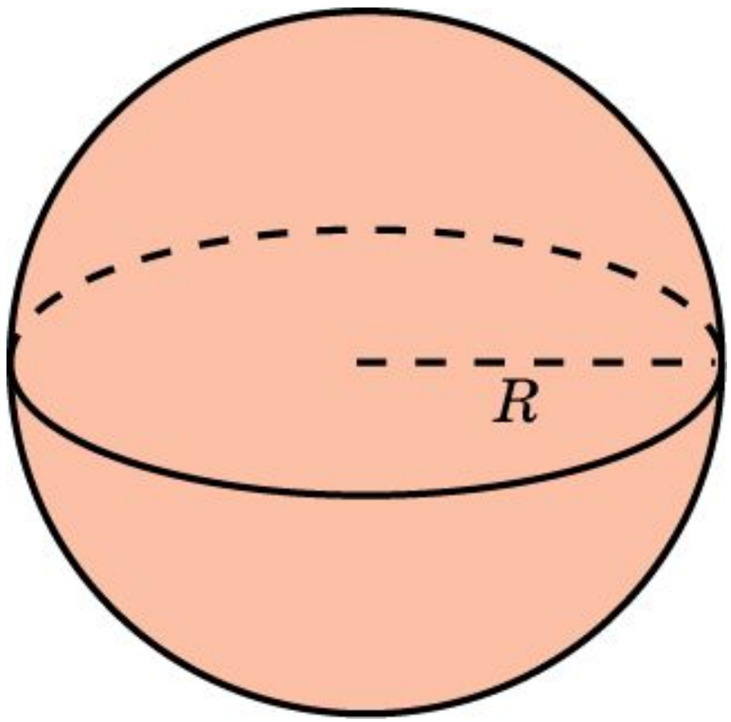
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА

Площадь поверхности шара, радиуса R, выражается формулой

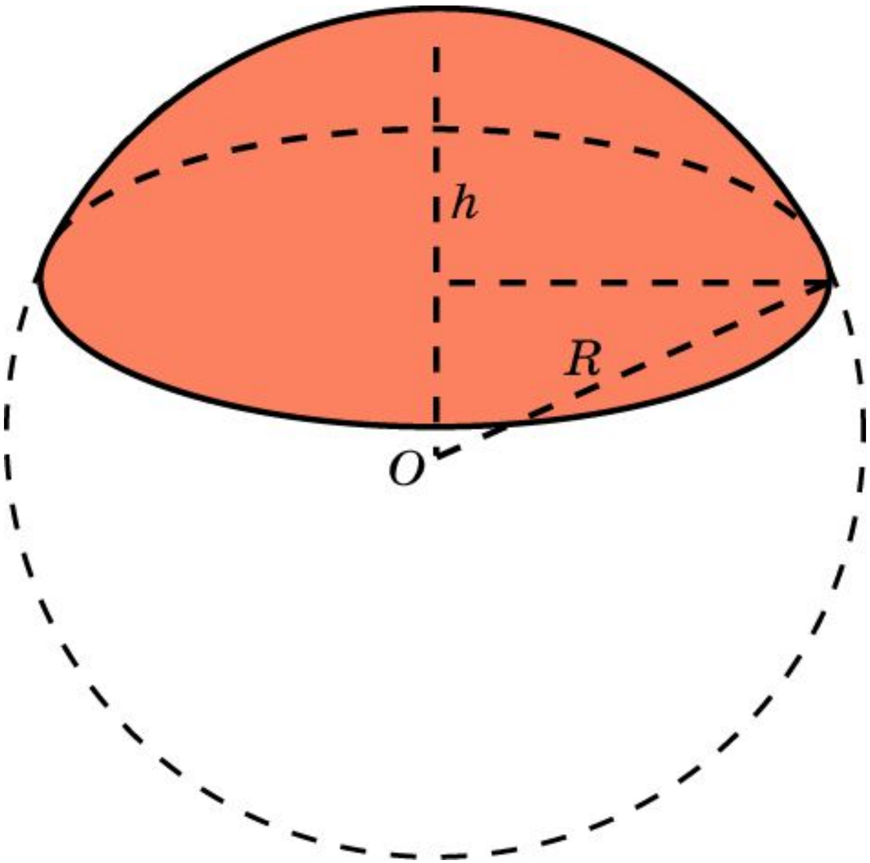
$$S = 4\pi R^2.$$



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА

Площадь боковой поверхности шарового сегмента, радиуса R и высотой h, выражается формулой

