

# Тема урока: «Площадь трапеции»

## Цель обучающая:

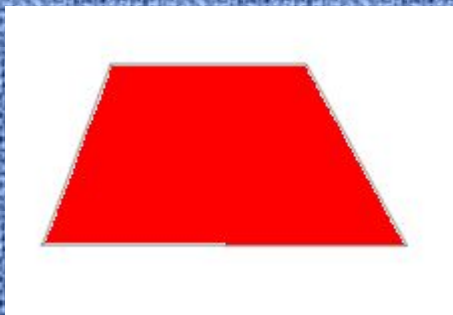
*доказать теорему о площади трапеции разными способами, отработать применение данной формулы при решении задач различного уровня сложности.*

# Актуализация знаний учащихся.

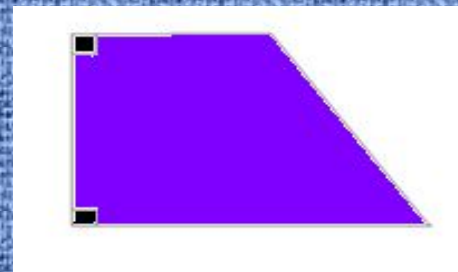
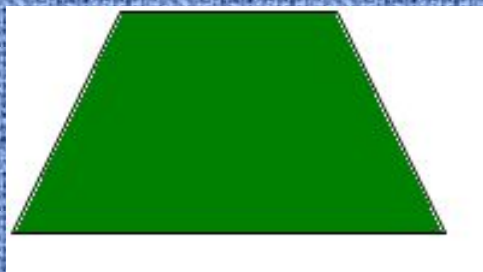
- Дать определение трапеции.

Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

- Виды трапеций:



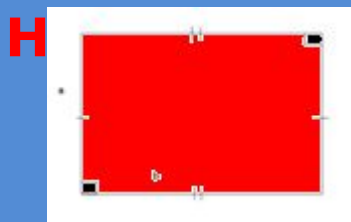
равнобедренная трапеция



прямоугольная трапеция

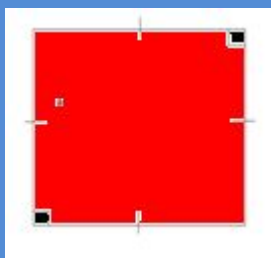
# Формулы площади.

