



## Урок 3

Задание 6: планиметрия

## Задание 6: планиметрия

---

- ? Решение прямоугольного треугольника;
- ? Решение равнобедренного треугольника;
- ? Треугольники общего вида;
- ? Параллелограммы;
- ? Трапеция;
- ? Центральные и вписанные углы;
- ? Касательная, хорда, секущая;
- ? Вписанные окружности;
- ? Описанные окружности.



---

$$\sin \alpha = \mp \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \mp \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \mp \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$$

$$\cos \alpha = \mp \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \mp \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \mp \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \mp \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \mp \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \mp \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \mp \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

---



# Тип 1: Решение прямоугольного треугольника

---

- ? 1. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC=4,8$ ,  $\sin A = 7/25$ . Найдите  $AB$ .
- ? 2. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC=2$ ,  $\sin A = \sqrt{17}/17$ . Найдите  $BC$ .
- ? 3. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 24$ ,  $BC = 7$ . Найдите  $\sin A$



## Тип 1: Решение прямоугольного треугольника

---

- ? 4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $AB=13$ ,  $\operatorname{tg} A=1/5$ . Найдите  $AH$ .
- ? 5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $BC = 8$ ,  $\sin A = 0.5$ . Найдите  $BH$ .
- ? 6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , высота  $CH$  равна 7,  $BH=24$ . Найдите  $\cos A$ .



## Тип 1: Решение прямоугольного треугольника

---

- ? 7. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10.
- ? 8. В треугольнике  $ABC$  угол  $ACB$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $58^\circ$ ,  $CD$  – медиана. Найдите угол  $ACD$ .  
Ответ дайте в градусах.



## Тип 1: Решение прямоугольного треугольника

---

- ? 9. Острые углы прямоугольного треугольника равны  $24^\circ$  и  $66^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.
- ? 10. Один из углов прямоугольного треугольника равен  $29^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



## Тип 2: Решение равнобедренного треугольника

---

- ? 1. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = 7/25$ .  
Найдите  $AB$ .
- ? 2. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$ .  
Найдите  $AB$ .
- ? 3. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 10. Найдите площадь этого треугольника.





## Тип 2: Решение равнобедренного треугольника

---

- ? 4. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $38^\circ$ ,  $AC = BC$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.
- ? 5. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 100.
- ? 6. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $52^\circ$ . Найдите внешний угол  $CBD$ . Ответ дайте в градусах.



## Тип 3: Треугольники общего вида

---

- ? 1. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 8 и 12, а угол между ними равен  $30^\circ$ .
  
- ? 2. Площадь треугольника  $ABC$  равна 4.  $DE$  — средняя линия. Найдите площадь треугольника  $CDE$ .
  
- ? 3. В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $30^\circ$ , угол  $BAD$  равен  $22^\circ$ . Найдите угол  $ADB$ .  
Ответ дайте в градусах.



## Тип 3: Треугольники общего вида

---

- ? 4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $58^\circ$ ,  $AD$  и  $BE$  – биссектрисы, пересекающиеся в точке  $O$ .  
Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.
- ? 5. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , угол  $B$  равен  $82^\circ$ .  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  – высоты, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOF$ .  
Ответ дайте в градусах.



## Тип 4: Параллелограммы

---

- ? 1. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.
  
- ? 2. Площадь прямоугольника равна 18. Найдите его большую сторону, если она на 3 больше меньшей стороны.
  
- ? 3. Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.



## Тип 4: Параллелограммы

---

- ? 4. Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей равна 12. Найдите другую диагональ.
- ? 5. Найдите большую диагональ ромба, сторона которого равна  $\sqrt{3}$ , а острый угол равен  $60^\circ$ .



## Тип 5: Трапеции

---

- ? 1. Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.
  
- ? 2. Основания равнобедренной трапеции равны 17 и 87. Высота трапеции равна 14. Найдите тангенс острого угла.
  
- ? 3. Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 13, а ее площадь равна 40. Найдите периметр трапеции.