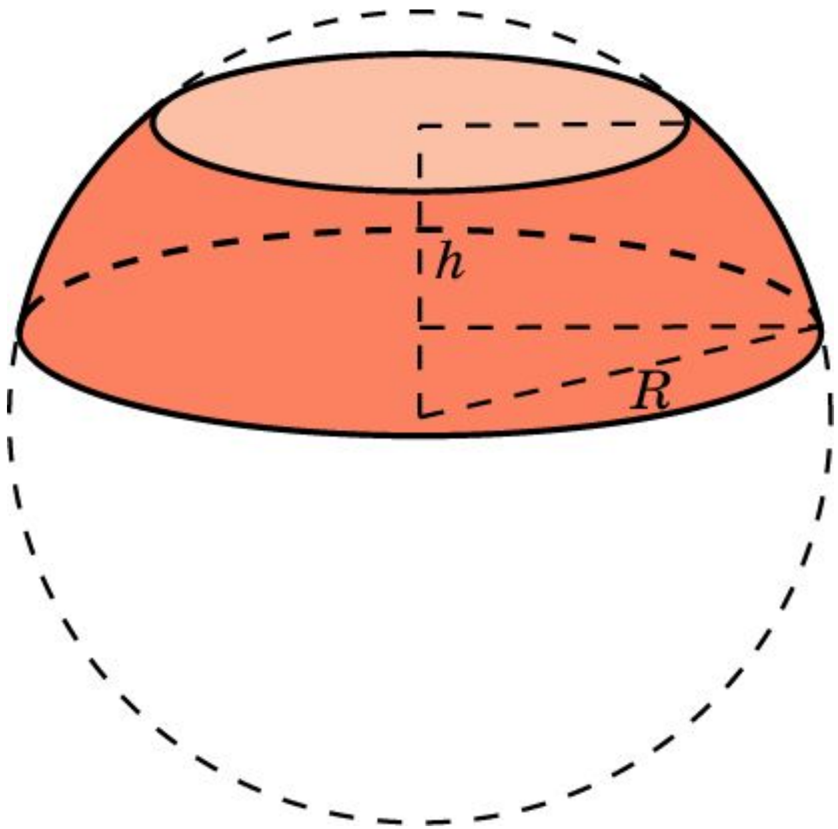
$$S = 2\pi Rh.$$



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО ПОЯСА

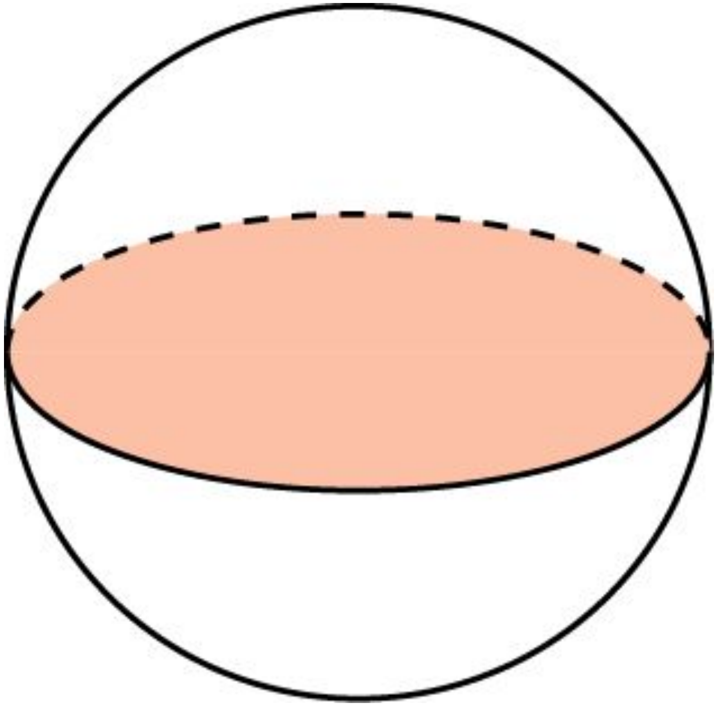
Площадь боковой поверхности шарового пояса, радиуса R и высотой h, выражается формулой

$$S = 2\pi Rh.$$



Упражнение 1

Площадь большого круга шара равна 3 см^2. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: 12 см^2.

Упражнение 2

Как изменится площадь поверхности шара, если увеличить радиус шара в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) n раз?

