

# МОУ «ООШ с.Никольское Духовницкого района Саратовской области»

## Площадь прямоугольника и треугольника

Автор: ученика 8 класса  
Якунина Андрея

Руководитель: Бурукина Н.Н.

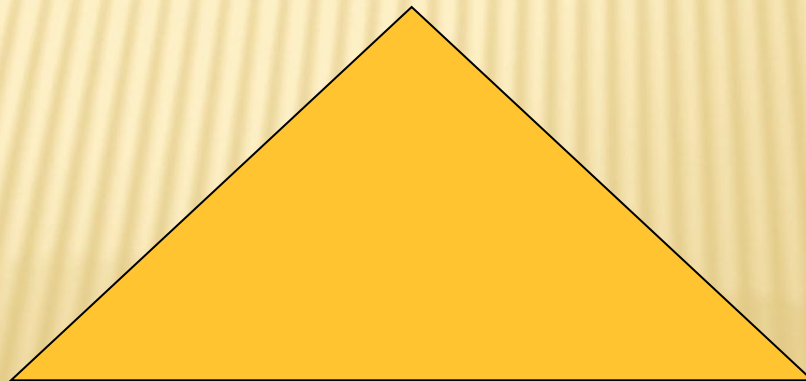
2011г.

---

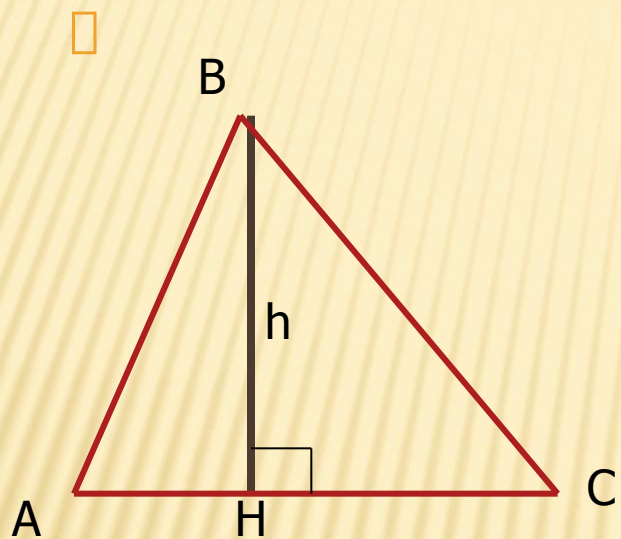
# ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

---

- Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведённую к этому основанию



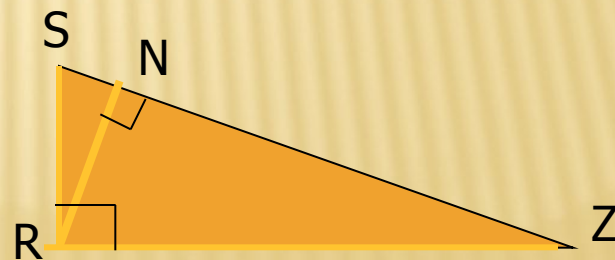
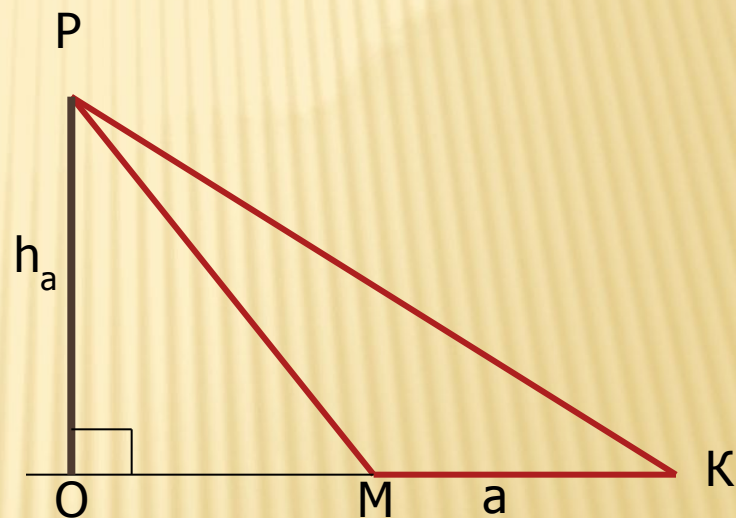
# ОСНОВАНИЯ И ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА



AC - основание

$BH \perp AC$ , BH - высота

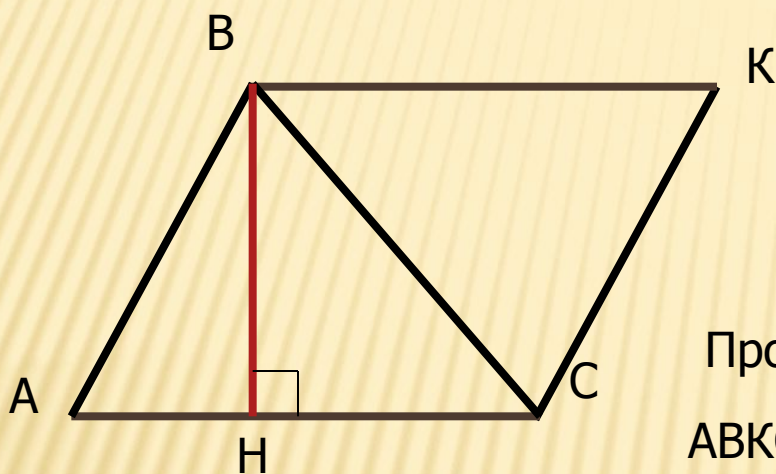
$$BH = h$$



RS, RZ, RN – высоты

# ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Теорема: площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



Дано:  $\triangle ABC$ , AC – основание,  
BH – высота

Доказать:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH$

Доказательство:

Проведём  $BK \parallel AC$ ,  $CK \parallel AB$

ABKC – параллелограмм, его основанием является AC, а высотой является BH

$$S_{ABKC} = AC \cdot BH$$

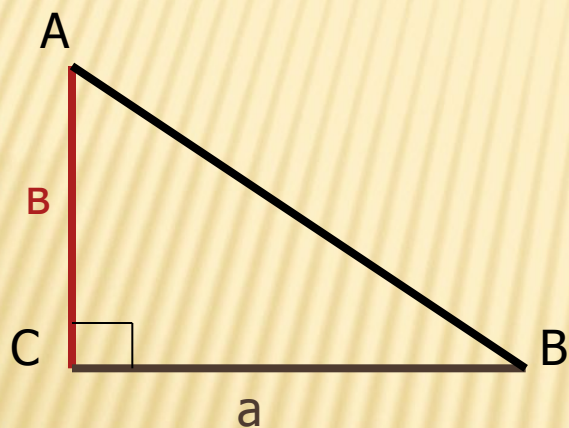
Треугольники ABC и KCB равны, значит, их площади тоже равны

$$S_{ABKC} = S_{ABC} + S_{KCB}, S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABKC}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH$$

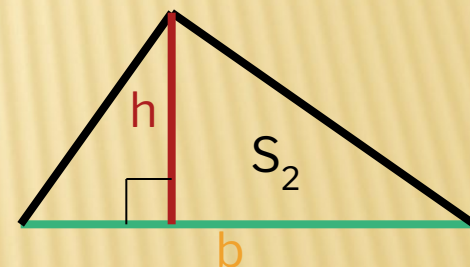
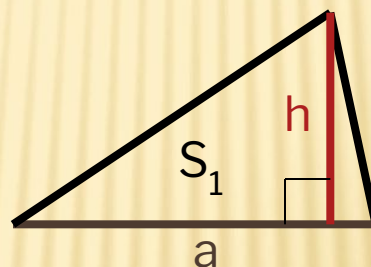
# СЛЕДСТВИЯ

- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов



$$S = \frac{1}{2} ab$$

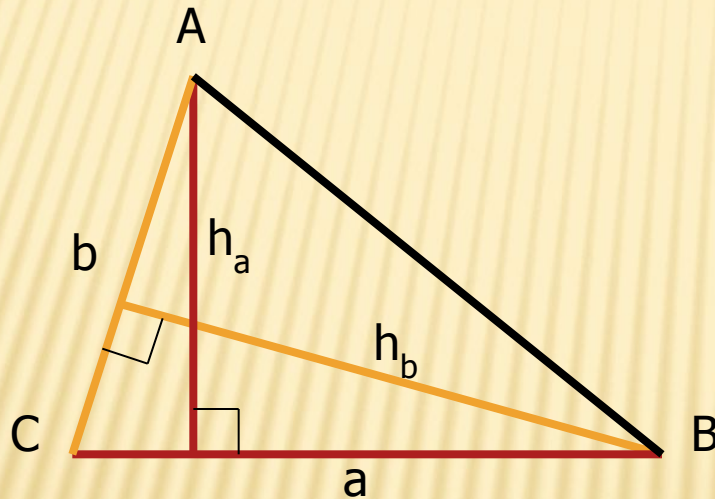
- Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} a h}{\frac{1}{2} b h} = \frac{a}{b}$$



# СОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И ВЫСОТАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА



$$S_{ABC} = 1/2 a \cdot h_a$$

$$S_{ABC} = 1/2 b \cdot h_b$$

$$1/2 a \cdot h_a = 1/2 b \cdot h_b$$

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

Вывод: **меньшая высота  
проведена к  
большему основанию**



**ТЕОРЕМА** ЕСЛИ УГОЛ ОДНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА РАВЕН УГЛУ ДРУГОГО ТРЕУГОЛЬНИКА, ТО ПЛОЩАДИ ЭТИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ОТНОСЯТСЯ КАК ПРОИЗВЕДЕНИЯ СТОРОН, ЗАКЛЮЧАЮЩИХ РАВНЫЕ УГЛЫ.