---

	<i>r</i> через <i>a</i>	<i>R</i> через <i>a</i>	<i>a</i> через <i>r</i>	<i>a</i> через <i>R</i>
<i>Треугольник</i>	$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$	$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$	$a = 2\sqrt{3} \cdot r$	$a = \sqrt{3} \cdot R$
<i>Квадрат</i>	$r = \frac{a}{2}$	$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$	$a = 2 \cdot r$	$a = \sqrt{2} \cdot R$
<i>Шестиугольник</i>	$r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{2}$	$R = a$	$a = \frac{2 \cdot r}{\sqrt{3}}$	$a = R$
<i>N-угольник</i>	$r = \frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \cdot \frac{180^\circ}{n}}$	$R = \frac{a}{2 \cdot \sin \cdot \frac{180^\circ}{n}}$	$a = 2 \cdot r \cdot \operatorname{tg} \cdot \frac{180^\circ}{n}$	$a = 2 \cdot R \cdot \sin \cdot \frac{180^\circ}{n}$

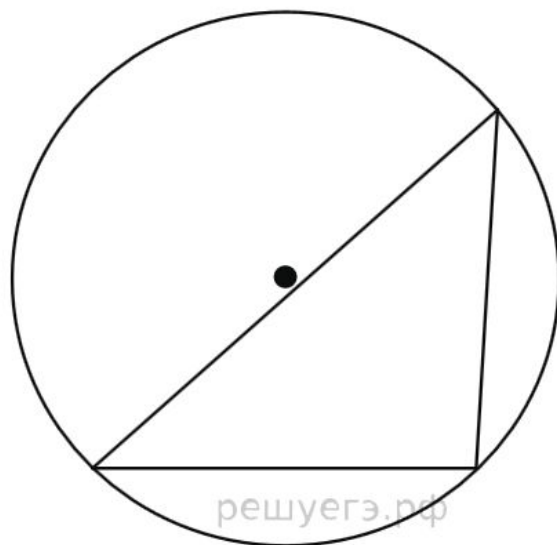
---



## Тип 6: Центральные и вписанные углы

---

? 1. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

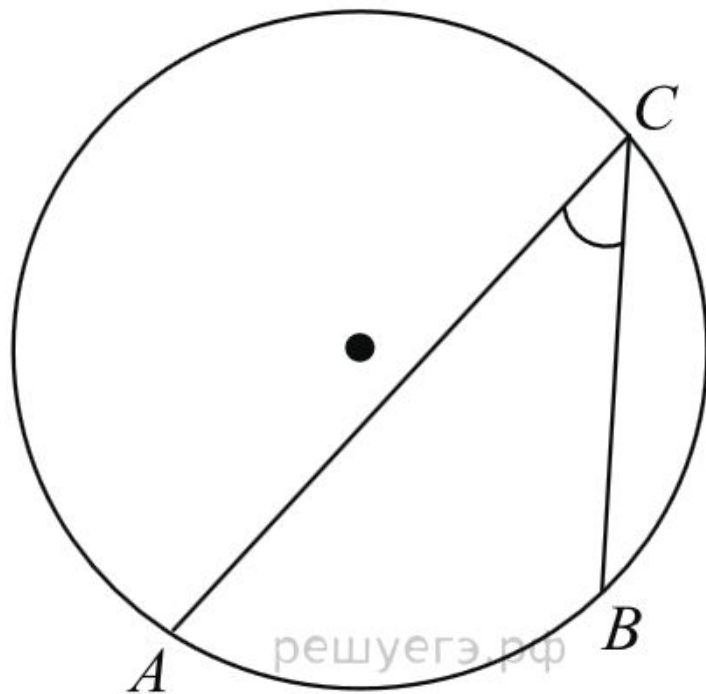




## Тип 6: Центральные и вписанные углы

---

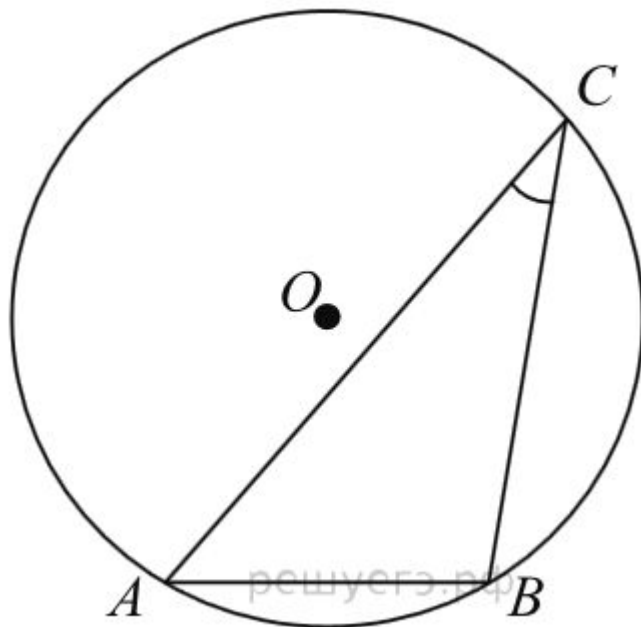
- ? 2. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет окружности. Ответ дайте в градусах.