Ответ: Увеличится в: а) 4 раза; б) 9 раз; в) n^2 раз.

Упражнение 3

Площади поверхностей двух шаров относятся как 4 : 9. Найдите отношение их диаметров.

Ответ: 2:3.

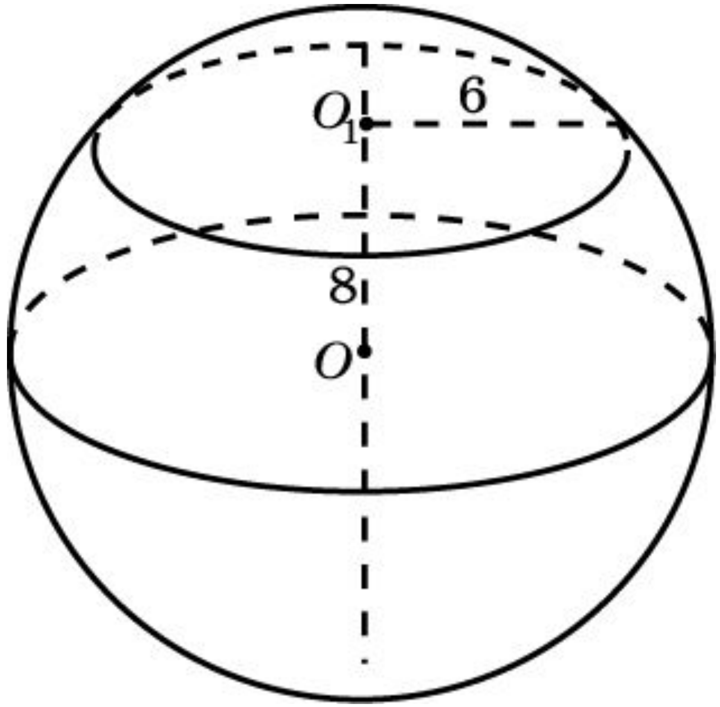
Упражнение 4

Объём шара равен 288 дм^3. Найдите площадь его поверхности.

Ответ: 144 дм^2.

Упражнение 5

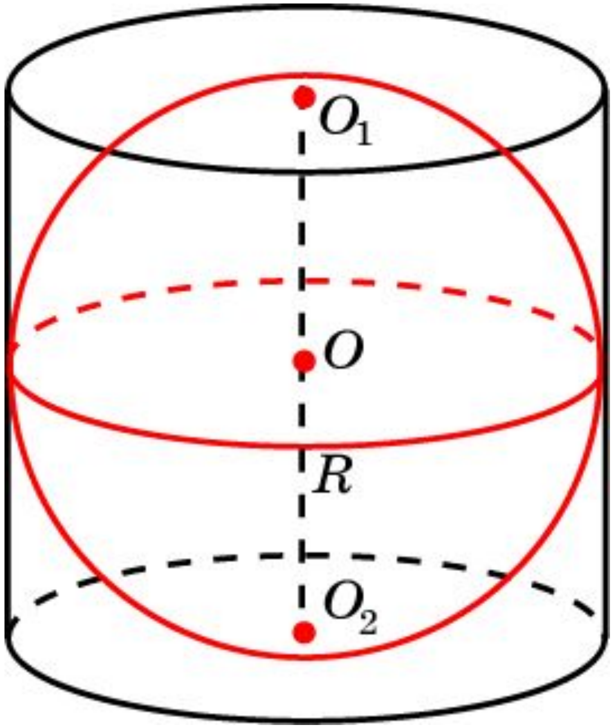
Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: 400π см^2.