Прямоуголь



$$S=ab$$

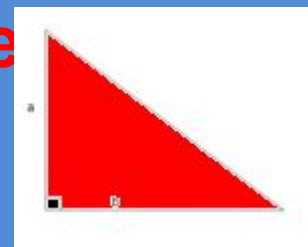
Квадра



$$S=a$$

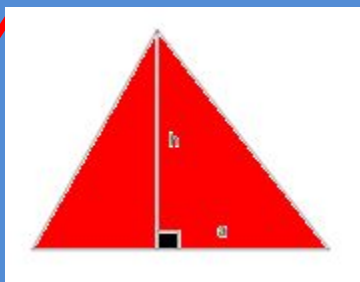
<sup>2</sup>

Прямоугольн  
ый  
тре



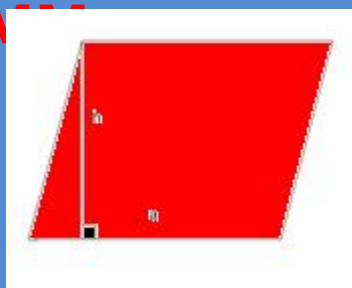
$$S=1/2 ab$$

Треугольн



$$S=1/2 ah$$

Параллелогра



$$S=$$

$$ah$$

# Проверка домашнего задания.

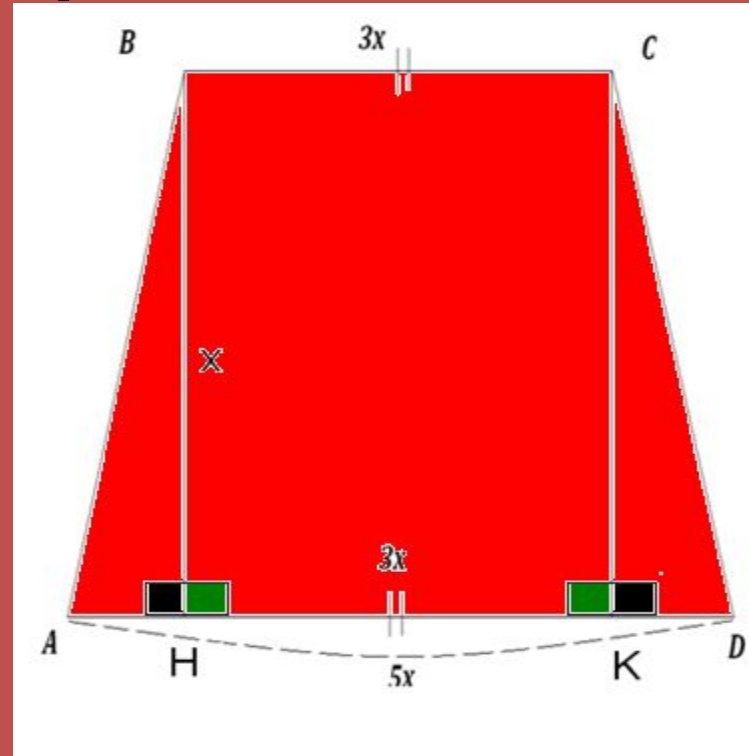
□ Уровень А      1) 4см и 10см  
                         2)  $24\text{см}^2$

□ Уровень Б      1) 5см; 15см; 25см;  
                         2)  $32\text{см}^2$

□ Уровень В      1)  $22\text{см}^2$   
                         2)  $81\text{см}^2$

# Уровень Б.

- 1. Дано:  $S_{\text{трап}} = 100 \text{ см}^2$ ; высота в 3 раза меньше одного из оснований и в 5 раз меньше другого.
- Найти:  $BH, BC, AD$ .
- Решение:
- Пусть  $BH = x \text{ см}$ ,  $BC = 3x \text{ см}$ ,
- $AD = 5x \text{ см}$
- $((3x + 5x) : 2) \cdot x = 100$
- $x^2 = 25$
- $x = 5$
- $x = -5$
- $x > 0$ , значит  $BH = 5 \text{ см}$ ;  $AD = 25 \text{ см}$ ,  $BC = 15 \text{ см}$
- Ответ:  $5 \text{ см}, 25 \text{ см}, 15 \text{ см}$ .



# Уровень Б

## 2.

□ Дано: ABCD-равнобедр. трапеция;  $\angle A = 45^\circ$ ;  $BC = BH$ ;  
 $AD = 12\text{см}$

□ Найти: Стр.п.

*Решение:*

□ Д.п. BH перпендикулярно AD, CK  
перпендикулярно AD.

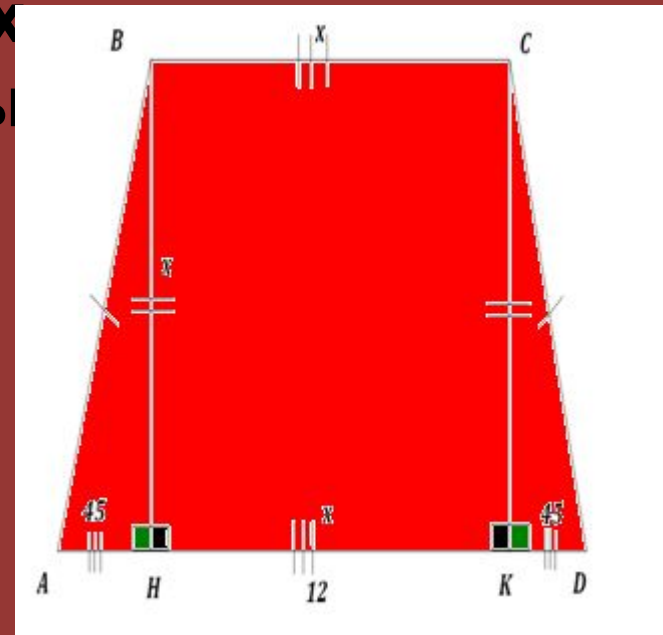
□ Пусть  $BC = BH = x$ , тогда  $HK = AH = KD = x$   
(треугольник ABH-прямоугольный  
равнобедренный), значит

□  $3x = 12$ ;  $x = 4$

□ Стр.п. =  $((4 + 12) : 2) \cdot 4$

□ Стр.п. =  $32\text{см}^2$

□ Ответ:  $32\text{см}^2$ .