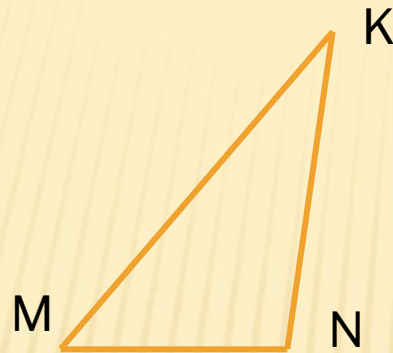
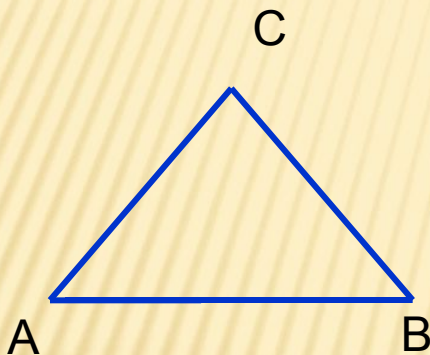
Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle MNK$

$$\angle A = \angle M$$

Доказать:  $\frac{S_{ABC}}{S_{MNK}} = \frac{AB \cdot AC}{MN \cdot MK}$

Доказательство:

Наложим  $\triangle MNK$  на  $\triangle ABC$  так, чтобы  $\angle M$  совпал с  $\angle A$



Треугольники  $ABC$  и  $ANC$  имеют общую высоту  $CH$

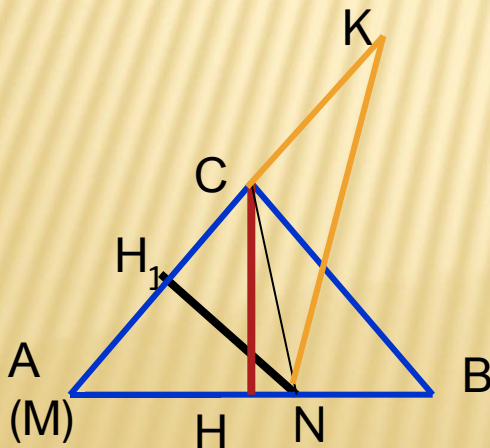
$$S_{ABC} : S_{ANC} = AB : AN, \quad \frac{S_{ABC}}{S_{ANC}} = \frac{AB}{MN} \quad (1)$$

Треугольники  $ANC$  и  $ANK$  имеют общую высоту  $NH_1$

$$S_{ANC} : S_{ANK} = AC : AK, \quad \frac{S_{ANC}}{S_{ANK}} = \frac{AC}{MK} \quad (2)$$

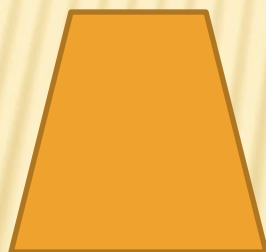
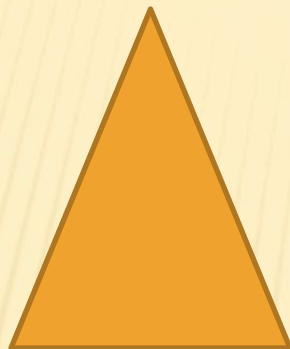
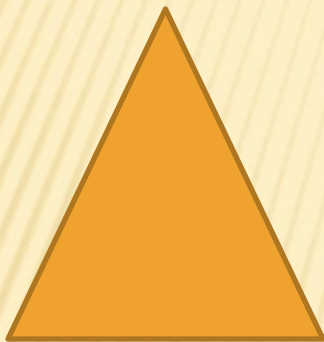
Перемножив равенства (1) и (2), получим:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNK}} = \frac{AB \cdot AC}{MN \cdot MK}$$