## Тип 7: касательная, хорда, секущая

---

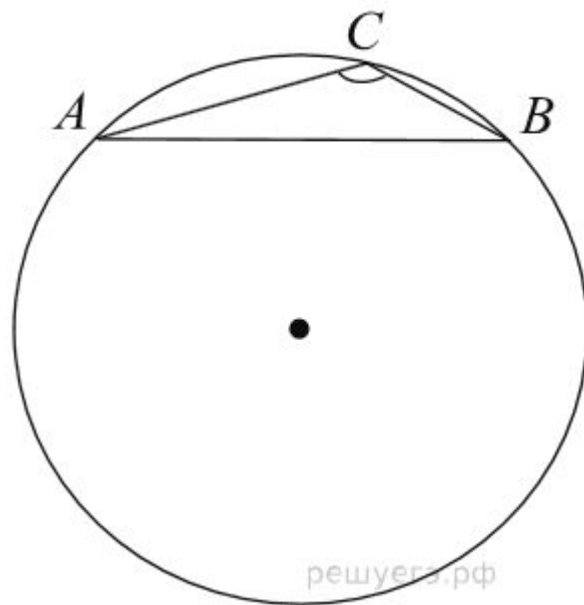
? 1. Найдите хорду, на которую опирается угол  $30^\circ$ , вписанный в окружность радиуса 3.



## Тип 7: касательная, хорда, секущая

---

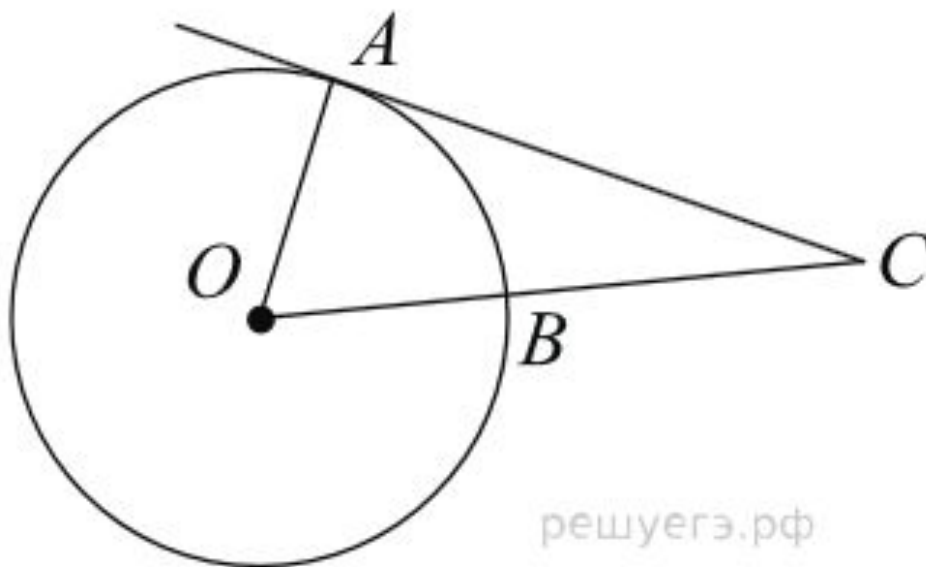
? 2. Найдите хорду, на которую опирается угол  $120^\circ$ , вписанный в окружность радиуса  $\sqrt{3}$