# Уровень В.

Дано: ABCD-равнобедр. трапеция;  $\angle A = 30^\circ$ ;  $BC + AD = 18\text{см}$

Найти: Стрп

Решение:

$$AB + CD = 30 - 22 = 8\text{см}$$

$$AB = CD = 4\text{см}$$

Д.п. BH перпендикулярно AD,

CK перпендикулярно AD

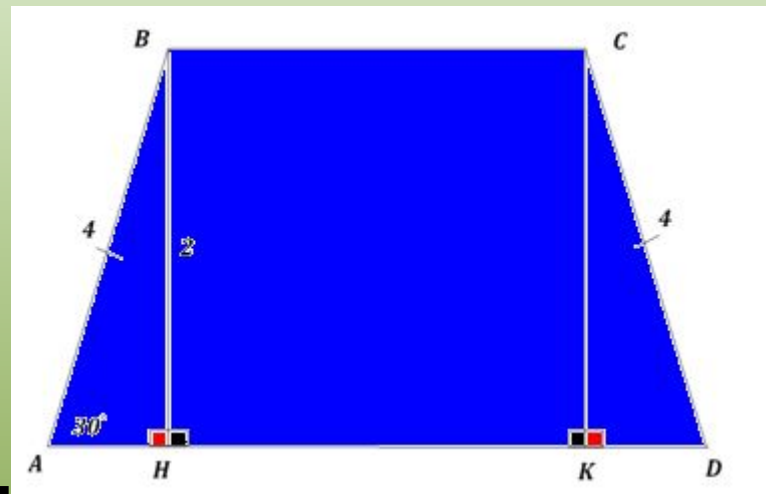
Треугольник ABH-прямоугольный

$$BH = AB : 2 = 2\text{см}$$

(по св-ву прямоугольного треугольника)

$$\text{Стрп} = (22 : 2) \cdot 2 = 22\text{см}^2$$

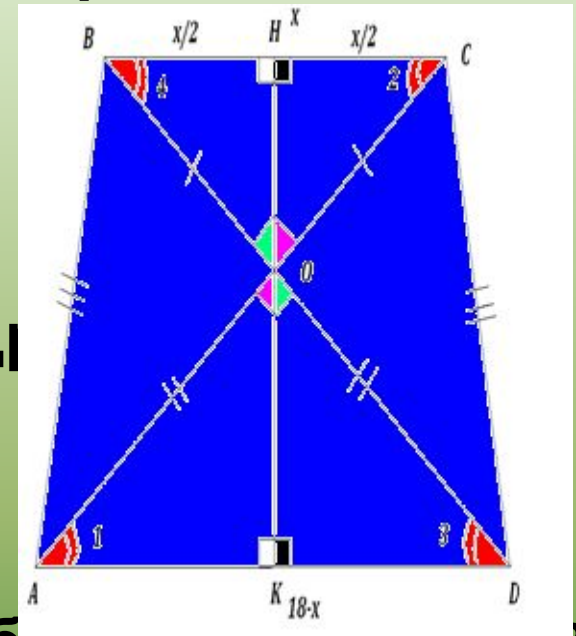
$$\text{Ответ: } 22\text{см}^2$$



# Уровень В

## 2.

- Дано: ABCD-равнобедр.трапеция; AC перпенд. BD;  
BC+AD=18см
- Найти: Страп.
- Решение:
- Пусть BC=x, тогда AD=18-x
- Треугольник BOC-прямоуг., равнобедр
- Значит  $\angle 4 = \angle 2 = \angle 1 = \angle 3 = 45^\circ$
- Треугольник BON-прямоуг., р/б
- Значит  $BN = NO = x:2$
- Треугольник AOK-прямоугольный, р/б, значит  $AK = KO = (18-x):2$
- $NK = NO + KO = 9$ см
- Страп.= $9 \cdot 9$ ; Страп.= $81$ см<sup>2</sup>
- Ответ: $81$ см<sup>2</sup>





