МОУ «ООШ с.Никольское Духовницкого района Саратовской области»

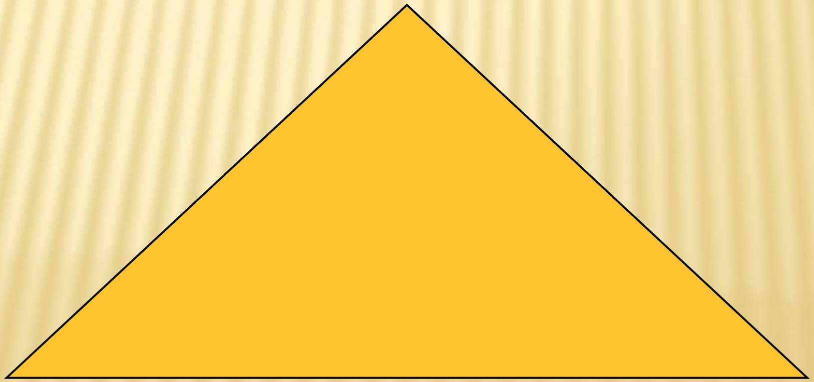
Площадь прямоугольника и треугольника

Автор: ученика 8 класса
Якунина Андрея
Руководитель: Бурукина Н.Н.

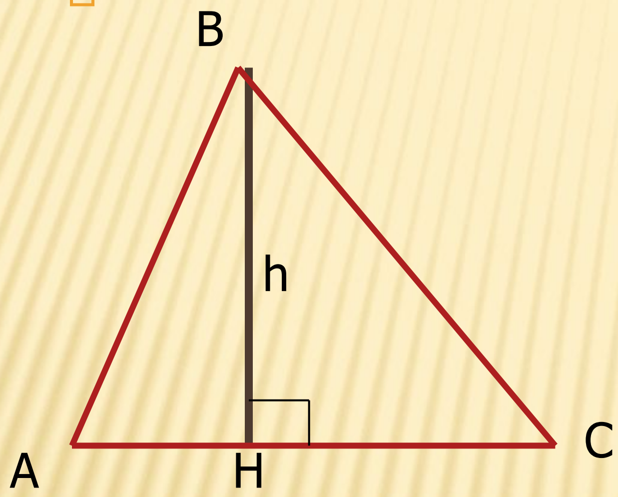
2011г.

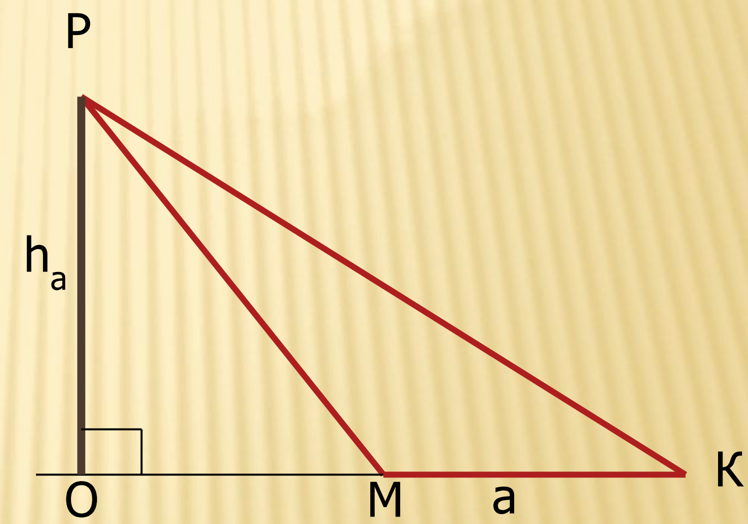
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведённую к этому основанию