## Тип 7: касательная, хорда, секущая

---

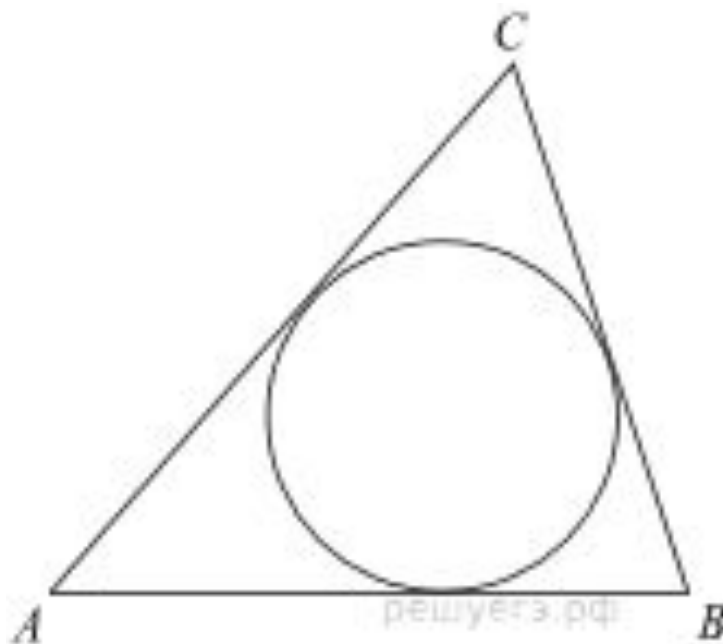
? 3. Найдите угол  $АСО$ , если его сторона  $СА$  касается окружности, дуга  $АВ$  — равна  $64^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



## Тип 8: вписанные окружности

---

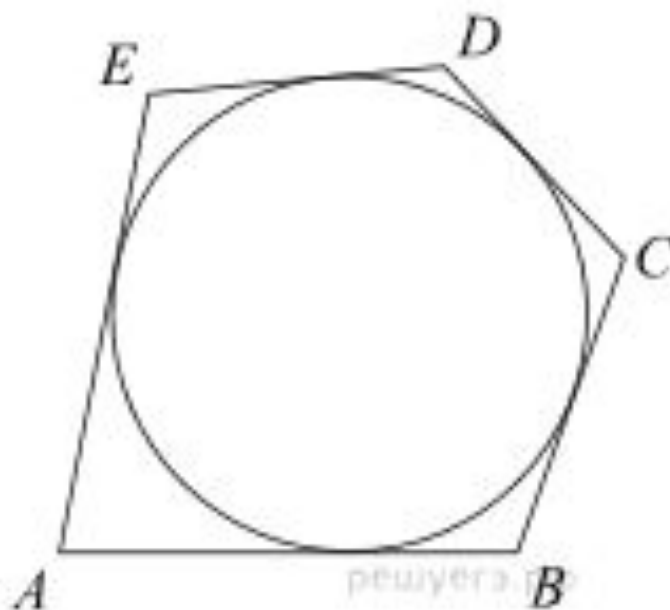
- ? 1. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



## Тип 8: вписанные окружности

---

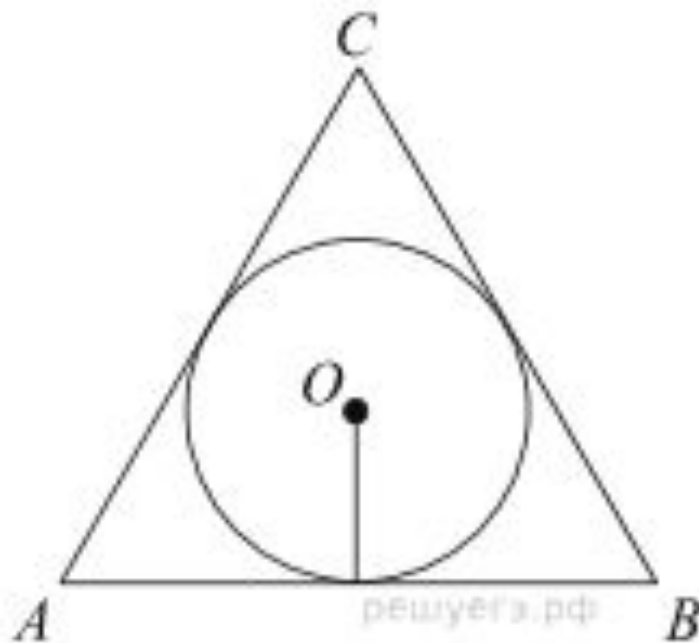
- ? 2. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.



