



5



7



3



# Нахождение площади сегменты

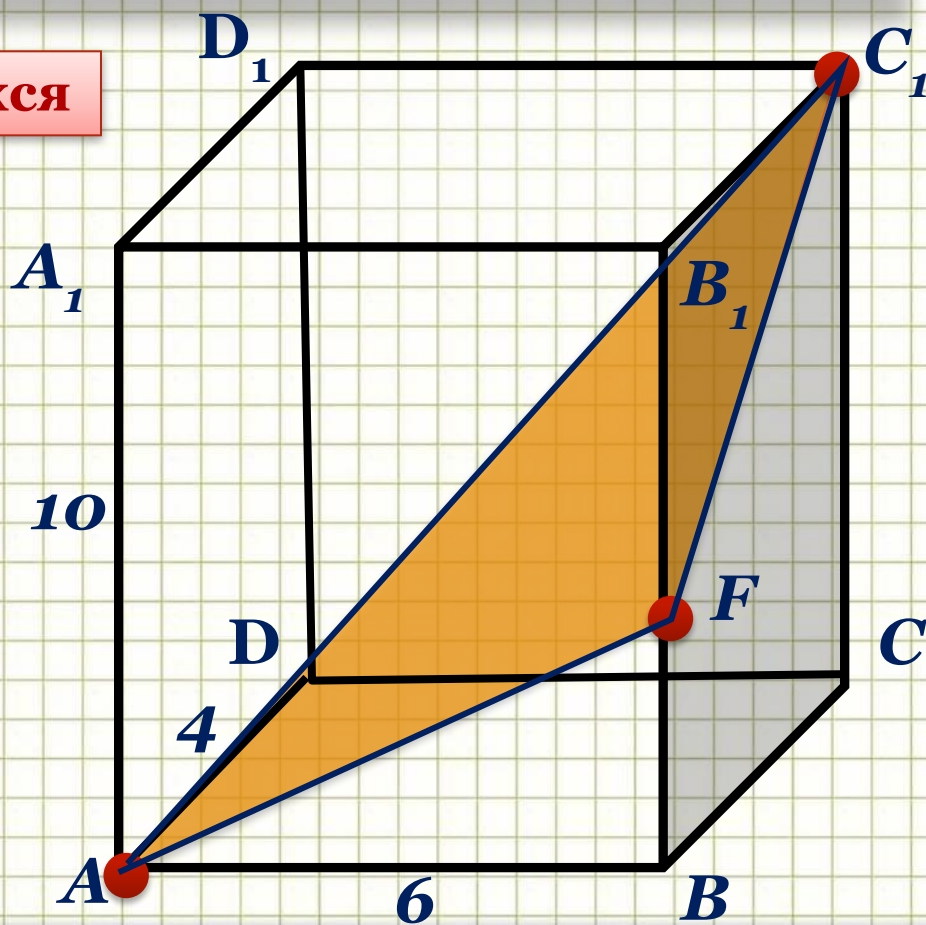


Учитель математики МБОУ  
СОШ № 25 г. Крымска Е.В. Малая

## Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1B_1C_1D_1$  известны ребра  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ . Точка  $F$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $2 : 3$ , считая от  $(\cdot)$   $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $F$  и  $C_1$ .