# Различные способы доказательства теоремы о площади трапеции

$$S_{\text{трап.}} = ((a+b)/2)h$$

## 1 способ.

Док - во:  $S = S_1 + S_2 + S_3$   
(по 2<sup>0</sup> св - ву площади)

$$S_1 = ah$$

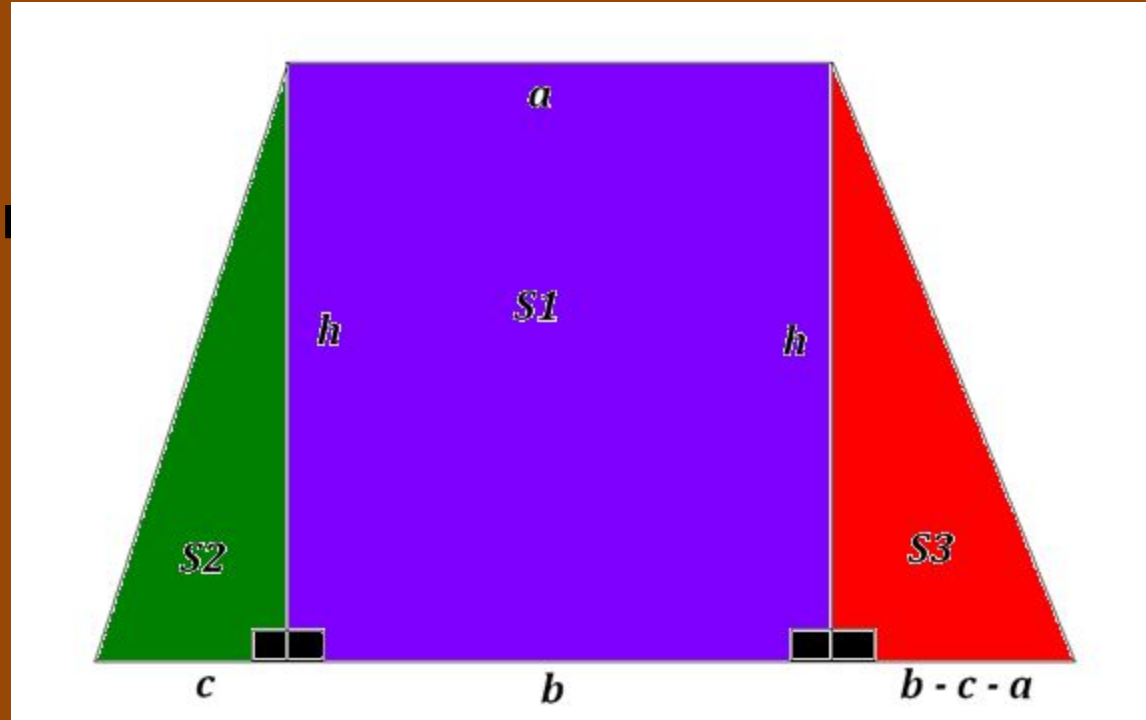
$$S_2 = (1/2) ch;$$

$$S_3 = (1/2) h(b-c-a)$$

$$S_3 = (1/2) hb - (1/2) hc - (1/2) ah$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = (1/2) ah + (1/2) ch + (1/2) hb - (1/2) ch - (1/2) ah = (1/2) ah + (1/2) bh$$

$$S_{\text{трап.}} = ((a+b)/2)h, \text{ ч.т.д.}$$



# Различные способы доказательства теоремы о площади трапеции

$$\bullet S_{\text{трап.}} = ((a+b)/2)h$$

## • 2 способ.

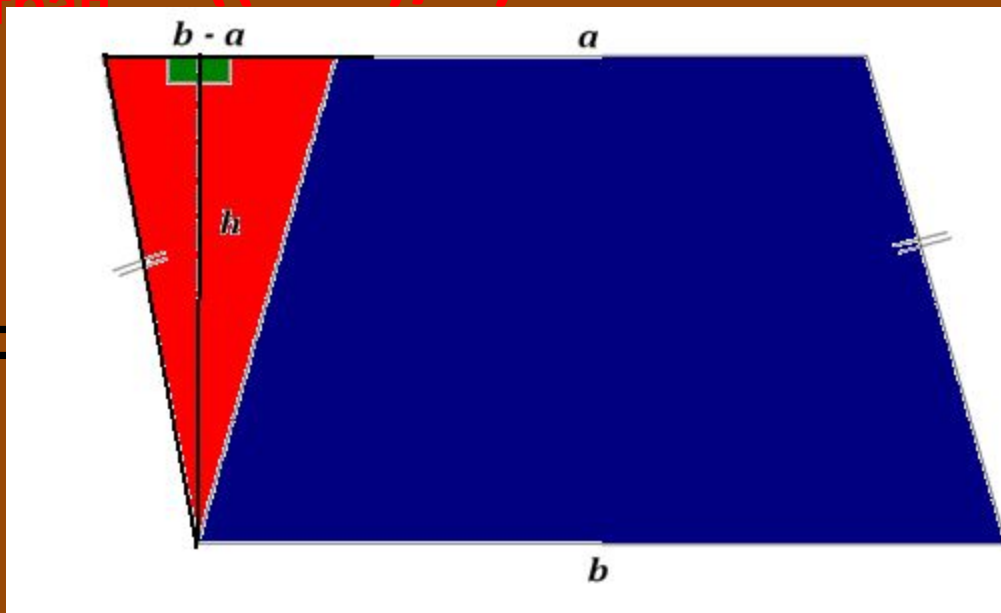
Достроим трапецию до параллелограмма.

