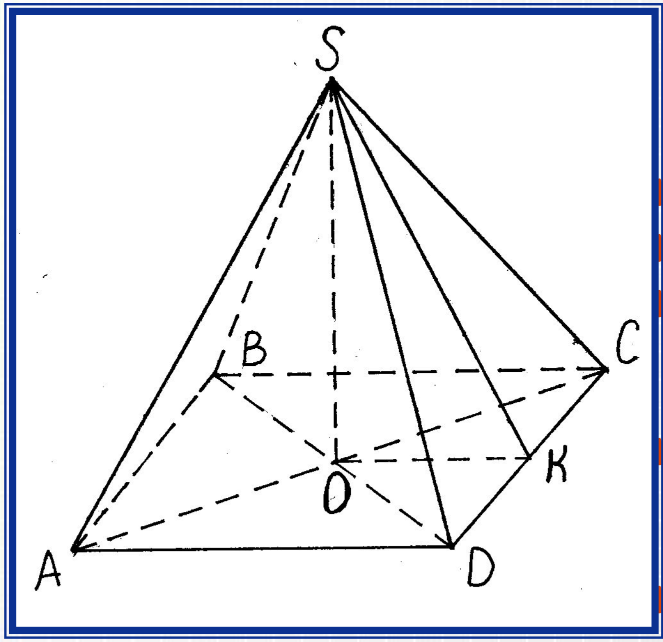
Пирамиды

Выполнила Емельянова
Валентина

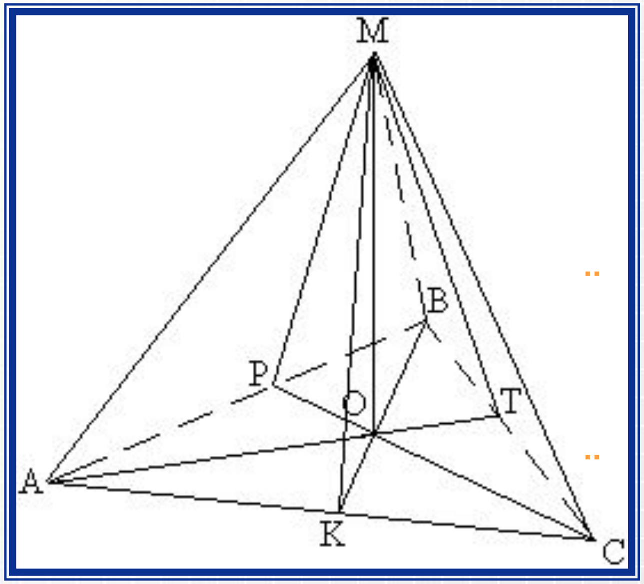
Что такое?



- *Пирамидой* (SABCD) называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника - *основания пирамиды* (ABCD), точка S, не лежащая в плоскости основания, - *вершиной пирамиды* и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.
- Треугольники SAB, SBC, SCD, SDA - *боковые грани*.
- Прямые SA, SB, SC, SD - *боковые ребра* пирамиды.
- Перпендикуляр SO, опущенный из вершины на основание, называется *высотой* пирамиды и обозначается *H*.
- Пирамида называется *правильной*, если ее основание - правильный многоугольник, а высота ее проходит через центр основания.
- Боковые грани правильной пирамиды - равнобедренные треугольники, равные между собой.
- Высота боковой грани правильной пирамиды - *апофема* пирамиды.
- Треугольная пирамида называется *тетраэдром*.

Правильная пирамида

Отметим некоторые свойства правильной n-угольной пирамиды на примере треугольной пирамиды.Как известно центр правильного треугольника совпадает с центром вписанной и описанной окого него окружности. Поэтому отрезки AO, BO и CO равны как радиусы. Поэтому прямоугольные треугольники AOM, BOM и COM равны по двум катетам (MO-общая). Из равенства этих треугольников следует равенство соответствующих сторон: AM=BM=CM



Свойство 1: В правильной n-угольной пирамиде все боковые ребра равны между собой.
Из равенства ребер следует и равенство боковых граней. Треугольники ABM, BCM и ACM равны по трем сторонам.

Свойство 2: Все боковые грани правильной n-угольной пирамиды суть равные равнобедренные треугольники, поэтому все плоские углы при вершине равны, все плоские углы при основании равны.
Из равенства прямоугольных треугольников OPM, OTM и OKM (OT=OP=OK как радиусы вписанной окружности; MO - общая) следует равенство всех двугранных углов при основании пирамиды POPM=POTM=POKM

Свойство 3: В правильной n-угольной пирамиде все двугранные углы при основании равны.

Формулы для пирамид

- *Площадью полной поверхности* пирамиды называется сумма площадей всех её граней

$$S_{полн}=S_{бок}+S_{осн};$$

- *Площадь боковой поверхности пирамиды* – сумма площадей её боковых граней;
- *Площадь боковой грани*

$$S_{бок.гр}=1/2 \times m \times \backslash g \backslash,$$

где m – апофема, \g\ - основание грани;

- *Теорема:* Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему

$$S_{бок}=1/2 \times (P_{осн} \times m),$$

где m – апофема, P – периметр многоугольника основания;

- *Объём пирамиды*

$$V=(1/3) \times S_{осн} \times h.$$

Задача

- **Задача1:** ***Основание пирамиды – треугольник, две стороны которого равны 1 и 2, а угол между ними равен 60°. Каждое боковое ребро равно $\sqrt{13}$.***

Найдите объем пирамиды.

Решение. Так как все ребра (боковые) пирамиды равны, они одинаково наклонены к основанию, и вершина пирамиды проектируется в центр описанной вокруг основания окружности. (см. чертеж).

Объем пирамиды: $V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot h$, $S_{осн} = \frac{1}{2}BA \cdot BC \cdot \sin\angle A$, $S_{осн} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Высоту SO можно найти по т. Пифагора например, из треугольника ASO. Для этого нужно найти AO – радиус описанной окружности основания. Воспользуемся теоремой синусов: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$.Но сначала по теореме косинусов найдем сторону ВС: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60°$,

$BC^2 = 1 + 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 3$ ВС= $\sqrt{3}$.

Теперь вычислим радиус описанной окружности: $R = \frac{BC}{2\sin\angle A}$ $R = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3}/2} = 1$

Найдем SO: $SO = \sqrt{AS^2 - AO^2} = \sqrt{13 - 1} = 2\sqrt{3}$.

Вычислим объем: $V = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$.

Ответ: V=1.

А под конец…

Слово «пирамида» в геометрию ввели греки, которые, как полагают, заимствовали его у египтян, создавших самые знаменитые пирамиды в мире. Другая теория выводит этот термин из греческого слова «пирос» (рожь) – считают, что греки выпекали хлебцы, имевшие форму пирамиды