
$S_{\text{осн.}}$

$S_{\text{бо}}$

к.

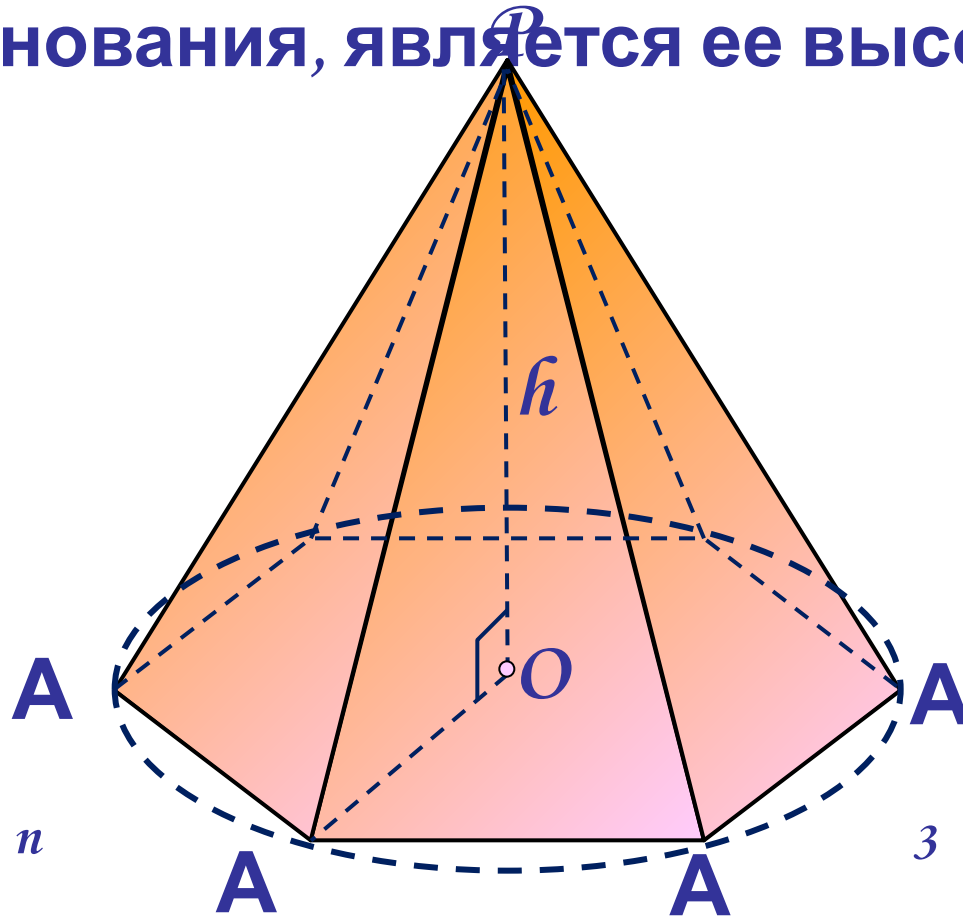
$S_{\text{ос}}$

н.



# Правильная пирамида

Пирамида называется **правильной**, если ее основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой



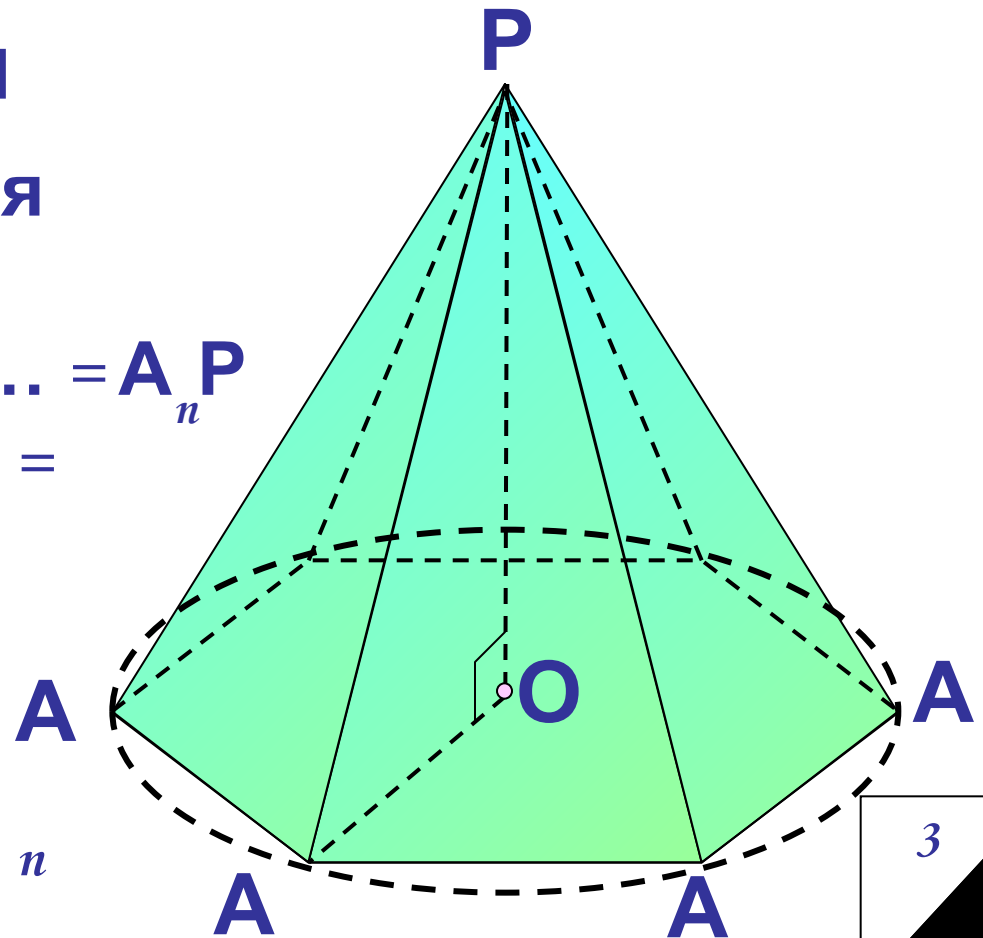
◀ Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными

треугольниками  
дано:

$PA_1A_2\dots A_n$  – правильная пирамида

Док - ть: 1)  $PA_1 = PA_2 = \dots = PA_n$

2)  $\triangle PA_1A_2 = \triangle PA_2A_3 = \dots = \triangle PA_{n-1}A_n$  – р/б



# Док – во:

1) Рассмотрим  $\triangle OPA_1$  – п/у

PO – высота  $h$ ,  $OA_1$  – радиус описанной окружности  $\mathcal{R}$

По теореме Пифагора:

$$A_1P = \sqrt{h^2 + \mathcal{R}^2}$$

$$A_2P = \sqrt{h^2 + \mathcal{R}^2} \text{ – любое боковое ребро}$$

2) т. к.  $\angle PA_1A_1 = \angle PA_2A_2 = \dots = \angle PA_nA_n$ ,

поэтому

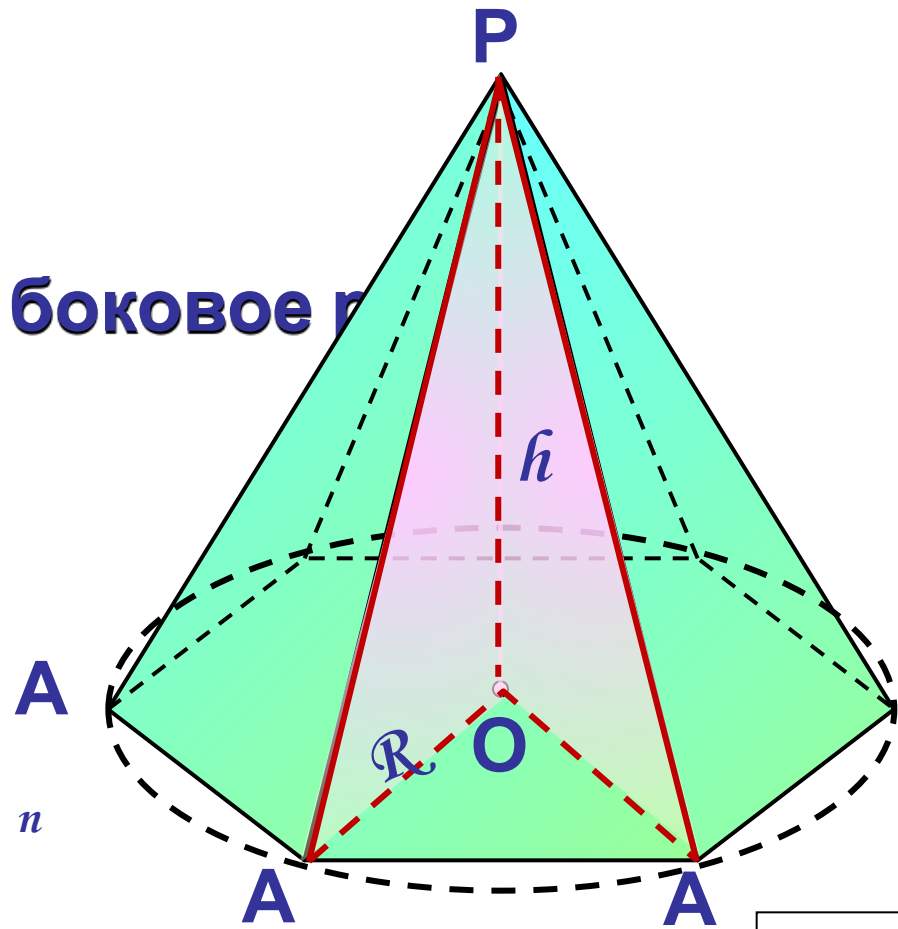
Боковые грани – р/б  $\triangle$

Основания этих  $\triangle$

равны:

$$A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-1}A_n$$

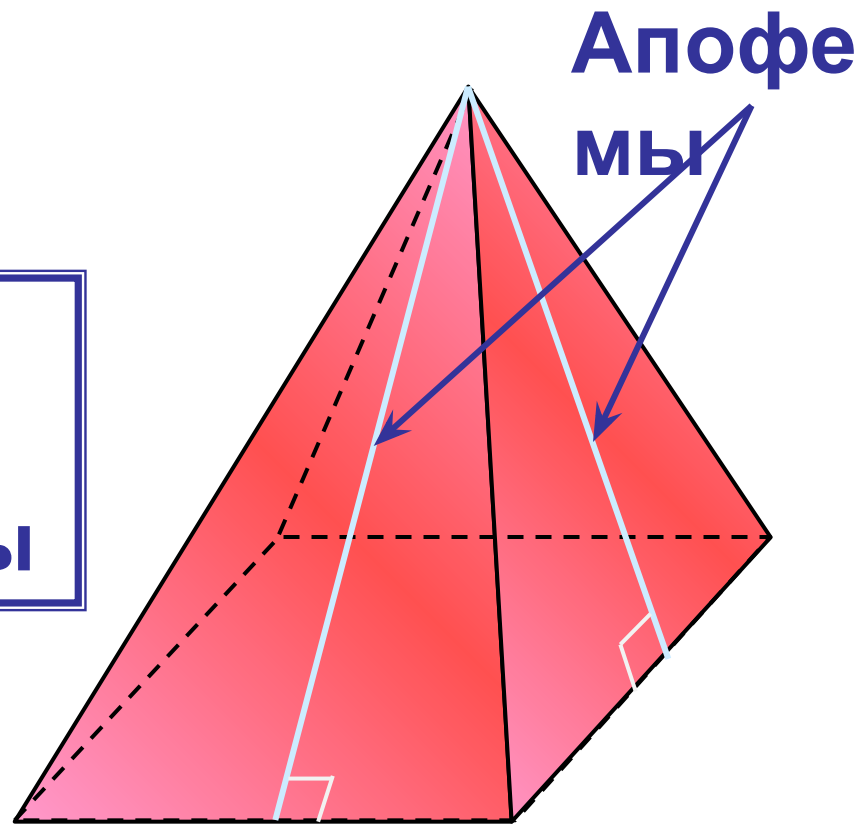
$$\text{т. к. } A_1A_2 \dots A_n \Rightarrow \triangle A_1A_2P = \dots = \triangle A_{n-1}A_nP \text{ – р/б}$$





