

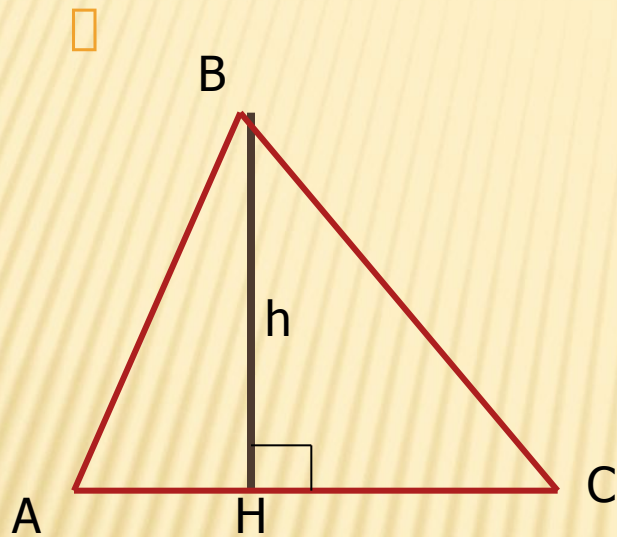
Площадь треугольника и  
трапеции 8 класс

учитель В.А Бондаренко

---

2014год

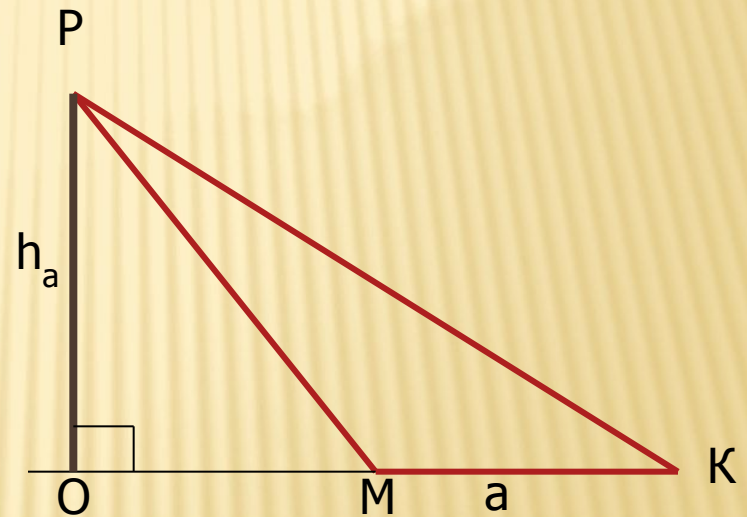
# ОСНОВАНИЯ И ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА



AC - основание

$BH \perp AC$ , BH - высота

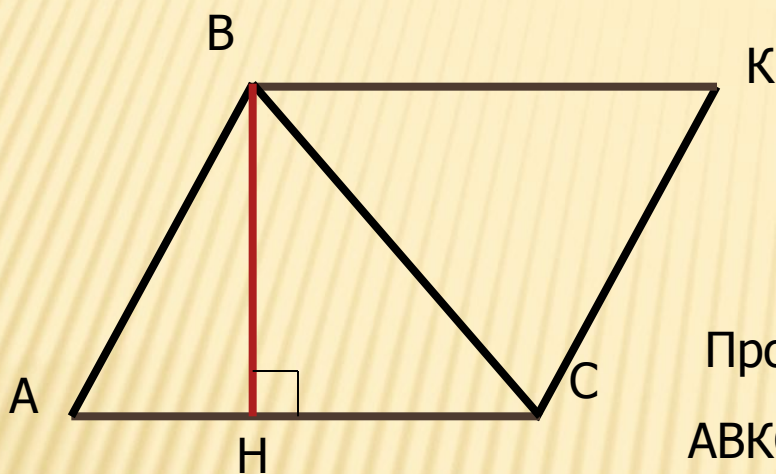
$$BH = h$$



RS, RZ, RN – высоты

# ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

- Теорема: площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту



Дано:  $\triangle ABC$ , AC – основание,  
BH – высота

Доказать:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH$

Доказательство:

Проведём  $BK \parallel AC$ ,  $CK \parallel AB$

ABKC – параллелограмм, его основанием является AC, а высотой является BH

$$S_{ABKC} = AC \cdot BH$$

Треугольники ABC и KCB равны, значит, их площади тоже равны

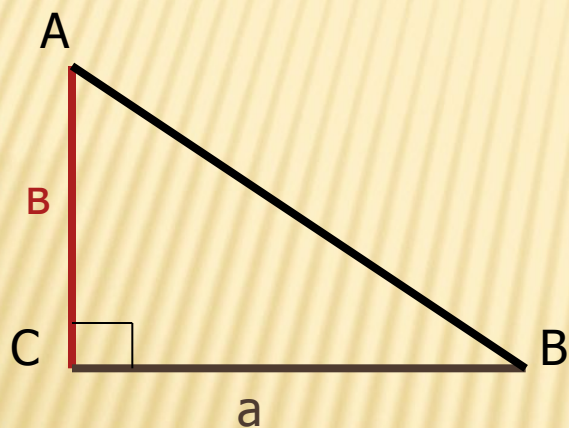
$$S_{ABKC} = S_{ABC} + S_{KCB}, S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABKC}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH$$



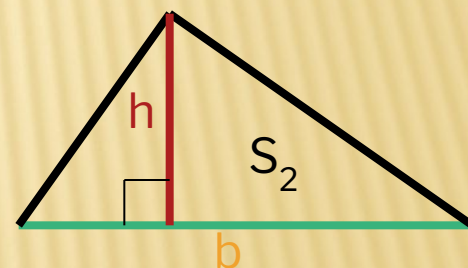
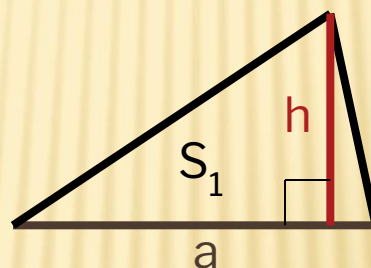
# СЛЕДСТВИЯ

- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов



$$S = \frac{1}{2} ab$$

- Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания

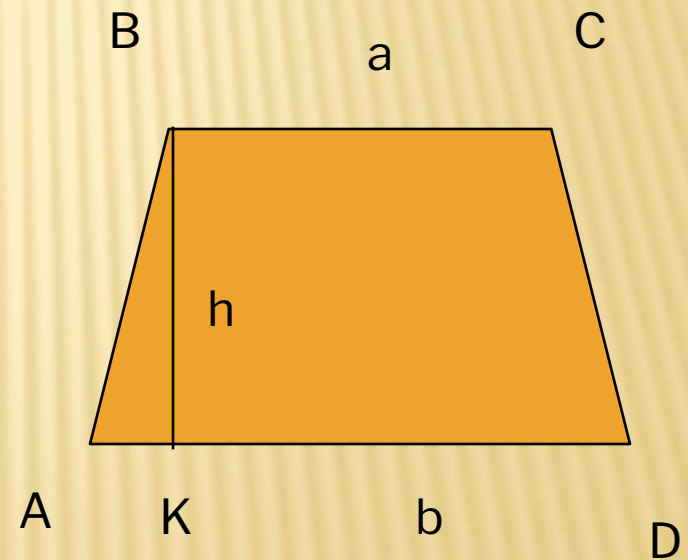


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} a h}{\frac{1}{2} b h} = \frac{a}{b}$$



**ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ РАВНА  
ПРОИЗВЕДЕНИЮ ПОЛУСУММЫ  
ОСНОВАНИЙ НА ВЫСОТУ**

$$S = \frac{1}{2} * (a + b) * h$$



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО №1

1. Разобьем трапецию ABCD на параллелограмм и треугольник

$$2. S_{ABCD} = S_{ABCK} + S_{DCK}$$

$$3. S_{ABCK} = ah$$

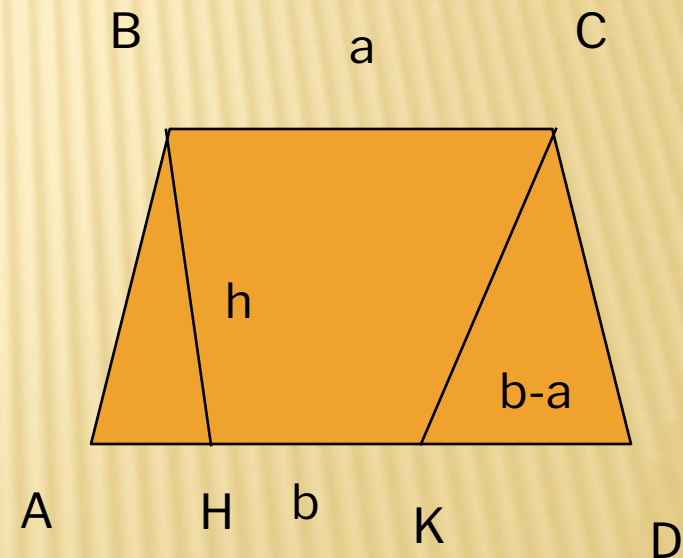
$$S_{DCK} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (b-a)$$

4. Следовательно,

$$S_{ABCD} = ah + \frac{1}{2} \cdot h \cdot (b-a) =$$

$$= ah + \frac{1}{2} \cdot bh - \frac{1}{2} \cdot ah = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (b+a)$$

Ч.Т.Д





# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО N°2

1. Построим трапецию ABCD до параллелограмма ABED и проведем высоту h

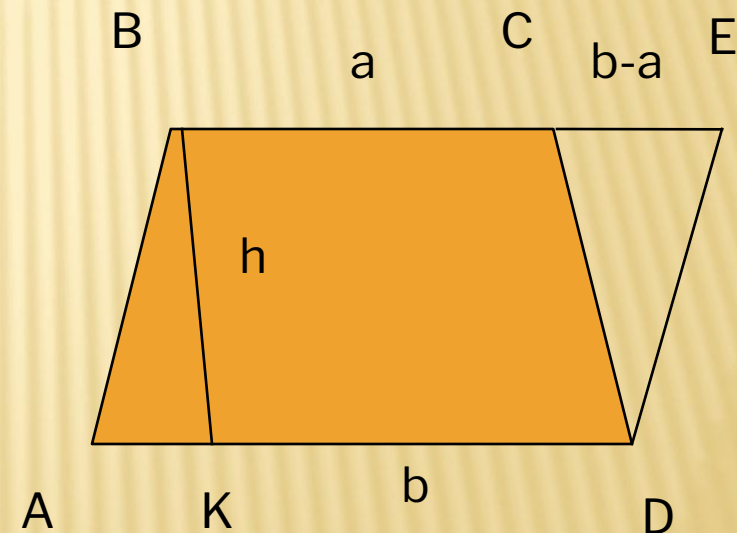
$$2. S_{ABCD} = S_{ABED} - S_{CED}$$

$$S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (b-a)$$

$$3. S_{ABED} = bh$$

4. Следовательно,

$$S_{ABED} = bh - \frac{1}{2} \cdot h \cdot (b-a) = bh - \frac{1}{2} \cdot bh + \frac{1}{2} \cdot ah = \frac{1}{2} \cdot ah + \frac{1}{2} \cdot bh = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a+b).$$