Стандартная ошибка учащихся



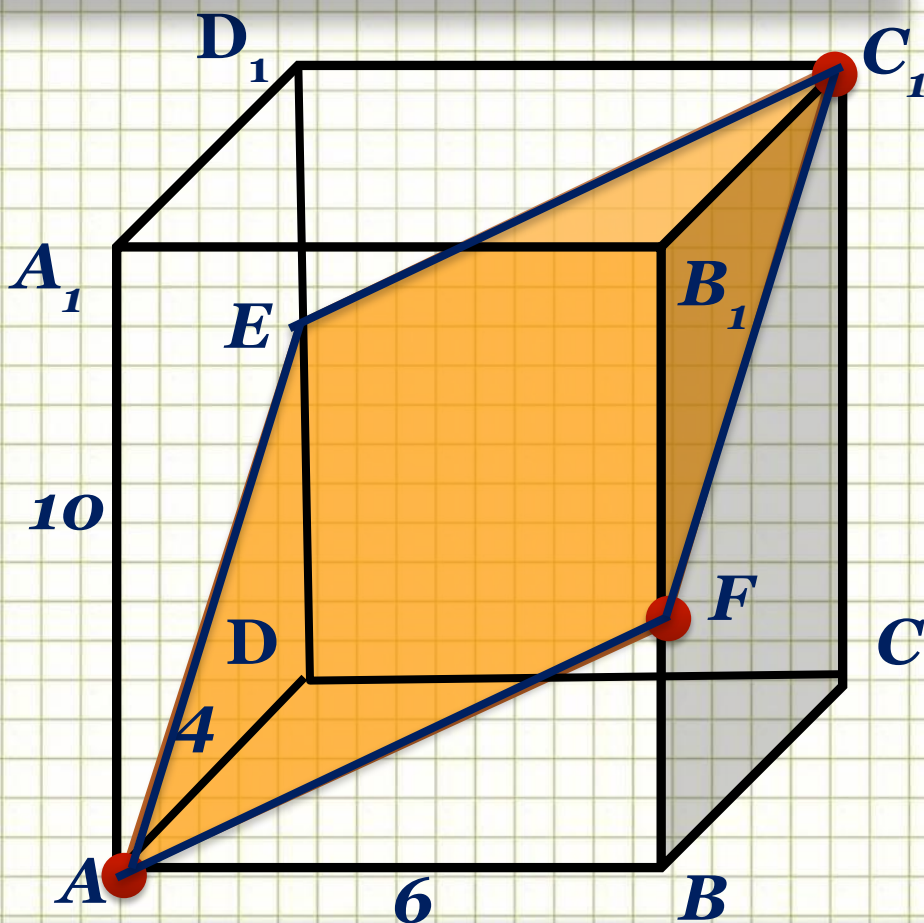


# Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$  известны ребра  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ . Точка  $F$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $2 : 3$ , считая от  $(\cdot)$   $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $F$  и  $C_1$ .

Отрезок  $C_1E \parallel AF$ ,  
 $AE \parallel FC_1$

Искомое сечение  $AFC_1E$  -  
параллелограмм





Из  $\triangle ABF$ :

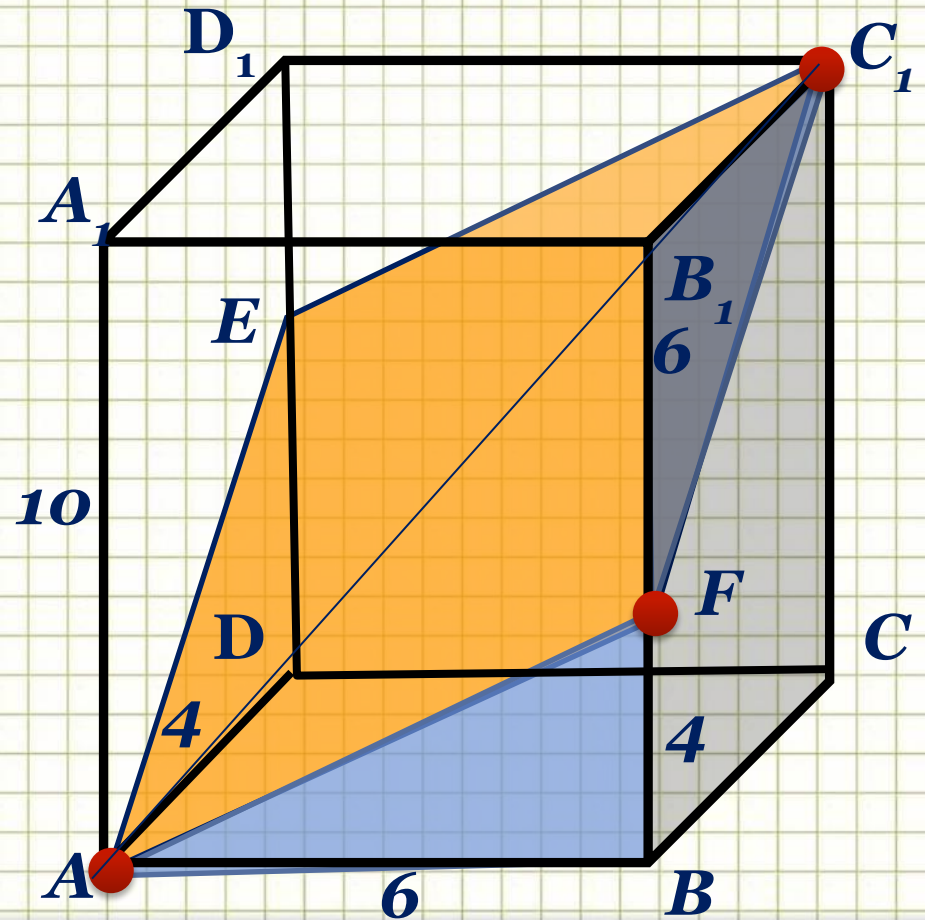
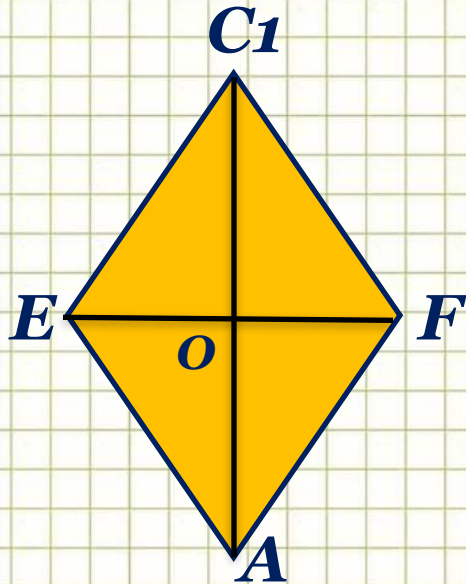
$$AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = 2\sqrt{13}$$