$$S_{\text{трап.}} = S_{\text{пар.}} - S_{\text{тр.}}$$

$$S_{\text{пар.}} = bh;$$

$$S_{\text{тр.}} = (1/2) h(b - a) = (1/2) bh - (1/2) ah$$

$$S_{\text{пар.}} - S_{\text{тр.}} = bh - (1/2) bh + (1/2) ah = (1/2) bh + (1/2) ah = (1/2) h(a + b), \text{ ч.т.д.}$$



# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ: ЗАДАЧА 1

Высота больше меньшего основания на 6 см, разность оснований 12 см. Найти основания трапеции, если ее площадь  $64 \text{ см}^2$ .

Решение:

Пусть  $BC = x$ ; тогда  $BH = (6+x)$  см

$AD = (12+x)$  см

$$S_{\text{трап}} = ((BC+AD)/2)BH$$

$$((x+12+x)/2)(6+x) = 64$$

$$(x+6)^2 = 64$$

$$x+6 = 8 \text{ или } x+6 = -8$$

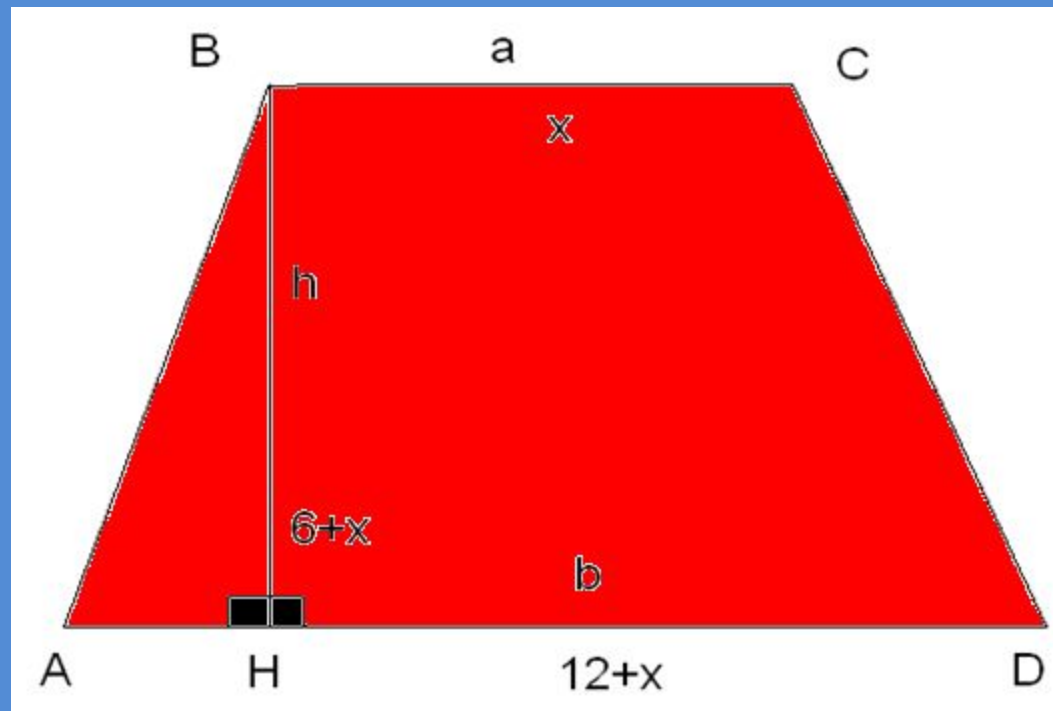
$$x = 2 \text{ или } x = -14,$$

$$x > 0$$

$$BC = 2 \text{ см}$$

$$AD = 14 \text{ см}$$

Ответ: 2 см, 14 см.



# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ: ЗАДАЧА 2

В трапеции ABCD BC и AD – основания.  $BC : AD = 3 : 4$ . Площадь трапеции  $70 \text{ см}^2$ . Найдите площадь треугольника ABC.

Решение:

$$1. S_{\text{трап}} = ((3x+4x)/2)h$$

$$7xh = 70 \cdot 2$$

$$xh = 20$$

$$2. S_{ACD} = \frac{1}{2} * 4xh$$

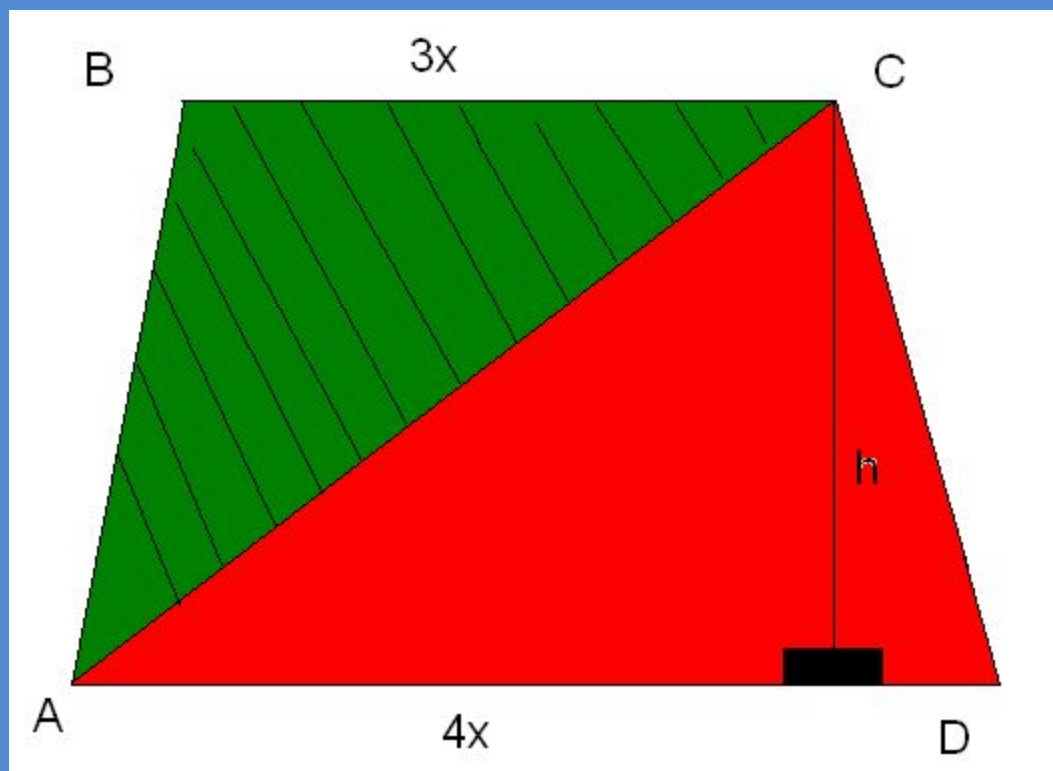
$$2xh = 2 \cdot 20$$

$$S_{ACD} = 40 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$3. S_{ABC} = 70 - 40$$

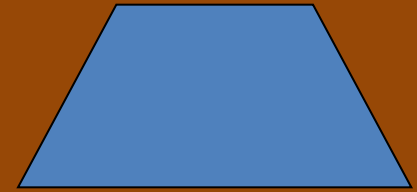
$$S_{ABC} = 30 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ:  $30 \text{ см}^2$ .



# интересные факты

история трапеции:



«Трапеция»- слово греческое, означавшее в древности «столик» (по-гречески, «трапедзион» - столик, обеденный стол)

В начале термин «трапеция» применяется не в современном , в другом смысле - любой четырехугольник. Трапеция в нашем смысле встречается впервые у древнегреческого математика Пасидона. В средние века трапецией называли, по Евклиду, любой четырехугольник (кроме трапеции) лишь в 18 веке слово приобретает современный смысл.

# СОЗВЕЗДИЕ-ТРАПЕЦИЯ

Четыре яркие звезды созвездия  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$  располагаются в вершинах трапеции – туловища льва. А голову льва образуют звезды, располагающиеся в виде серпа. Поэтому этот астеризм и называется «серп».