## Тип 8: вписанные окружности

---

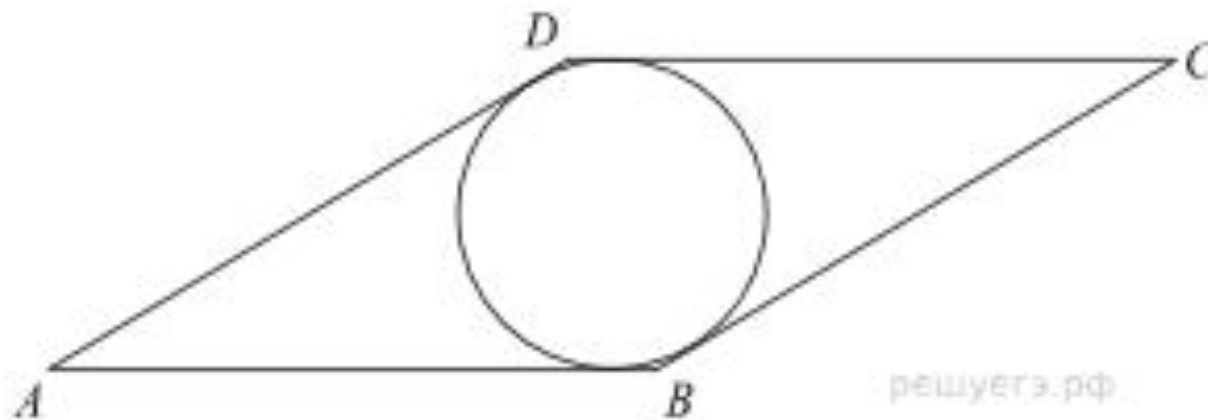
- ? 3. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.



## Тип 8: вписанные окружности

---

- ? 4. Сторона ромба равна  $l$ , острый угол равен  $30^\circ$ .  
Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.

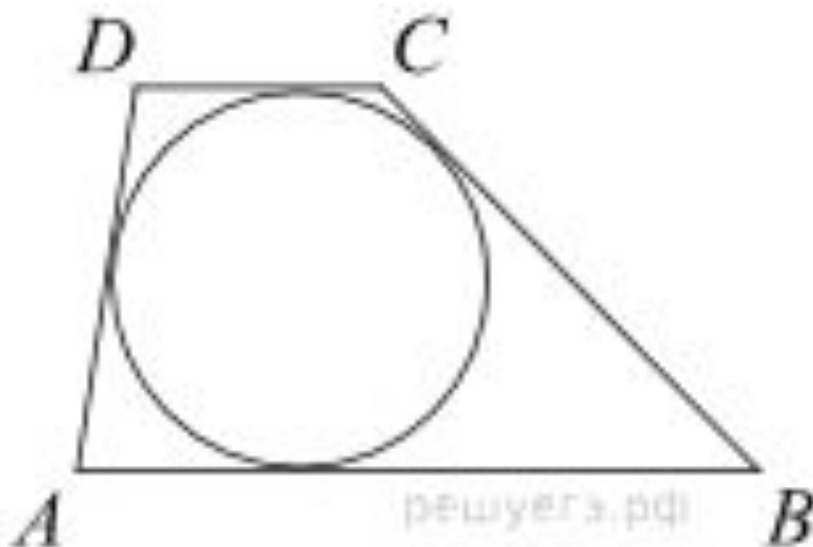




## Тип 8: вписанные окружности

---

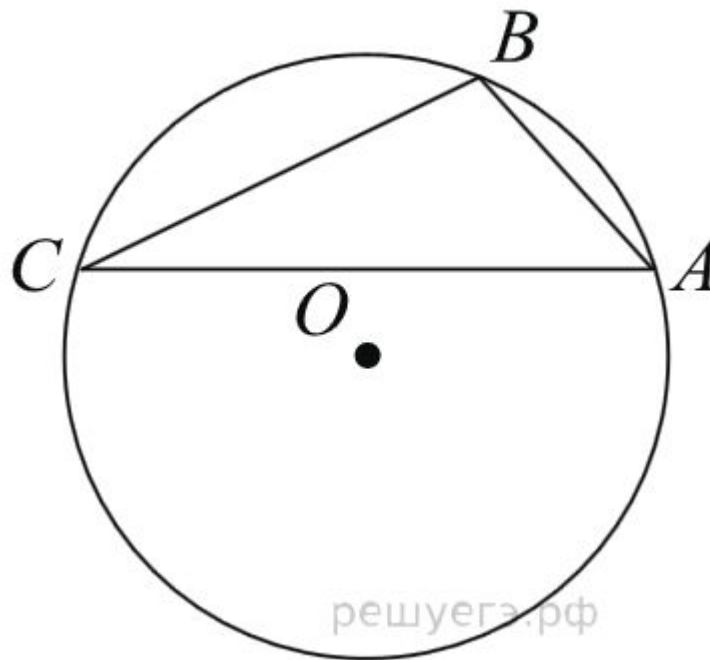
- ? 5. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.