Из  $\triangle C_1B_1F$ :

$$C_1F = \sqrt{C_1B_1^2 + B_1F^2} = 2\sqrt{13}$$

Значит, сечение  $AFC_1E$  – ромб с диагональю

$$AC_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC_1^2} = 2\sqrt{38}$$



$$EF = \sqrt{AF^2 - \frac{AC_1^2}{4}} = 2\sqrt{14}$$

$$S = \frac{1}{2} AC_1 \cdot EF = 4\sqrt{133}$$

5



7



3



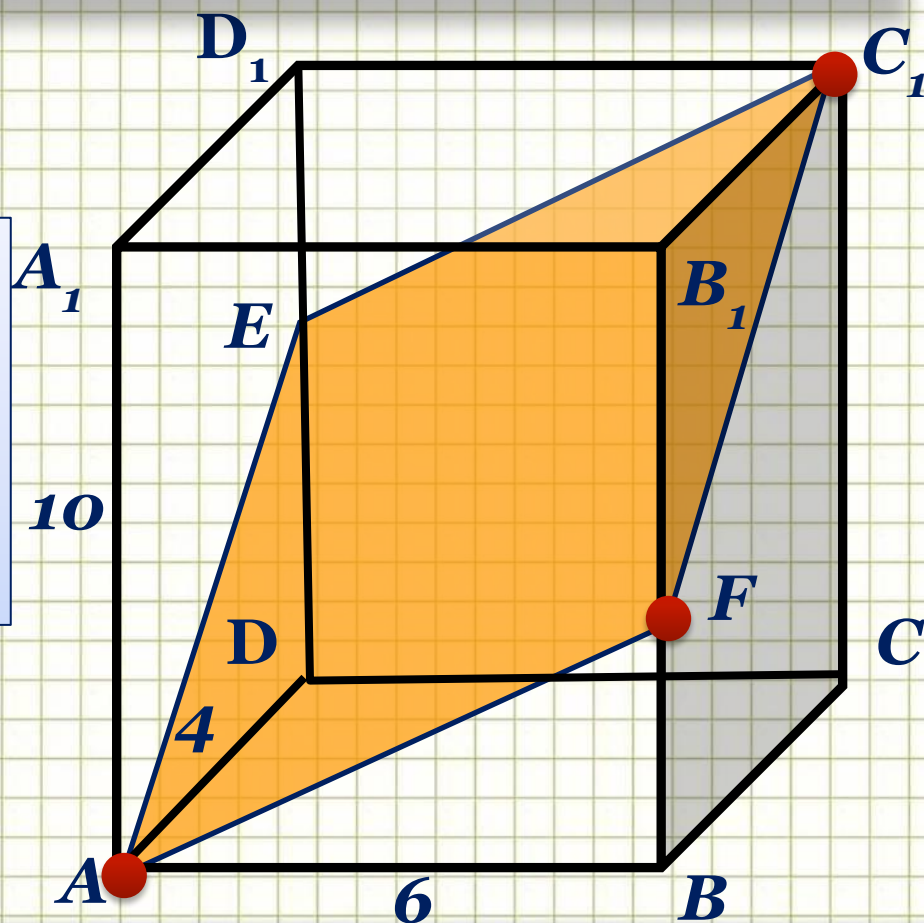


## Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$  известны ребра  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ . Точка  $F$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $2 : 3$ , считая от  $(\cdot)$   $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $F$  и  $C_1$ .