**Апофема** – высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины

Все апофемы  
правильной  
пирамиды равны  
друг другу



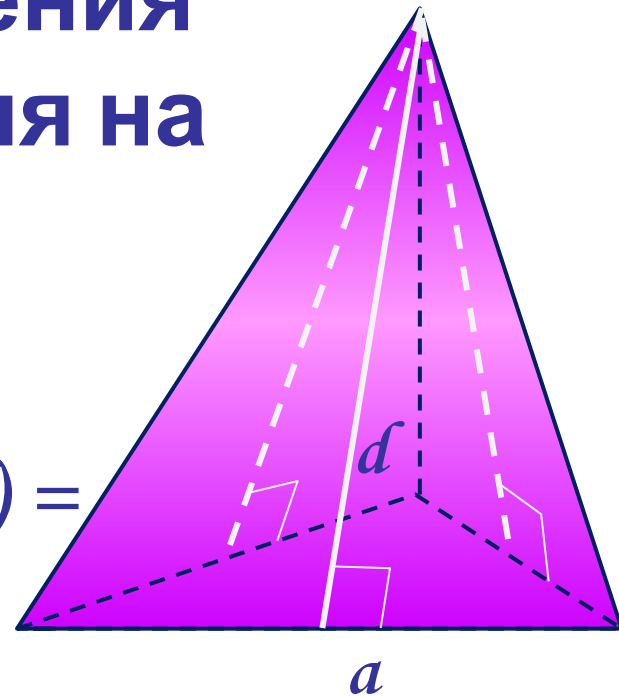
# Теорема о площади боковой поверхности правильной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}dP$$

Док – во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= (\frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ad + \frac{1}{2}ad) = \\ &= \frac{1}{2}d(a + a + a) = \frac{1}{2}dP \end{aligned}$$