Упражнение 6

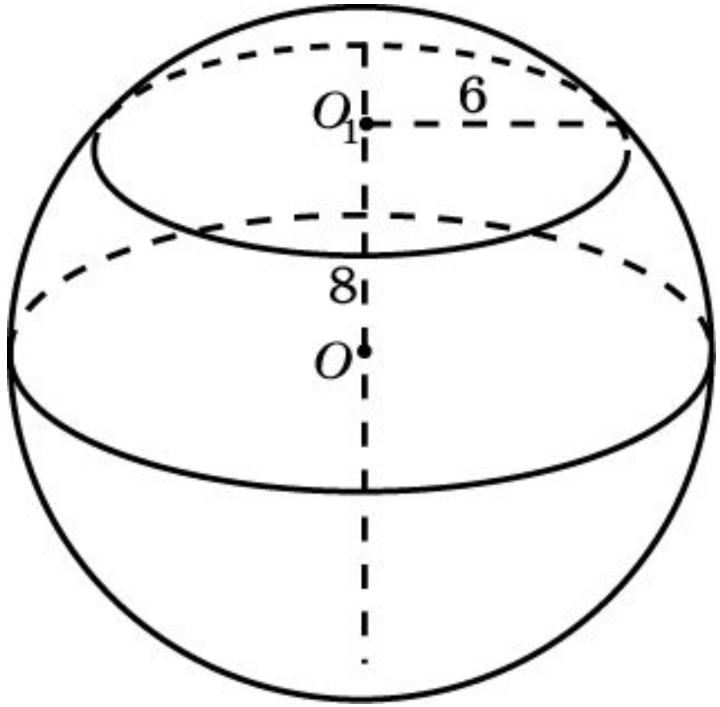
Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.



Ответ: 2:3; 2:3.

Упражнение 7

Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: 400π см^2.

Упражнение 8

Во сколько раз площадь поверхности шара, описанного около куба, больше площади поверхности шара, вписанного в этот же куб?

Ответ: В три раза.

Упражнение 9

Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 1 дм, 2 дм и 3 дм, описан шар. Найдите площадь его поверхности.

Ответ: 14 дм^2.

Упражнение 10

Около октаэдра, ребро которого равно 2 дм, описан шар. Найдите площадь поверхности шара.

Ответ: 8π дм^2.

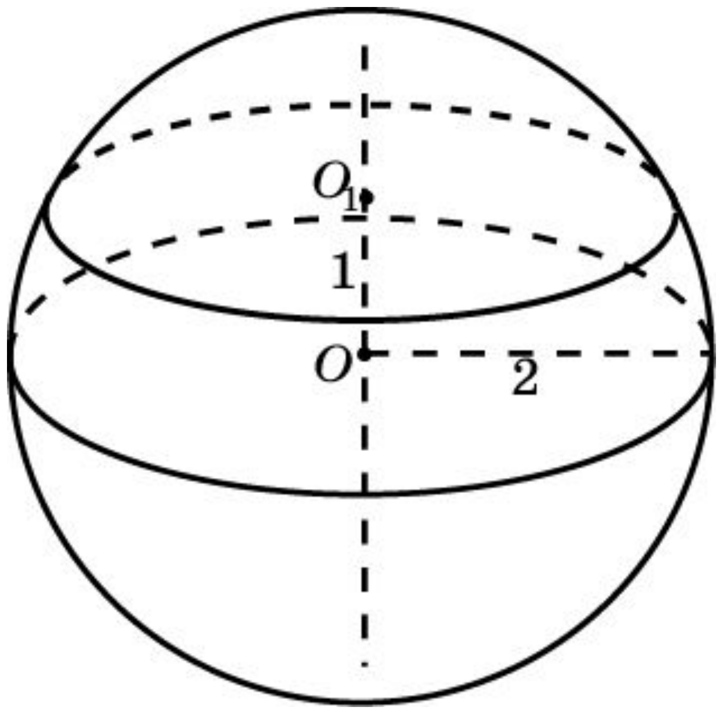
Упражнение 11

Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.

Ответ: 2 : 3, 2 : 3.

Упражнение 12

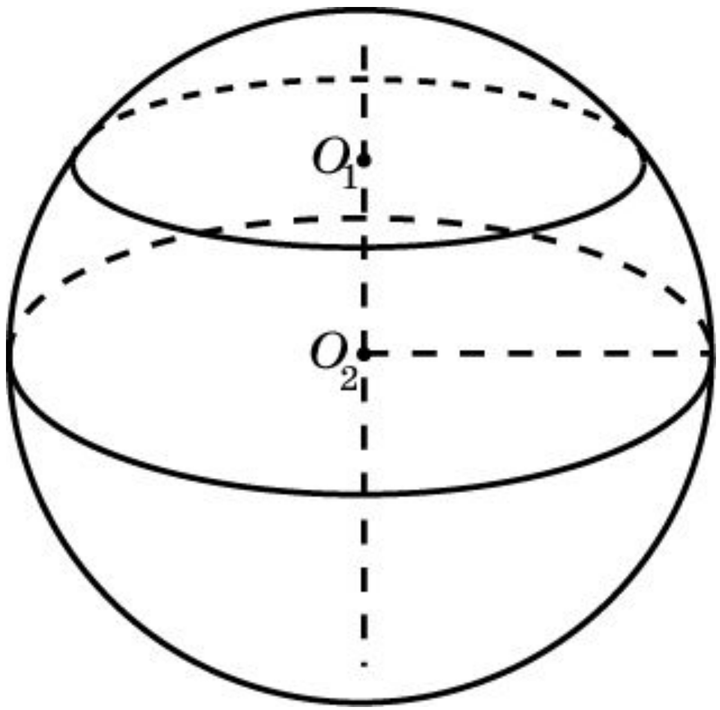
Найдите площадь поверхности шарового сегмента, отсекаемого от шара радиуса 2 плоскостью, проходящей на расстоянии 1 от центра шара.