2

Площадь ортогональной проекции сечения многоугольника равна произведению площади этого многоугольника на косинус угла между плоскостями





5



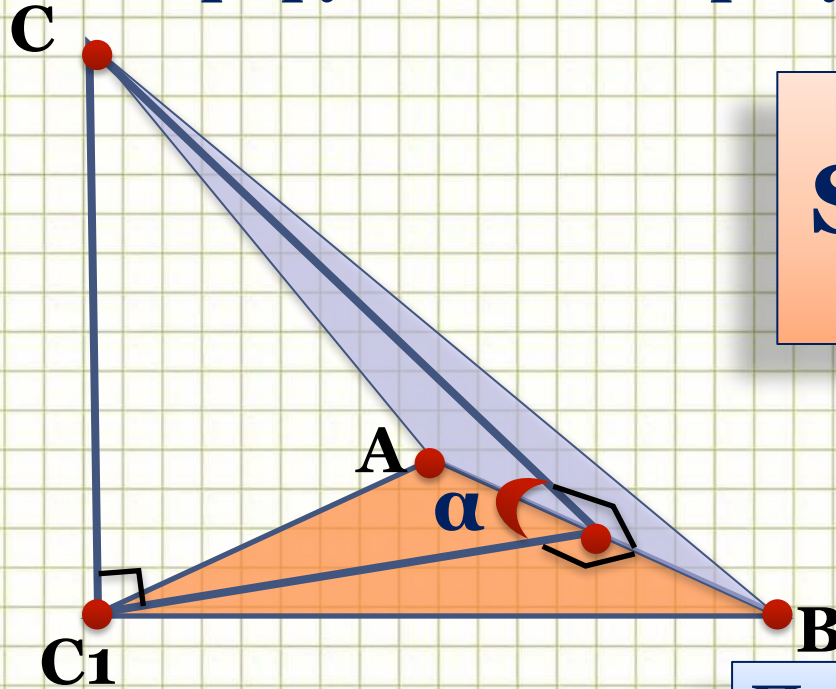
7



3



Нахождение площади многоугольника через площадь его ортогональной проекции легко иллюстрируется таким рисунком:



$$S_{ABC} = \frac{S_{ABC_1}}{\cos \alpha}$$

План решения такой:

- 1) Строим сечение.
- 2) Находим его ортогональную проекцию на плоскость основания.
- 3) Находим площадь ортогональной проекции.
- 4) Находим площадь сечения.