ОСНОВАНИЯ И ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

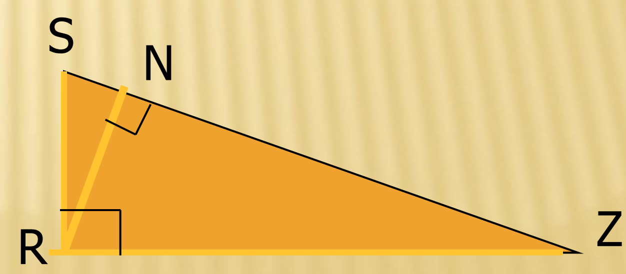




AC - основание

BH ⊥ AC, BH - высота

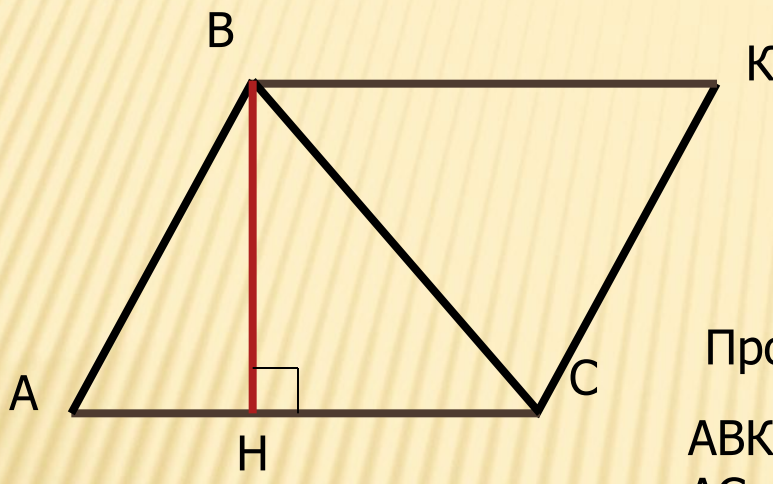
BH = h



RS, RZ, RN – высоты

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Теорема: площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



Дано: $\triangle$ ABC, AC – основание,
BH - высота

Доказать: S_{ABC} = **1/2** AC · BH

Доказательство:

Проведём BK $\parallel$ AC, CK $\parallel$ AB

ABKC – параллелограмм, его снованием является AC, а высотой является BH

S_{ABKC} = AC · BH

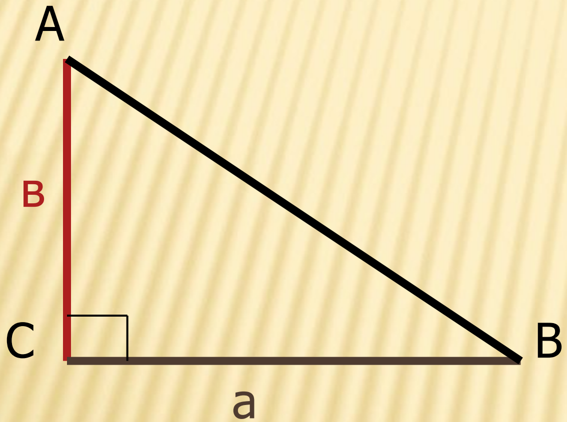
Треугольники ABC и KCB равны, значит, их площади тоже равны