Ответ: 4π.

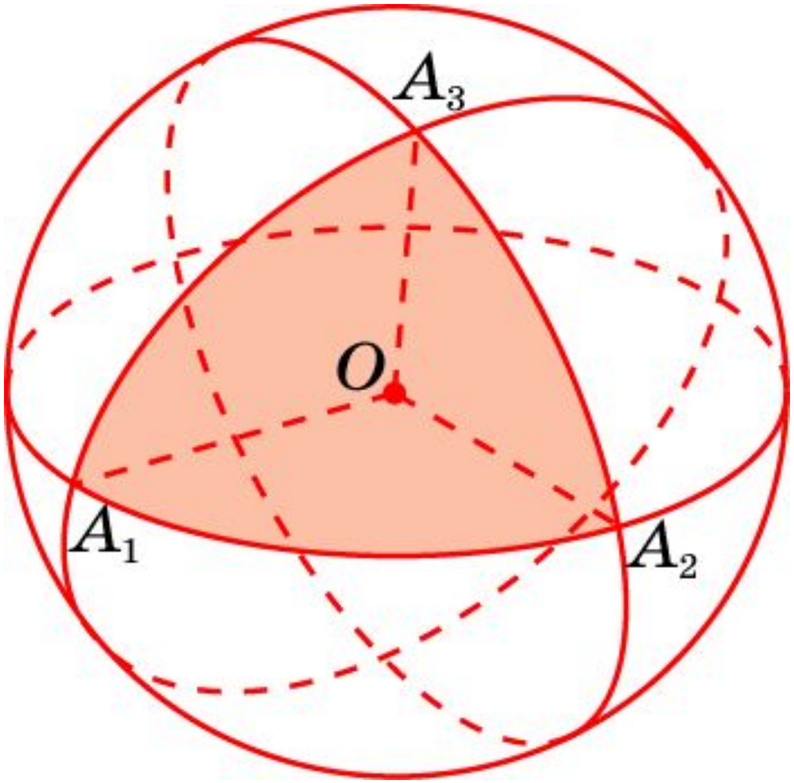
Упражнение 13

Шар радиуса 1 пересечен двумя параллельными плоскостями, которые делят перпендикулярный им диаметр шара в отношении 1 : 2 : 3. Определите площадь поверхности шара, заключенную между секущими плоскостями.



Ответ: $\frac{4}{3}\pi$.

ПЛОЩАДЬ СФЕРИЧЕСКОГО МНОГОУГОЛЬНИКА



Сферическим многоугольником будем называть часть сферы, заключенной внутри многогранного угла с вершиной в центре сферы.

Напомним, что численная величина многогранного угла равна половине площади сферического многоугольника, высекаемого многогранным углом из единичной сферы с центром в вершине данного многогранного угла (см. раздел «Многогранные углы»).