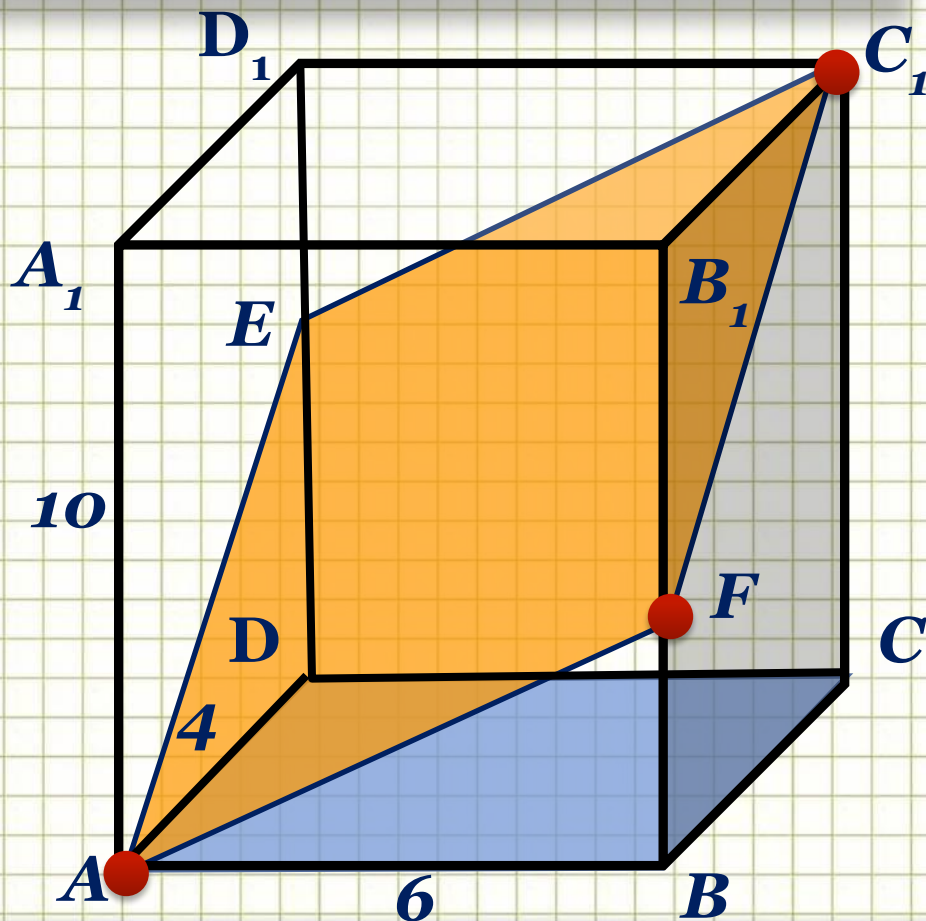


# Задача №1:

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD_1B_1C_1D_1$  известны ребра  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ . Точка  $F$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $2 : 3$ , считая от  $(\cdot)$   $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $F$  и  $C_1$ .

$$S_{AFC_1E} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \alpha}$$

Угол  $\alpha$  между  
плоскостями равен  $10$   
углу между  
прямыми,  
перпендикулярным  
и к этим плоскостям



3



Угол  $\alpha$  между плоскостями равен **углу между ненулевыми векторами, перпендикулярными к этим плоскостям, т.е. между векторами нормалей**

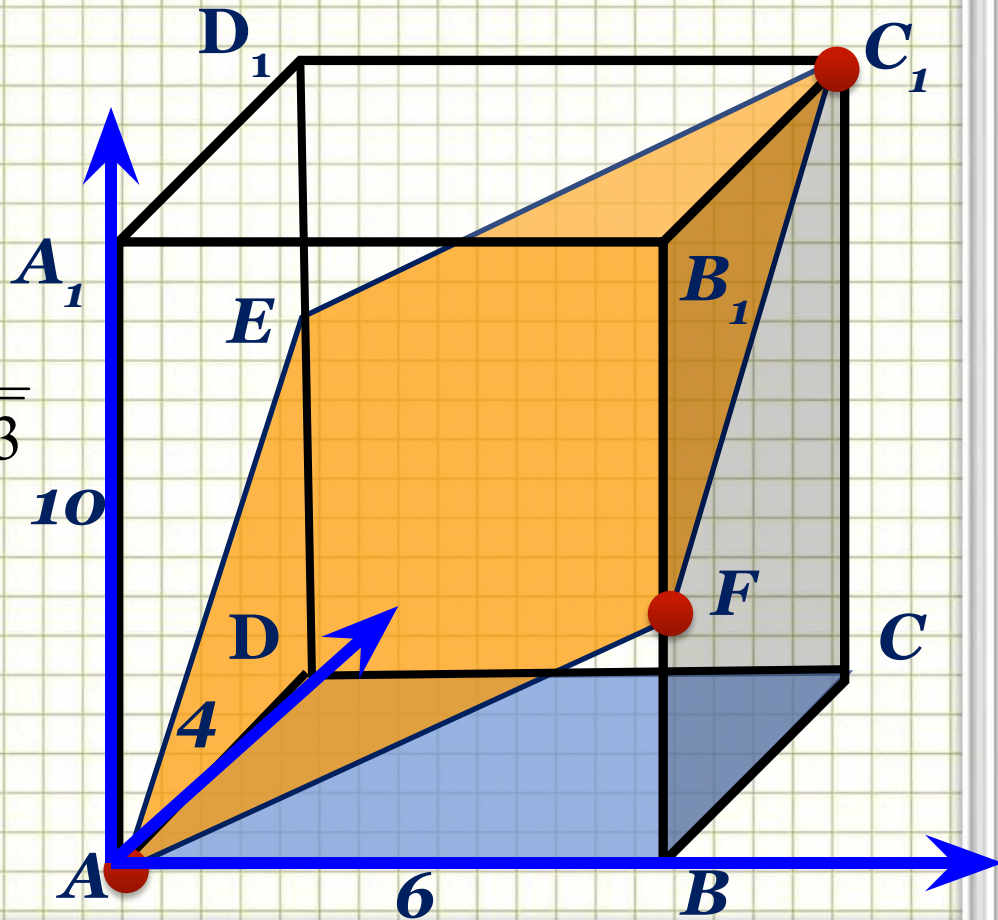
5

Уравнение плоскости  $AFC_1E : 4x + 9y - 6z = 0$   
 вектор нормали  $\vec{n}(4;9;-6) \quad |\vec{n}| = \sqrt{16 + 81 + 36} = \sqrt{133}$