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО №3

1. Разобьем трапецию ABCD на три треугольника, и проведем высоту h

$$2. S_{ABCD} = S_{ABH} + S_{BHC} + S_{CDH}$$

$$3. S_1 \quad ABH = 1/2 * hx$$

$$S_2 \quad BHC = 1/2 * ah$$

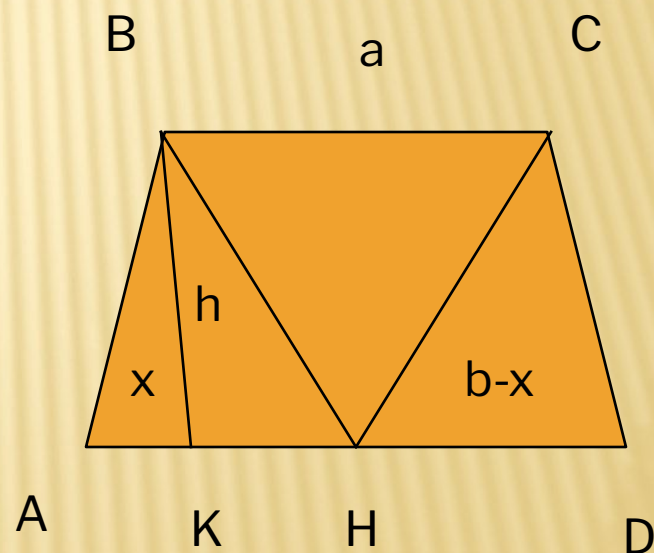
$$S_3 \quad CDH = 1/2 * h * (b-x)$$

4. Следовательно,

$$S_{ABCD} =$$

$$1/2 * hx + 1/2 * ah + 1/2 * h * (b-x) = 1/2 * h * (b+a)$$

ч.т.д





# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО №4

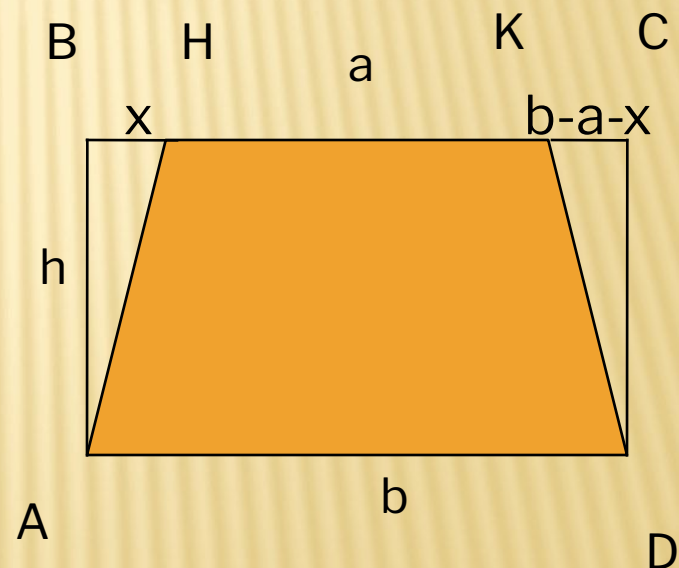
1. Достроим трапецию АНКD до прямоугольника ABCD

$$2. S_{АНКD} = S_{ABCD} - S_{ABH} - S_{KCD}$$

3. Следовательно,

$$\begin{aligned} S_{АНКD} &= bh - 1/2 * hx - 1/2 * h * (b - a - x) = \\ &= bh - 1/2 * hx - 1/2 * bh + 1/2 * ah + 1/2 * hx = \\ &= 1/2 * bh + 1/2 * ah = 1/2 * h * (b + a). \end{aligned}$$