$S_{ABKC} = S_{ABC} + S_{KCB}$, $S_{ABC} = 1/2\ S_{ABKC}$

S_{ABC} = 1/2 AC · BH

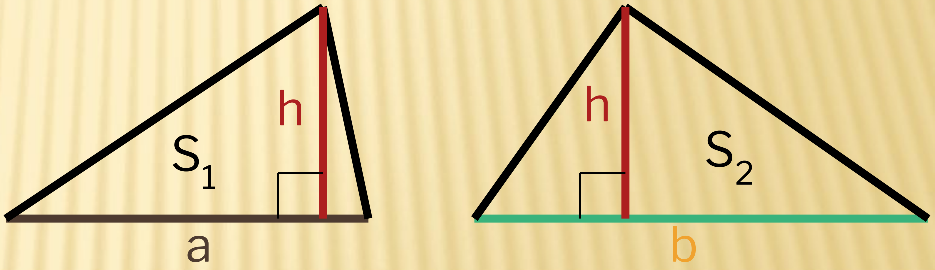
СЛЕДСТВИЯ

- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов



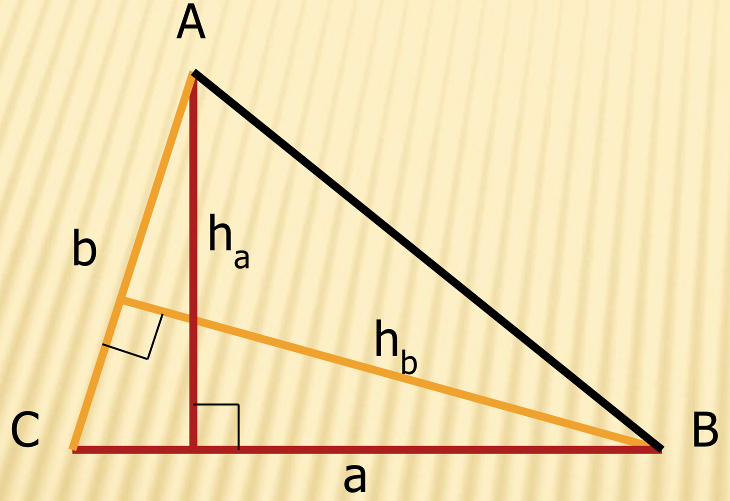
$S = \frac{1}{2} ab$

- Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}\, a\, h}{\frac{1}{2}\, b\, h} = \frac{a}{b}$$

Соотношение между сторонами и высотами треугольника



$S_{ABC} = 1/2\ a \cdot h_a$

$S_{ABC} = 1/2\ b \cdot h_b$

$1/2\ a \cdot h_a = 1/2\ b \cdot h_b$

$\mathbf{a \cdot h_a = b \cdot h_b}$

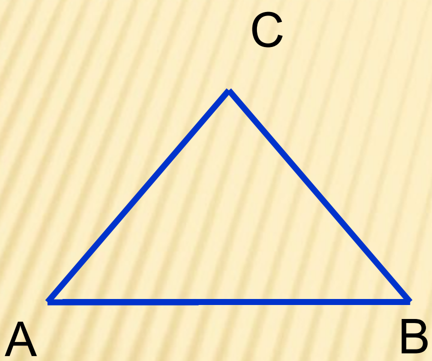
Вывод: **меньшая высота проведена к большему основанию**

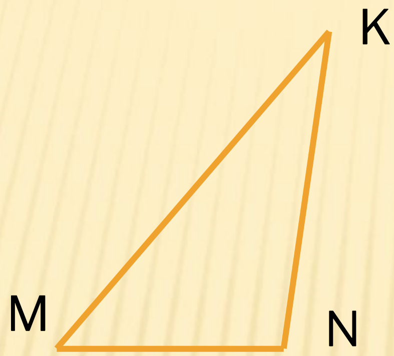
ТЕОРЕМА ЕСЛИ УГОЛ ОДНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА РАВЕН УГЛУ ДРУГОГО ТРЕУГОЛЬНИКА, ТО ПЛОЩАДИ ЭТИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ОТНОСЯТСЯ КАК ПРОИЗВЕДЕНИЯ СТОРОН, ЗАКЛЮЧАЮЩИХ РАВНЫЕ УГЛЫ.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle MNK$

$\angle A = \angle M$

Доказать: $\dfrac{S_{ABC}}{S_{MNK}} = \dfrac{AB \cdot AC}{MN \cdot MK}$





Доказательство:

Наложим $\triangle MNK$ на $\triangle ABC$ так, чтобы $\angle M$ совпал с $\angle A$

Треугольники ABC и ANC имеют общую высоту CH

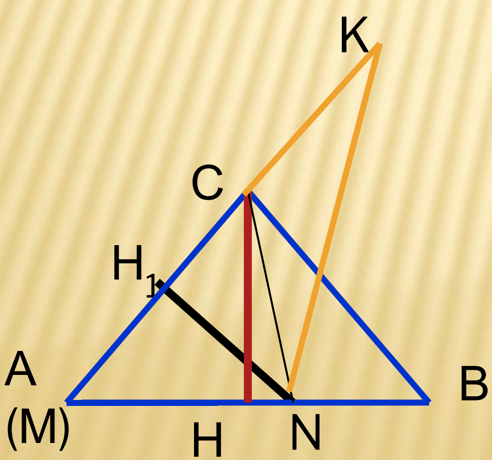
$S_{ABC} : S_{ANC} = AB : AN$, $\underline{S_{ABC} : S_{ANC} = AB : MN \ (1)}$