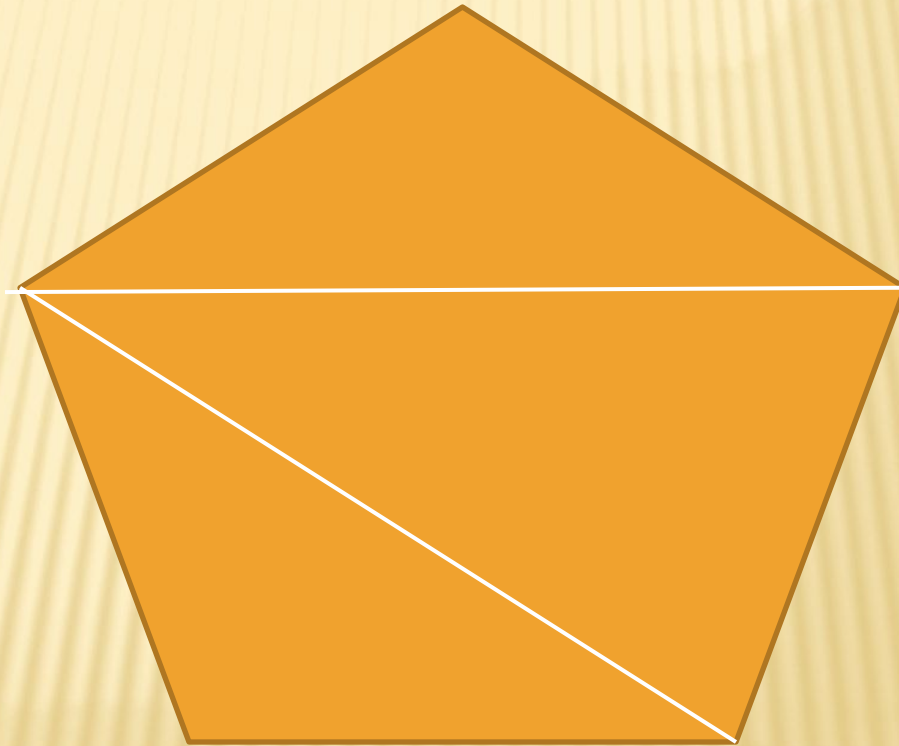
# РАВНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ ИМЕЮТ РАВНЫЕ ПЛОЩАДИ

---





ПЛОЩАДЬ ВСЕГО  
МНОГОУГОЛЬНИКА РАВНА СУММЕ  
ПЛОЩАДЕЙ ЕГО ЧАСТЕЙ, НА  
КОТОРЫЕ ОН РАЗБИТ НЕКОТОРОЙ  
ПРЯМОЙ.



ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА РАВНА КВАДРАТУ  
ДЛИНЫ ЕГО СТОРОНЫ, Т.Е. ПЛОЩАДЬ  
КВАДРАТА СО СТОРОНОЙ А ВЫЧИСЛЯЕТСЯ  
ПО ФОРМУЛЕ.

$$S = a^2$$

а



## Площадь прямоугольника. Площадь квадрата.

☞ **Теорема.** *Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.*

**Доказательство.** Рассмотрим прямоугольник со сторонами  $a$  и  $b$ . Докажем, что  $S = ab$ . Построим прямоугольник со сторонами  $a$  и  $b$  до квадрата со стороной  $a + b$  (рис. 61). По первому свойству площадей фигур, площадь этого квадрата будет равна квадрату его стороны, т.е.  $(a + b)^2$ .

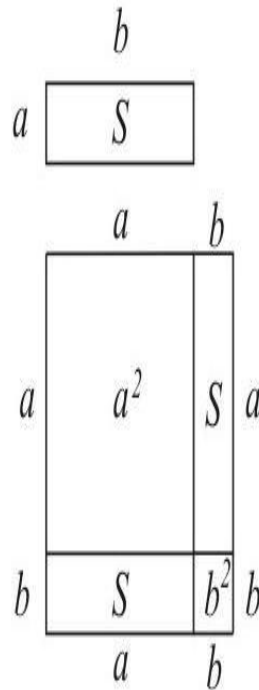


Рис. 61

Но по третьему свойству площадей (см. п. 40), площадь этого квадрата равна сумме площадей частей, на которые этот квадрат разбит, т.е.  $a^2$ ,  $b^2$ ,  $S$  и  $S$ . Тогда по второму свойству площадей (см. п. 40), получим равенство:  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + S + S$ , или  $a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2$ . После преобразований получим  $S = ab$ . Теорема доказана.



ПЛОЩАДЬ

---

ПРЯМОУГОЛЬНИКА:

$$S = a \cdot b$$

# ЛИТЕРАТУРА

---

Интернет

Геометрия. 7-9 классы: учеб. Для  
общеобразоват. учреждений /Л С  
Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и  
др.) – 19-е изд. – М. : Просвещение, 2009. –  
384с.