Ч.Т.Д



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО N°5

1. Разобьем трапецию ABCD на два треугольника и проведем высоту  $h$  на основание AD

$$2. S_{ABCD} = S_{BDK} + S_{BCD}$$

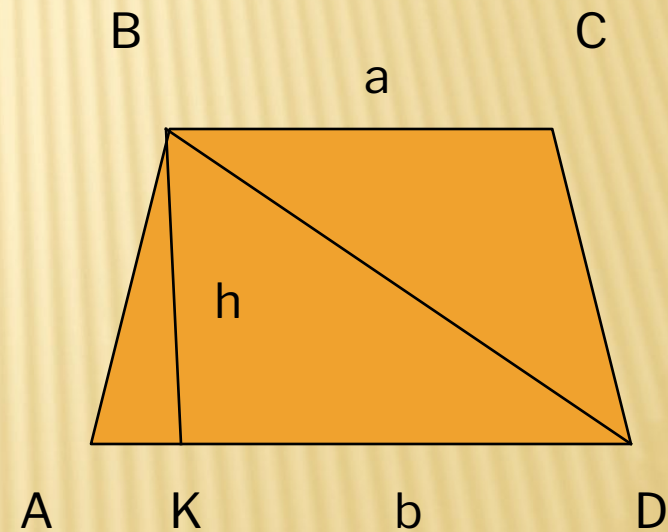
$$S_{BCD} = 1/2 * ah$$

$$S_{BDK} = 1/2 * bh$$

3. Следовательно,

$$S_{ABCD} = 1/2 * ah + 1/2 * bh = 1/2 * h * (b + a)$$

ч.т.д



# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО N°6

1. Разобьем трапецию ABCD на прямоугольник и два треугольника
2. Докажем, что Страпеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту

3. а)  $S_{ABH} = 1/2 x h$

б)  $S_{DCK} = 1/2 h (b - a - x)$

с)  $S_{HBCK} = ah$

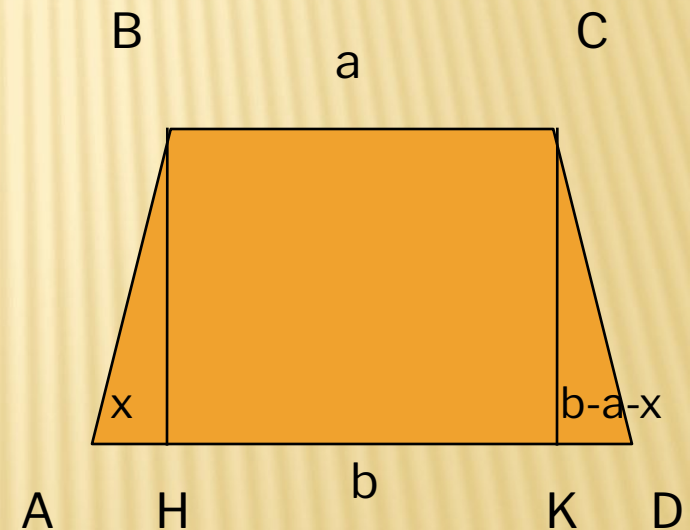
4. Следовательно,

$$S_{ABCD} = 1/2 x h + 1/2 h (b - a - x) + ah =$$

$$1/2 h (x + b - a - x) + ah = 1/2 h (b - a) + ah =$$

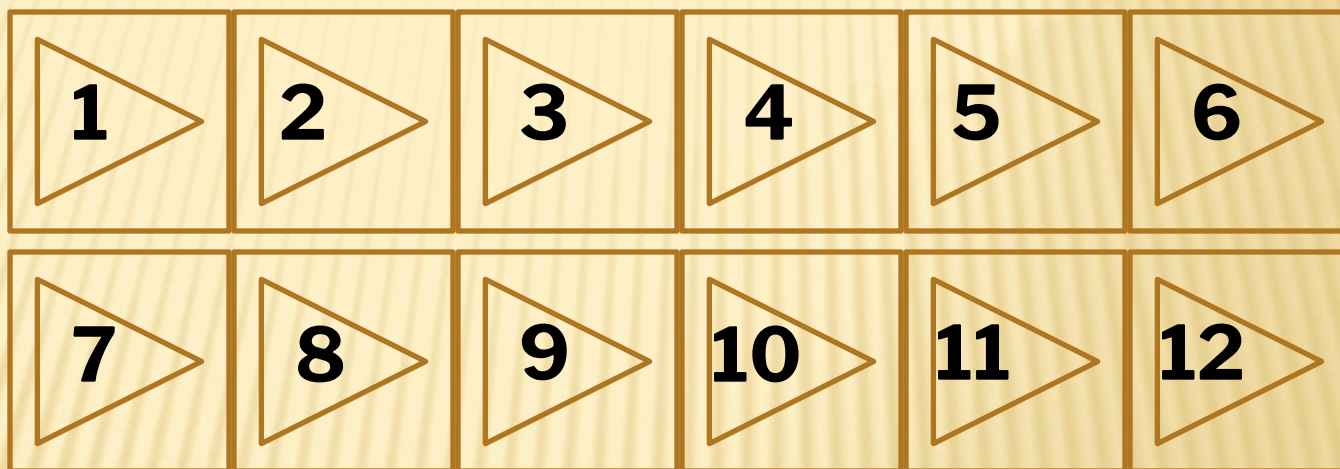
$$= 1/2 (a + b) h.$$

ч.т.д



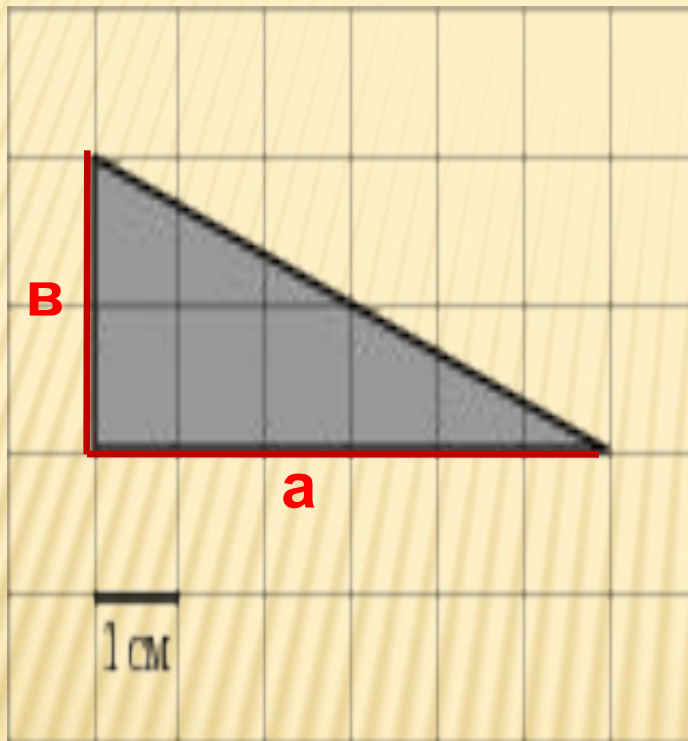


# Вычисление площадей фигур на клетчатой бумаге



**Найдите площадь фигуры:**

№1



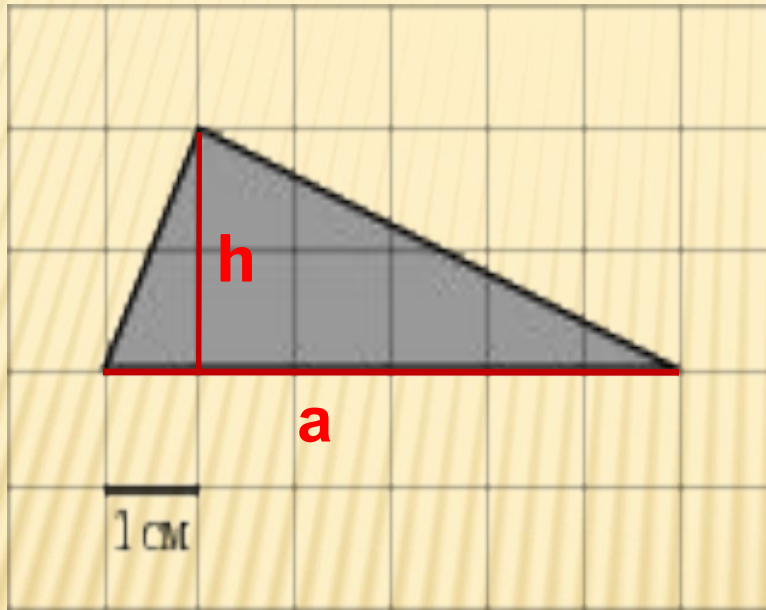
$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$