# Усеченная пирамида

многогранник,

образованный пирамидой и её сечением, параллельным

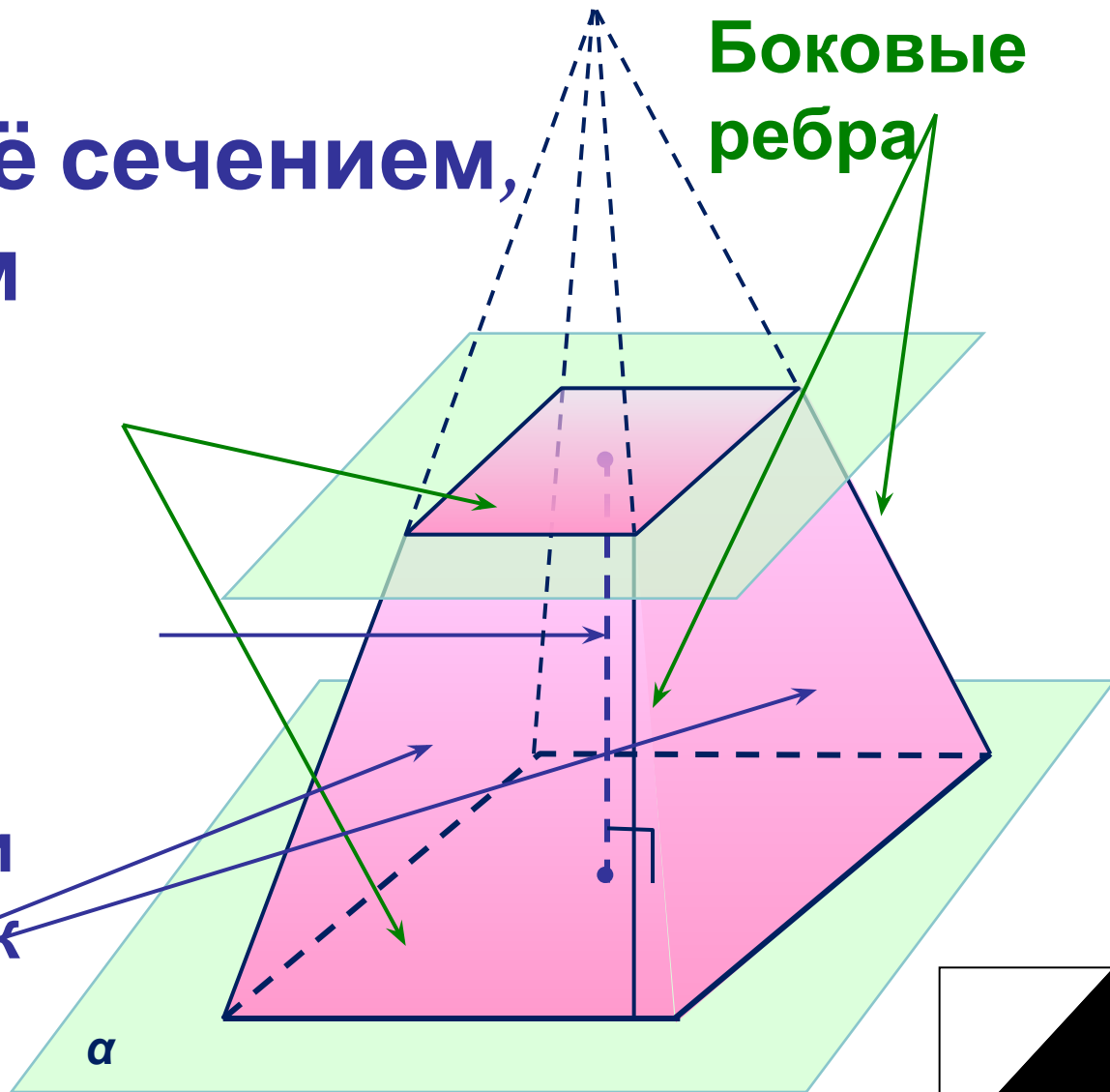
основанию

Нижнее и верхнее основания

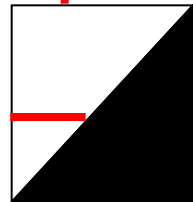
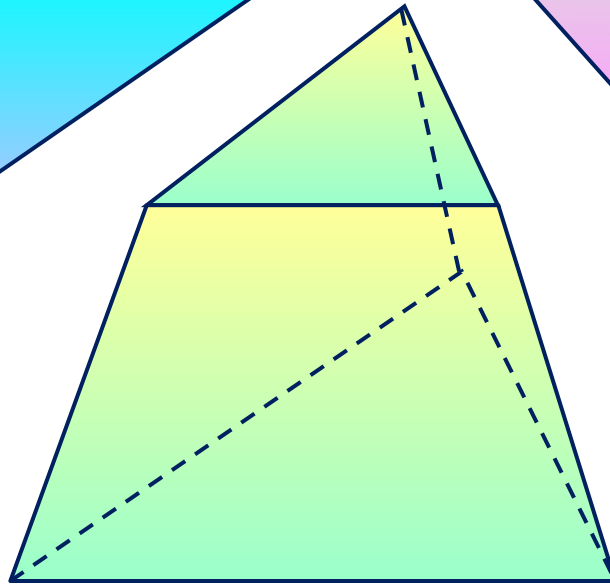
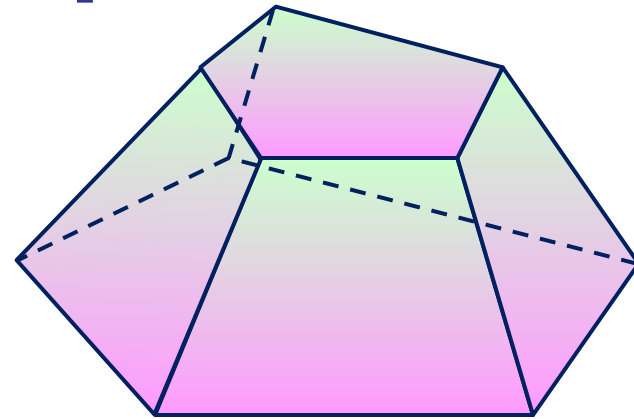
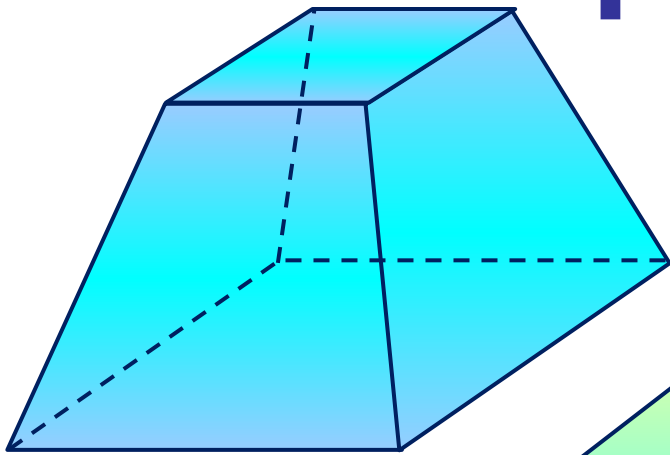
Высота

(перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания)

Боковые ребра



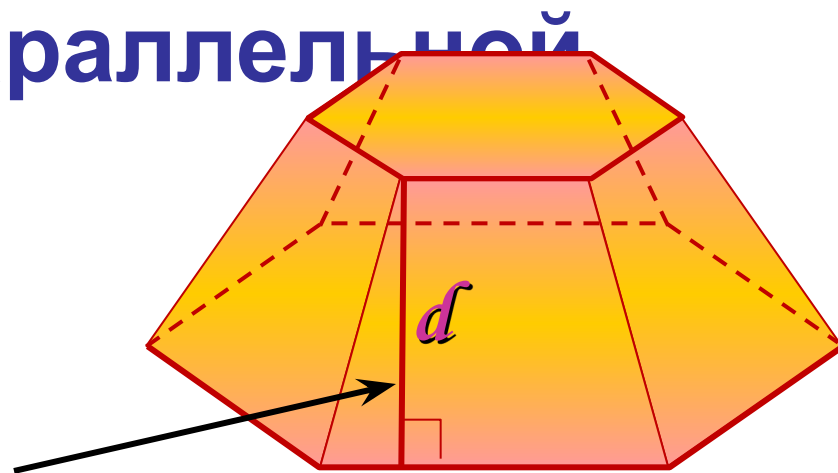
# Все боковые грани усеченной пирамиды - трапеции



←

Усеченная пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

Апофема  $d$  правильной усеченной пирамиды



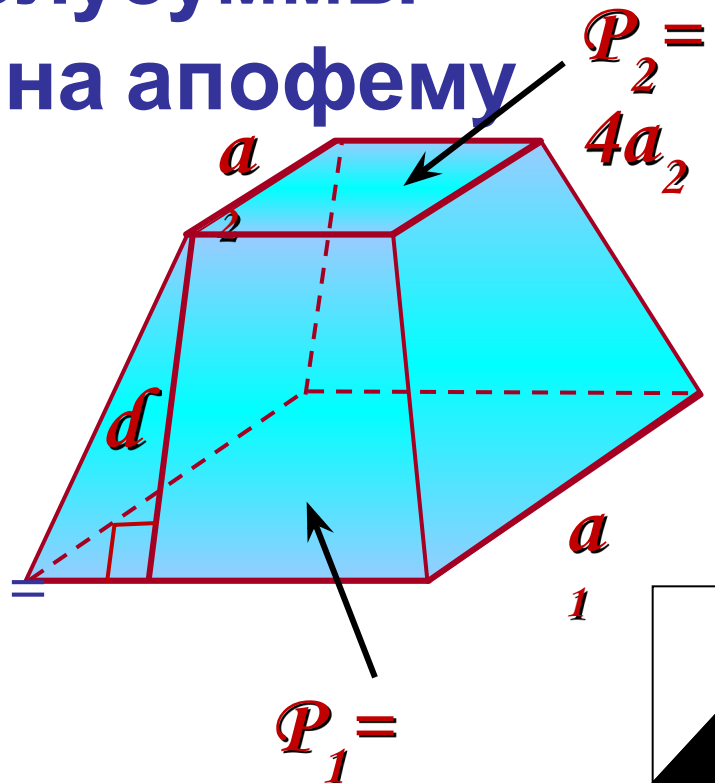
# Теорема о площади боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$$

Док – во:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= \frac{1}{2}d(a_1 + a_2) + \frac{1}{2}d(a_1 + a_2) + \\ &+ \frac{1}{2}d(a_1 + a_2) + \frac{1}{2}d(a_1 + a_2) = \\ &= \frac{1}{2}d(a_1 + a_2 + a_1 + a_2 + a_1 + a_2 + a_1 + a_2) = \\ &= \frac{1}{2}d(4a_1 + 4a_2) = \frac{1}{2}d(P_1 + P_2) \end{aligned}$$



# **Презентация подготовлена по материалам**

□ *сайта <http://ru.wikipedia.org>*

□ *учебника для  
общеобразовательных учреждений  
«Геометрия 10-11 классы» (Авторы Л.  
С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б.  
Кадомцев, Л. С. Киселева, Э. Г.  
Поздняк)*