вектор нормали  $\vec{DD}_1(0;0;10)$   
 к плоскости  $ABCD \quad |DD_1| = 10$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{DD}_1|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{DD}_1|} = \frac{6}{\sqrt{133}}$$

$$S_{AFC_1E} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \alpha} = 4\sqrt{133}$$



3



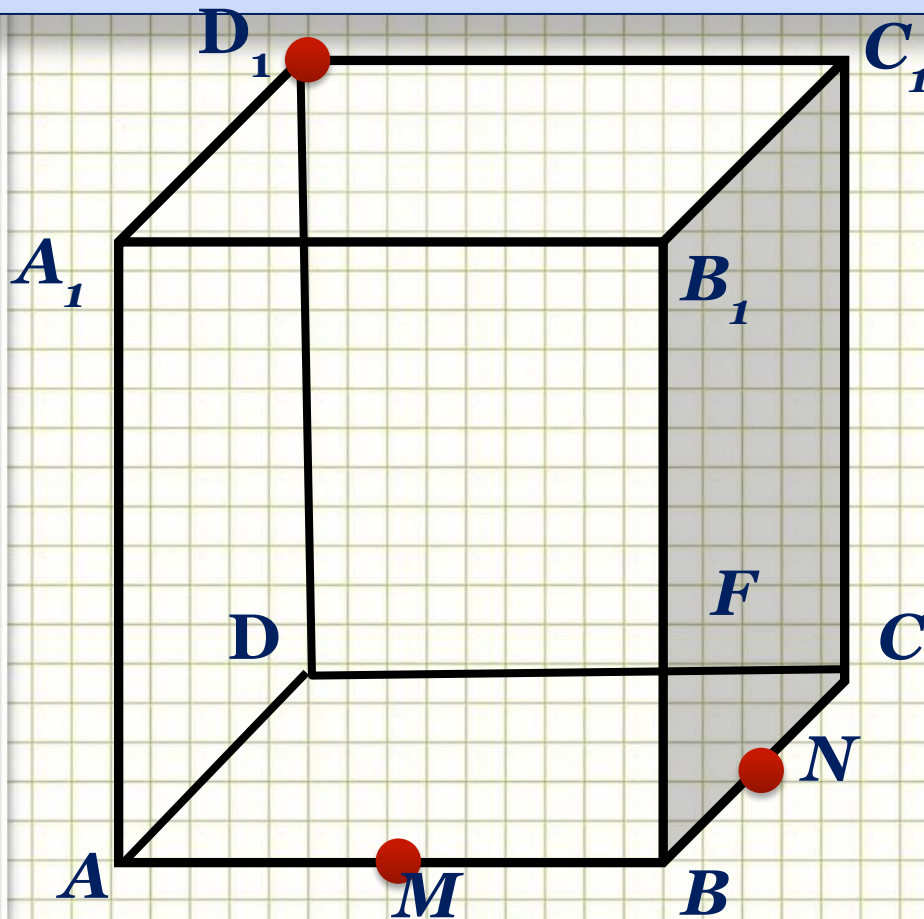


## Задача №2:

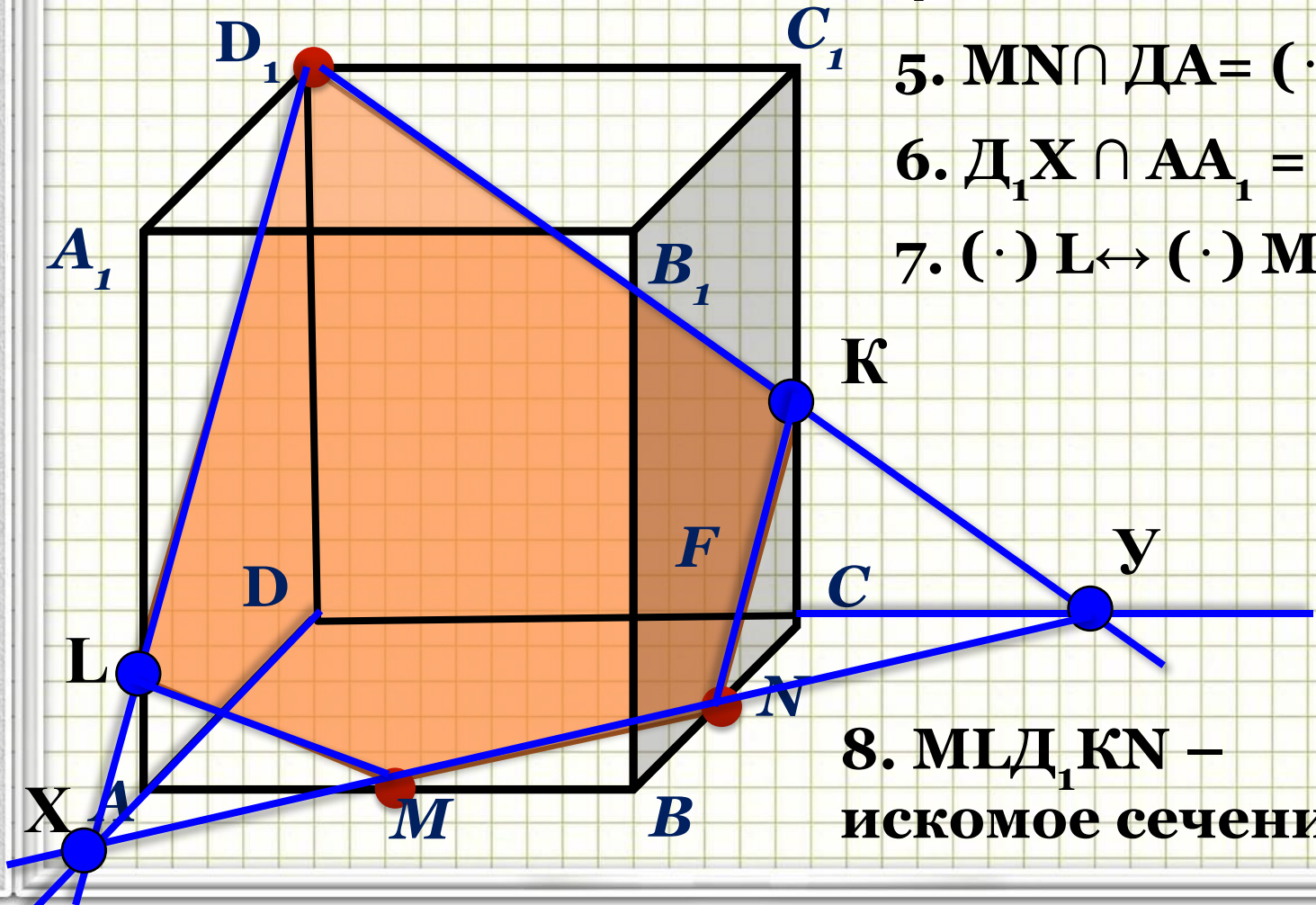
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  известны ребра  $AB = 16$ ,  $BC = 12$ ,  $AA_1 = 20$ .

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через вершину  $D_1$  и середины ребер  $AB$  и  $BC$ .

Найдите площадь полученного сечения.



# Построение:



1.  $(\cdot) M \leftrightarrow (\cdot) N$ .
2.  $MN \cap DC = (\cdot) Y$
3.  $D_1Y \cap CC_1 = (\cdot) K$
4.  $(\cdot) N \leftrightarrow (\cdot) K$ ,
5.  $MN \cap DA = (\cdot) X$
6.  $D_1X \cap AA_1 = (\cdot) L$
7.  $(\cdot) L \leftrightarrow (\cdot) M$ ,

