



# **“ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКОВ”**

**Подготовила Топорищева Катя**

**8 Класс**

# ПЛОЩАДЬ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА, ФОРМУЛА

- Для того чтобы вычислить **площадь правильного многоугольника** его разбивают на равные треугольники с общей вершиной в центре вписанной окружности. А площадь правильного многоугольника равна произведению его полупериметра радиус вписанной окружности правильного многоугольника

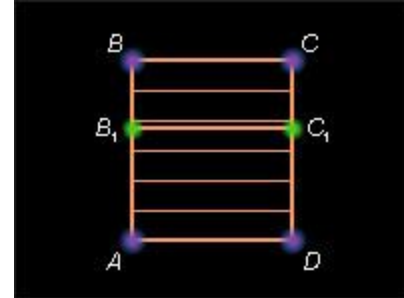
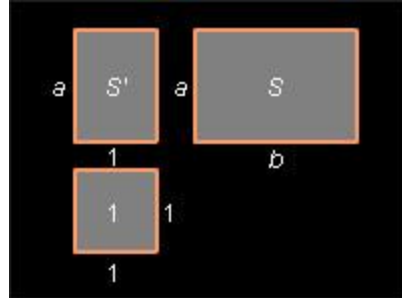


# СОДЕРЖАНИЕ

- 1.Площадь прямоугольника равна произведению его сторон
- 2.Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне
- 3.Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на проведенную к ней высоту
- 3.Площадь трапеции равна произведению полусуммы его оснований на высоту



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

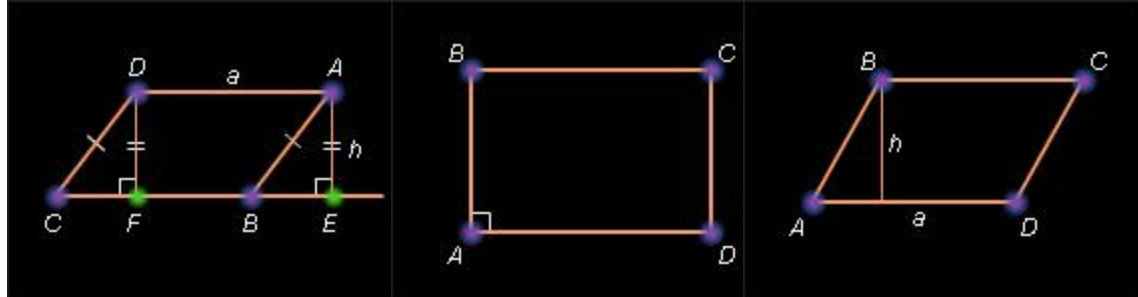


- Пусть  $ABCD$  и  $AB_1C_1D$  – два прямоугольника с общим основанием  $AD$
- Пусть  $S$  и  $S'$  – их площади. Докажем, что  $S' < S$ . Разобьем сторону  $AB$  прямоугольника на некоторое число  $n$  равных частей, каждая из которых равна  $a/n$ . Пусть  $m$  – число точек деления, которые лежат на стороне  $AB$ . Тогда  $AB = m + 1$ . Отсюда, разделив на  $AB$ , получим (\*)
- Проведем через точки деления прямые, параллельные основанию  $AD$ . Они разобьют прямоугольник  $ABCD$  на  $n$  равных прямоугольников. Каждый из них имеет площадь  $S/n$ . Прямоугольник  $AB_1C_1D$  содержит первые  $m$  прямоугольников, считая от стороны  $AD$ , и содержится в  $m + 1$  прямоугольниках. Поэтому  $S' < S$ . Отсюда (\*\*)
- Сравнивая неравенства (\*) и (\*\*), заключаем, что  $S' < S$ . При этом  $a$  и  $b$  – фиксированные числа, а  $n$  может быть выбрано сколь угодно большим. Следовательно, неравенство возможно только при  $S' = S$ . Возьмем теперь единичный квадрат, прямоугольник со сторонами  $1$ ,  $a$  и прямоугольник со сторонами  $a$ ,  $b$  (рис. 13.2.2). Площадь прямоугольника со сторонами  $1$  и  $a$  обозначим  $S'$ . Сравнивая их площади, по доказанному будем иметь  $S' < S$ . Перемножая эти равенства почленно, получим  $S' = a \cdot 1 < a \cdot b = S$ . Теорема доказана.

□



## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

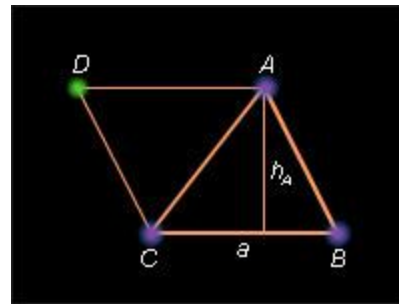


- Пусть  $ABCD$  – данный параллелограмм. Если он не является прямоугольником, то один из его углов  $A$  или  $B$  острый. Пусть для определенности  $A$  острый.
- Опустим перпендикуляр  $AE$  из вершины  $A$  на прямую  $CB$ . Площадь трапеции  $AECD$  равна сумме площадей параллелограмма  $ABCD$  и треугольника  $AEB$ . Опустим перпендикуляр  $DF$  из вершины  $D$  на прямую  $CD$ . Тогда площадь трапеции  $AECD$  равна сумме площадей прямоугольника  $AEFD$  и треугольника  $DFC$ . Прямоугольные треугольники  $AEB$  и  $DFC$  равны, а значит, имеют равные площади. Отсюда следует, что площадь параллелограмма  $ABCD$  равна площади прямоугольника  $AEFD$ , т.е. равна  $AE \cdot AD$ . Отрезок  $AE$  – высота параллелограмма, соответствующая стороне  $AD$ , и, следовательно,  $S = a \cdot h$ . Теорема доказана

□

стр 2



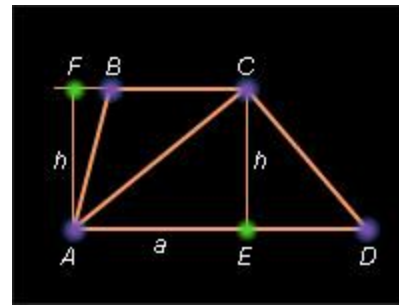


## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

- Пусть  $ABC$  – данный треугольник. Дополним его до параллелограмма  $ABCD$
- Площадь параллелограмма равна сумме площадей треугольников  $ABC$  и  $CDA$ . Так как эти треугольники равны, то площадь параллелограмма равна удвоенной площади треугольника  $ABC$ . Высота параллелограмма, соответствующая стороне  $CB$ , равна высоте треугольника, проведенной к стороне  $CB$ . Отсюда следует утверждение теоремы, и Теорема доказана.

□





## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

- Пусть  $ABCD$  – данная трапеция
- Диагональ  $AC$  трапеции разбивает ее на два треугольника:  $ABC$  и  $CDA$ . Следовательно, площадь трапеции равна сумме площадей этих треугольников. Площадь треугольника  $ACD$  равна площади треугольника  $ABC$  равна Высоты  $AF$  и  $CE$  этих треугольников равны расстоянию  $h$  между параллельными прямыми  $BC$  и  $AD$ , т.е. высоте трапеции. Следовательно, Теорема доказана.

□

стр 4