Треугольники ANC и ANK имеют общую высоту NH_1

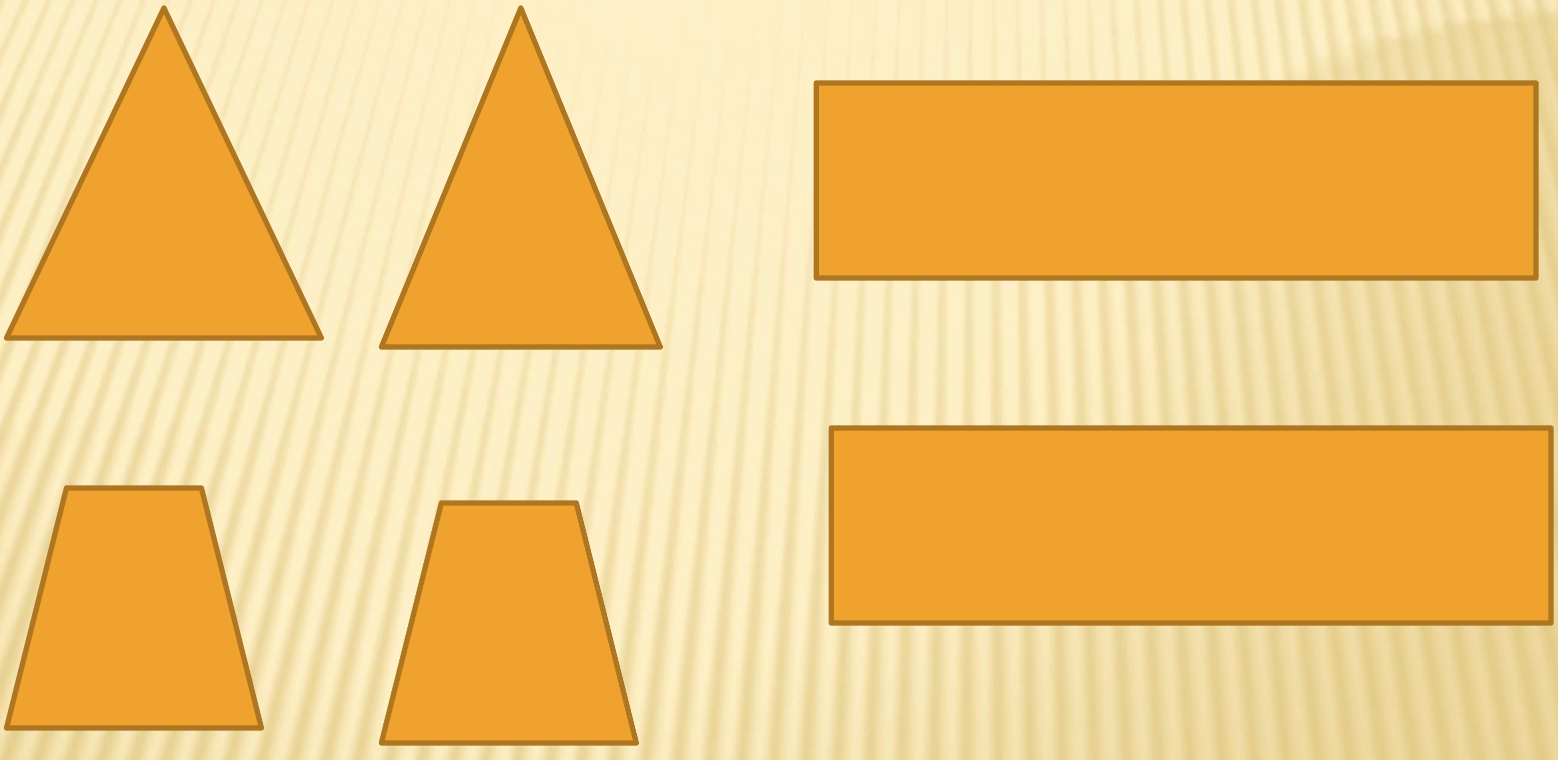
$S_{ANC} : S_{ANK} = AC : AK$, $\underline{S_{ANC} : S_{ANK} = AC : MK \ (2)}$

Перемножив равенства (1) и (2), получим:

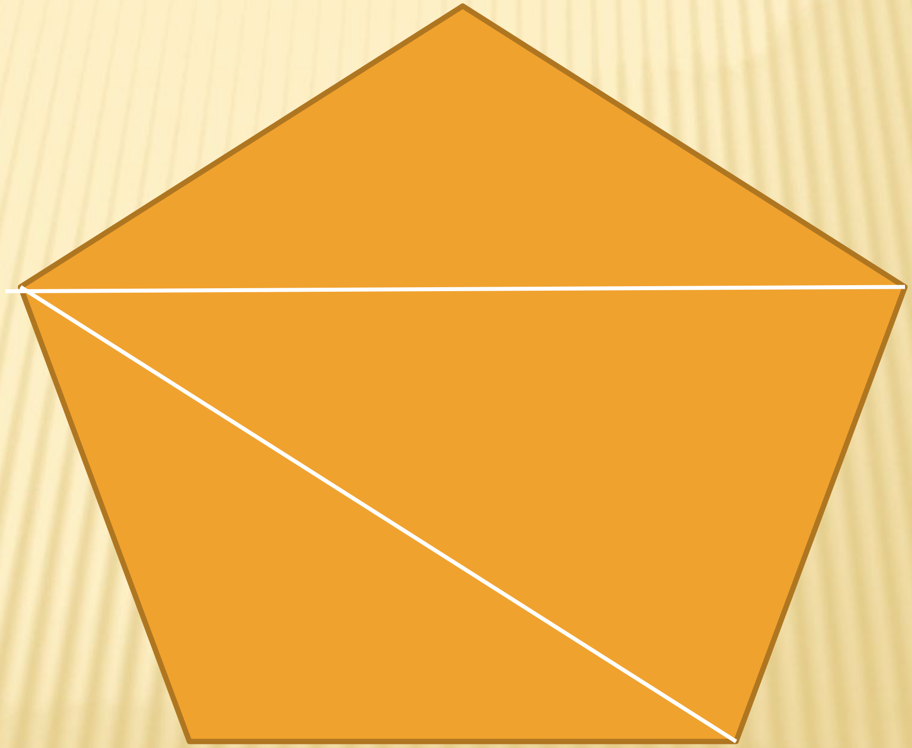
$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNK}} = \frac{AB \cdot AC}{MN \cdot MK}$$



РАВНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ ИМЕЮТ РАВНЫЕ ПЛОЩАДИ



ПЛОЩАДЬ ВСЕГО МНОГОУГОЛЬНИКА РАВНА СУММЕ ПЛОЩАДЕЙ ЕГО ЧАСТЕЙ, НА КОТОРЫЕ ОН РАЗБИТ НЕКОТОРОЙ ПРЯМОЙ.



ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА РАВНА КВАДРАТУ ДЛИНЫ ЕГО СТОРОНЫ, Т.Е. ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА СО СТОРОНОЙ А ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ПО ФОРМУЛЕ.

a

$$S=a^2$$

Площадь прямоугольника. Площадь квадрата.

Теорема. ***Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.***

Доказательство. Рассмотрим прямоугольник со сторонами a и b. Докажем, что $S = ab$. Достроим прямоугольник со сторонами a и b до квадрата со стороной $a + b$ (рис. 61). По первому свойству площадей фигур, площадь этого квадрата будет равна квадрату его стороны, т.е. $(a + b)^2$.

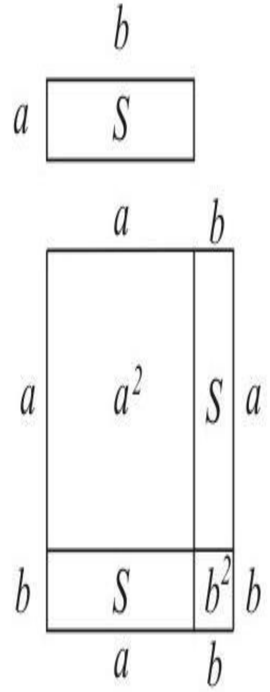


Рис. 61

Но по третьему свойству площадей (см. п. 40), площадь этого квадрата равна сумме площадей частей, на которые этот квадрат разбит, т.е. a^2, b^2, S и S.
Тогда по второму свойству площадей (см. п. 40), получим равенство: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + S + S$, или
$a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2$. После преобразований получим $S = ab$. Теорема доказана.

Площадь прямоугольника:

$$S = a \cdot b$$

ЛИТЕРАТУРА

Интернет

Геометрия. 7-9 классы: учеб. Для общеобразоват . учреждений /Л С Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.) – 19- е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 384с.