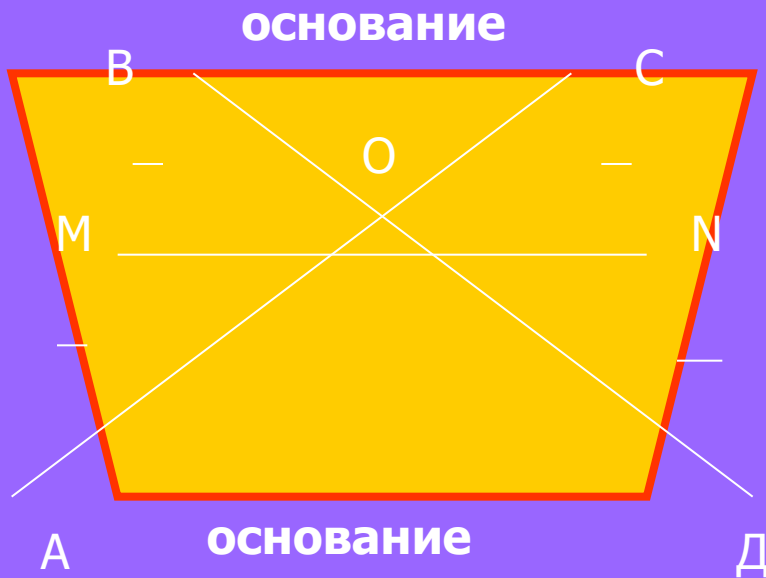


ГЕОМЕТРИЯ 8 класс

Площадь трапеции

Федорова Ирина Анатольевна

Трапеция



BC параллельна AD,
AB не параллельна CD

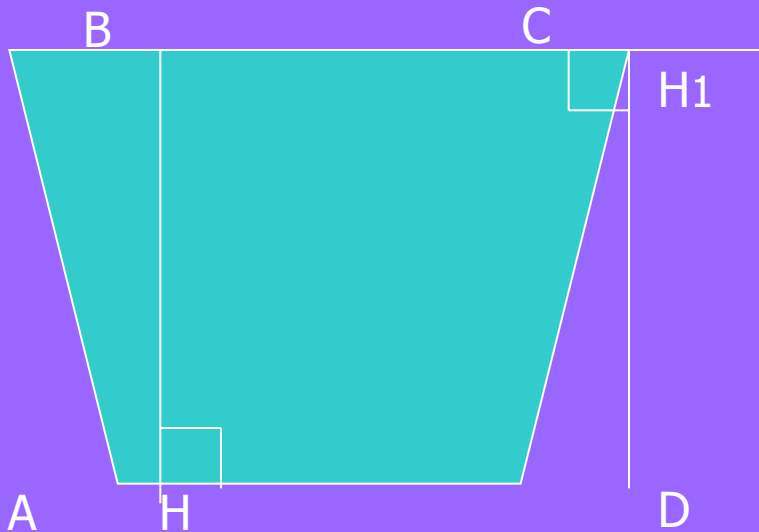
MN – средняя линия трапеции
MN параллельна AD и CD
AC и BD - диагонали трапеции

Если $AB=CD$, то трапеция
равнобедренная

В равнобедренной трапеции
углы при основании равны.

$$\angle A = \angle B, \angle B = \angle C$$

Высота трапеции



На рисунке BH и DH₁ - высоты трапеции.

Высотой трапеции называется перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований к прямой, содержащей другое основание .

Теорема:

Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту

Дано: ABCD-трапеция

AD и BC – основания трапеции

BH – высота трапеции

Доказать: $S_{\text{тр}} = \frac{1}{2}(AD+BC) \cdot BH$

Доказательство:

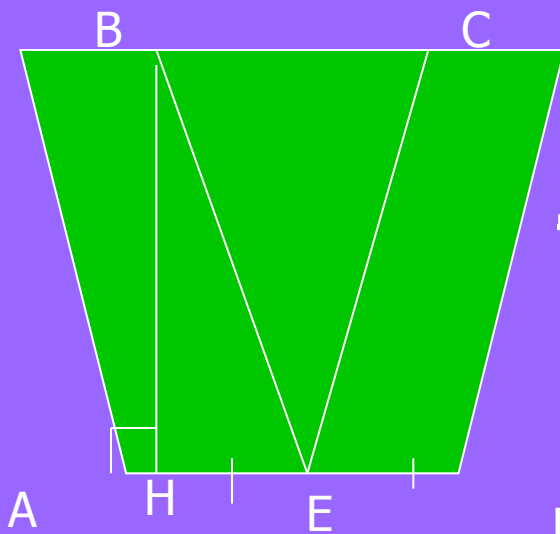
1. E – середина основания AD, $AE=ED$

2. Проведём BE и CE

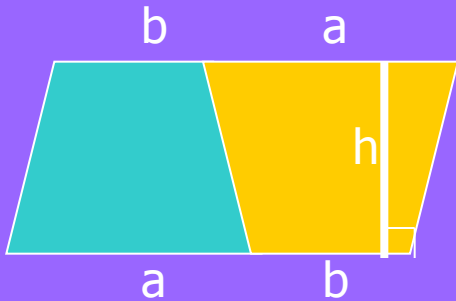
3. Получаем треугольники: ABE, BEC, CDE

4. По свойству площадей площадь трапеции равна сумме площадей трёх треугольников.