8.  $MLD_1KN$  –  
искomое сечение

5



7



3



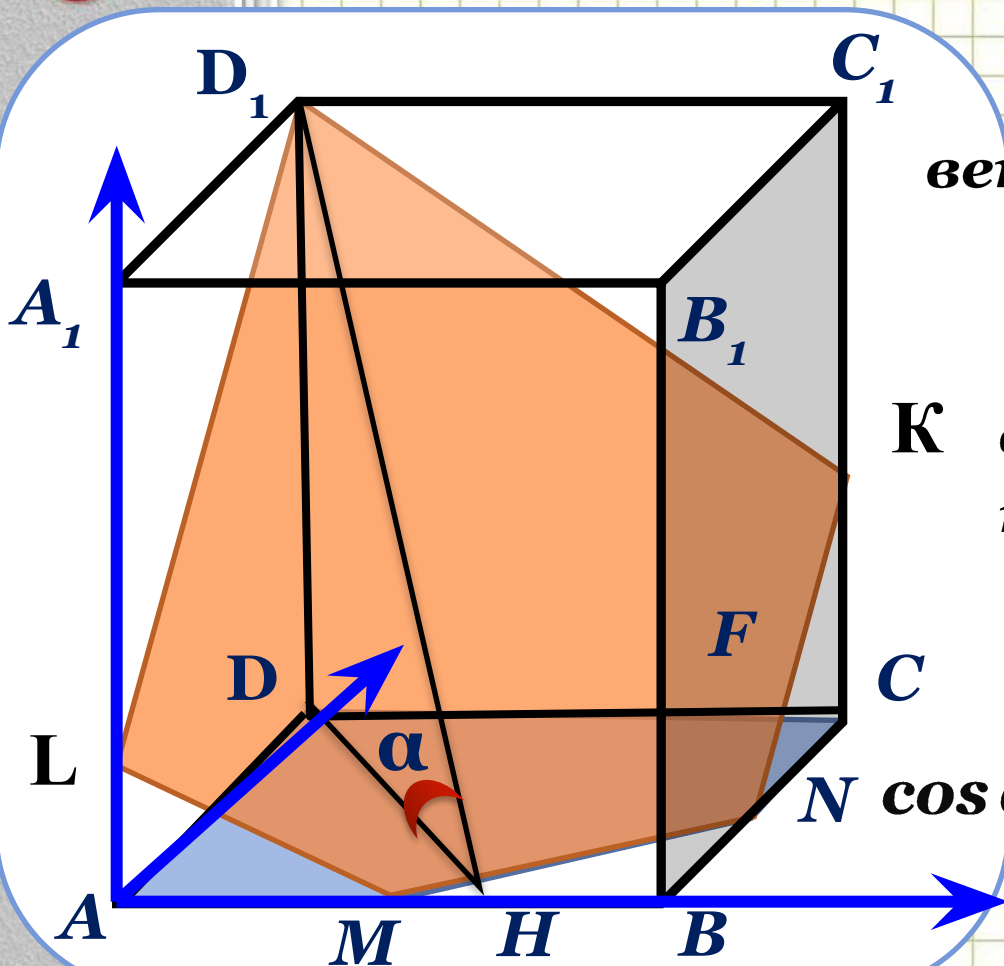


# Вычисление угла:

5

Найдем косинус угла между плоскостями:  
Составим уравнение плоскости сечения:

$$15x - 20y + 18z - 120 = 0$$



вектор нормали  $\vec{n}(15; -20; 18)$

$$|\vec{n}| = \sqrt{949}$$

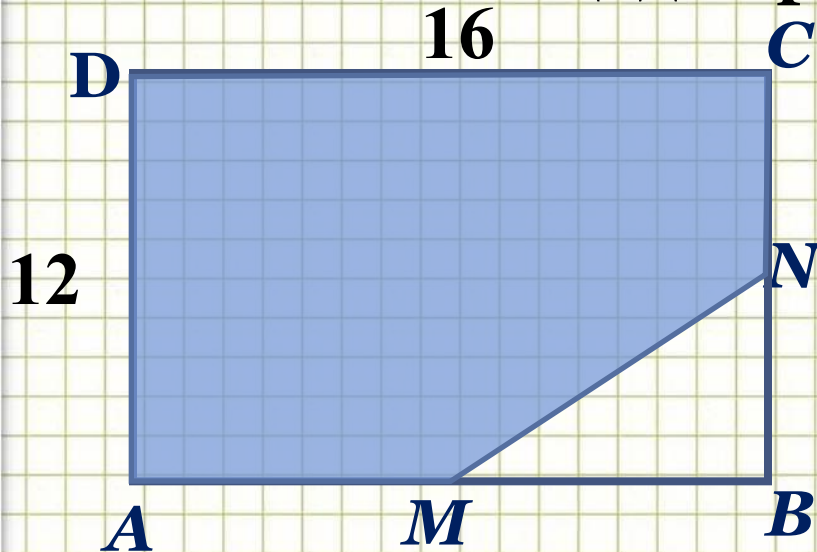
$\vec{K}$  вектор нормали  $\vec{DD}_1(0; 0; 20)$   
к плоскости ABCD

$$|\vec{DD}_1| = 20$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{DD}_1|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{DD}_1|} \quad \cos \alpha = \frac{18}{\sqrt{949}}$$

# Вычисление площади:

Вычислим площадь проекции:



$$S_{\text{сеч}} = S_{ABCD} - S_{\triangle MBN}$$

$$S_{\text{сеч}} = 168$$

$$\cos \alpha = \frac{18}{\sqrt{949}}$$

$$S_{\text{сечения}} = \frac{S_{\text{проекция}}}{\cos \alpha}$$

$$S_{\text{сеч}} = \frac{28\sqrt{949}}{3}$$

5



7



3