## Тип 9: Описанные окружности

---

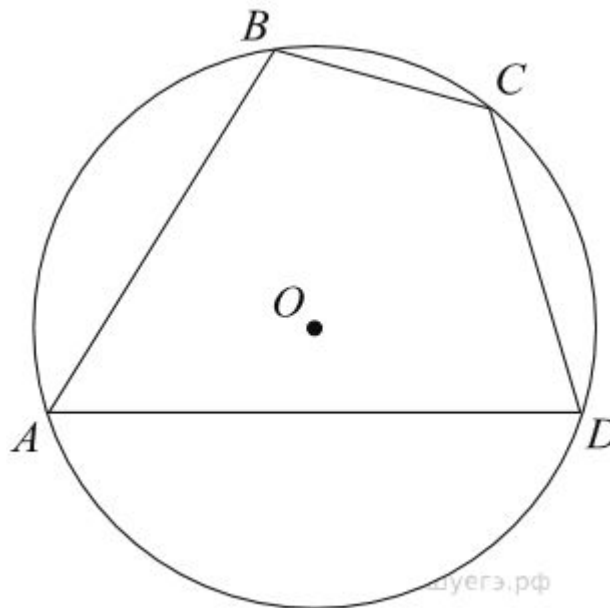
? 1. Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как  $1 : 3 : 5$ . Найдите больший угол треугольника  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



## Тип 9: Описанные окружности

---

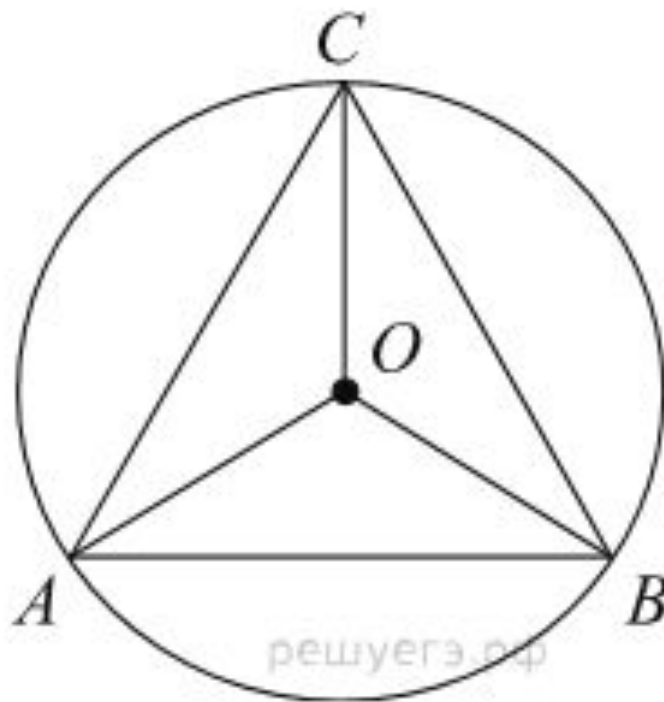
? 2. Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $58^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



## Тип 9: Описанные окружности

---

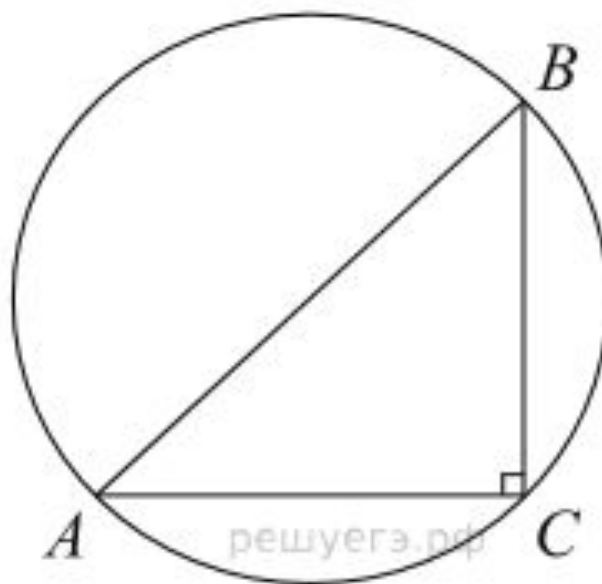
- ? 3. Сторона правильного треугольника равна  $\sqrt{3}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



## Тип 9: Описанные окружности

---

- ? 4. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12.  
Найдите радиус описанной окружности этого  
треугольника.



## Тип 9: Описанные окружности

---

- ? 5. Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 6?