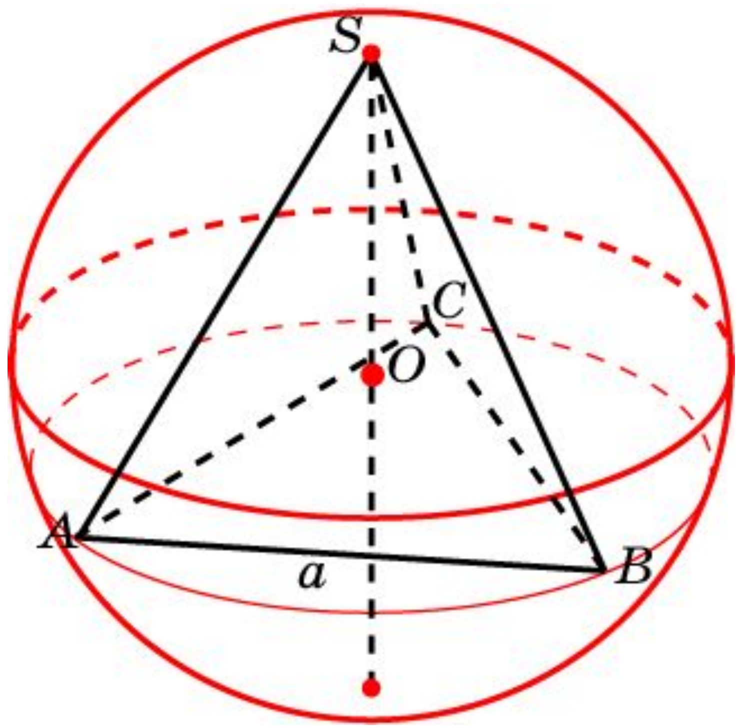
Площадь сферического n-угольника $A_1 \ldots A_n$ на сфере с центром O и радиусом R выражается формулой

$$S(A_1 \ldots A_n) = (\angle A_1 + \ldots + \angle A_n - \pi(n-2))R^2,$$

где $\angle A_1, \ldots, \angle A_n$ – углы сферического многоугольника, равные соответствующим двугранным углам многогранного угла $OA_1 \ldots A_n$

Упражнение 14

В сферу радиуса 1 вписан правильный тетраэдр, и три его грани, исходящие из одной вершины, продолжены до пересечения со сферой. Вычислите площадь части поверхности сферы, заключенной внутри образовавшегося трехгранного угла.



Ответ: $\frac{2}{3}\pi$.

Упражнение 15

Найдите площадь сферического треугольника на единичной сфере, углы которого равны: а) 90^o; б) 90^o; в) 90^o.

Решение. Данный треугольник составляет одну восьмую часть единичной сферы.

Следовательно, его площадь равна одной восьмой площади единичной сферы, т.е. $\frac{\pi}{2}$.

Ответ: $\frac{\pi}{2}$.

Упражнение 16

Найдите площадь сферического треугольника на единичной сфере, углы которого равны: а) 80^o; б) 90^o; в) 100^o.

Решение. Переходя от градусов к числам, получим, что углы сферического треугольника равны: а) $\frac{4\pi}{9}$, б) $\frac{\pi}{2}$, в) $\frac{5\pi}{9}$.

Следовательно, площадь сферического треугольника равна $\frac{\pi}{2}$.

Ответ: $\frac{\pi}{2}$.

Упражнение 17

Центром единичной сферы является вершина правильной четырехугольной пирамиды с ребром основания 2 и высотой 1. Найдите площадь части сферы, заключенной внутри пирамиды.

Решение. Величина искомого четырехгранного угла составляет одну шестую часть пространства. Следовательно, искомая площадь равна $\frac{2\pi}{3}$.

Упражнение 18

Найдите площадь сферического треугольника, образованного трехгранным углом единичного тетраэдра $ABCD$ и единичной сферой с центром в вершине D тетраэдра.

Решение. Двугранные углы правильного тетраэдра равны

$$\arccos\frac{1}{3}.$$

Следовательно, площадь сферического треугольника ABC выражается формулой

$$S(ABC) = 3\arccos\frac{1}{3} - \pi.$$

Упражнение 19

Найдите площадь сферического четырехугольника, образованного четырехгранным углом единичного октаэдра *SABCDS'* и единичной сферой с центром в вершине *S* октаэдра.

Решение. Двугранные углы октаэдра равны

$$\arccos(-\frac{1}{3}).$$

Следовательно, площадь сферического четырехугольника *ABCD* выражается формулой

$$S(ABCD) = 4\arccos(-\frac{1}{3}) - 2\pi.$$

Упражнение 20

Найдите площадь сферического пятиугольника, образованного пятигранным углом единичного икосаэдра и единичной сферой с центром в вершине икосаэдра.

Решение. Двугранные углы икосаэдра равны

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right).$$

Следовательно, площадь сферического пятиугольника равна

$$5\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - 3\pi.$$

Упражнение 21

Найдите площадь сферического треугольника, образованного трехгранным углом единичного додекаэдра и единичной сферой с центром в вершине додекаэдра.

Решение. Двугранные углы додекаэдра равны

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right).$$

Следовательно, площадь сферического треугольника равна

$$3\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)-\pi.$$