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABE} + S_{BEC} + S_{CED} = \frac{1}{2}AE \cdot BH + \frac{1}{2}ED \cdot BH + \frac{1}{2}BC \cdot BH = \\ &= \frac{1}{2} (AE + ED + BC) \cdot BH = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot BH \end{aligned}$$



Второй способ доказательства:



Доказательство:

1. Сложим две одинаковые трапеции так, чтобы получился параллелограмм

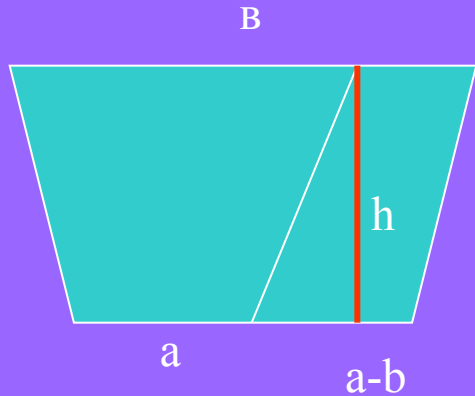
2. $S_{\text{тр}} = \frac{1}{2} S_{\text{пар}} = \frac{1}{2} (a+b) h$

$S_{\text{тр}} = \frac{1}{2} (a+b)h$, где

a и b - основания трапеции

h – высота трапеции

Третий способ доказательства теоремы:



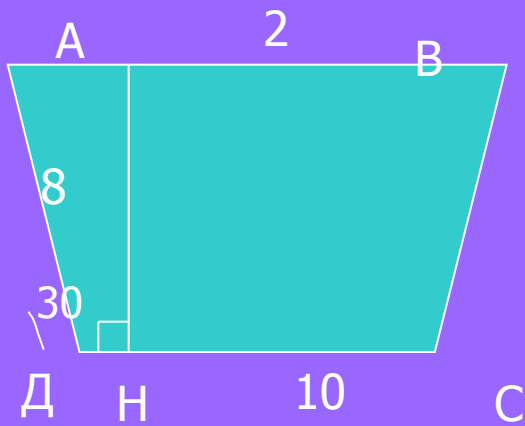
$$S = S_{\text{пар}} + S_{\text{тр}} =$$
$$= bh + 1/2(a-b)h = 1/2(a+b)h$$

№4806

Дано: ABCD – трапеция, AB и CD – основания трапеции

$\angle D = 30^\circ$, AB = 2 см, CD = 10 см, DA = 8 см

Найти: Стр



Решение.

1. $Стр = \frac{1}{2} (CD + AB) AH$

2. AH находим из прямоугольного $\triangle ADN$.

3. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы $AH = 8 : 2 = 4$ см

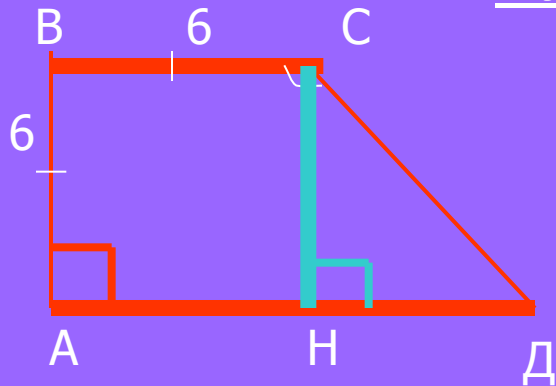
$$Стр = \frac{1}{2} (AB + CD) AH = \frac{1}{2} (2 + 10) 4 = 24 \text{ см}^2$$

Ответ: 24 см²

№481

Дано: ABCD – прямоугольная трапеция
 $AB=BC=6\text{ см}$, $\angle C=135^\circ$

Найти: Стр



Решение.

1. Проведём $CH \perp AD$
2. Рассмотрим прямоугольный $\triangle CHD$
3. $\angle HCD = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$
4. $\angle CDH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
5. $\triangle CHD$ – прямоугольный и

равнобедренный. $CH=HD=6\text{ см}$

6. $AD=AH+HD = 6+6 = 12\text{ см}$

7. $Стр = \frac{1}{2} (AD+BC) \cdot CH = \frac{1}{2} (12+6) \cdot 6 = 54\text{ см}^2$

Ответ: 54 см²

Домашнее задание:

- № 480а
- № 482
- пп. 48-53.
- Найти другие способы доказательства теоремы о площади трапеции.



спасибо

за урок!