Ответ: **6 см<sup>2</sup>**



**Найдите площадь фигуры:**

№  
2



$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

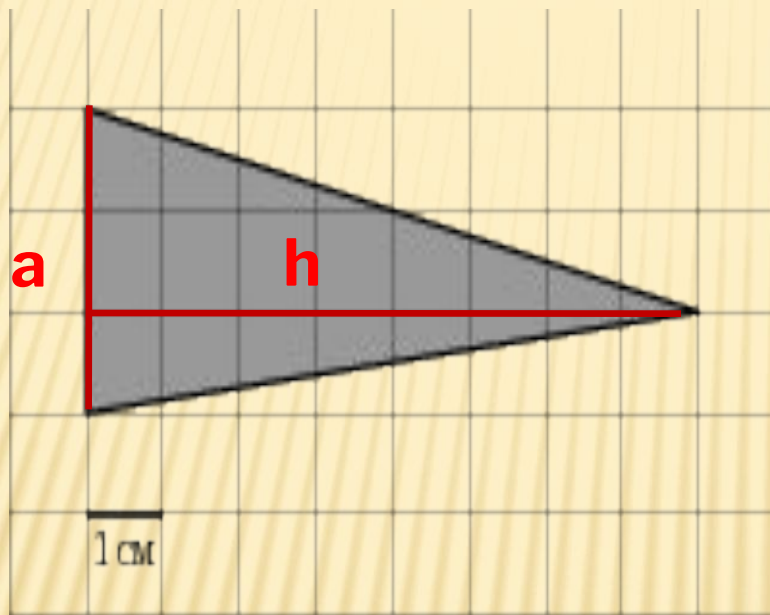
Ответ: **6 см<sup>2</sup>**





**Найдите площадь фигуры:**

№  
3



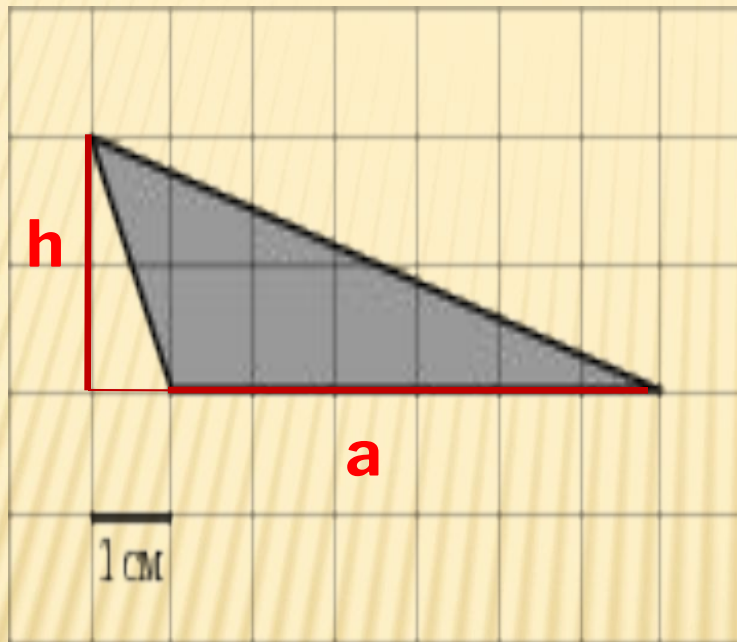
$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

Ответ: **12 см<sup>2</sup>**



Найдите площадь фигуры:

№  
4

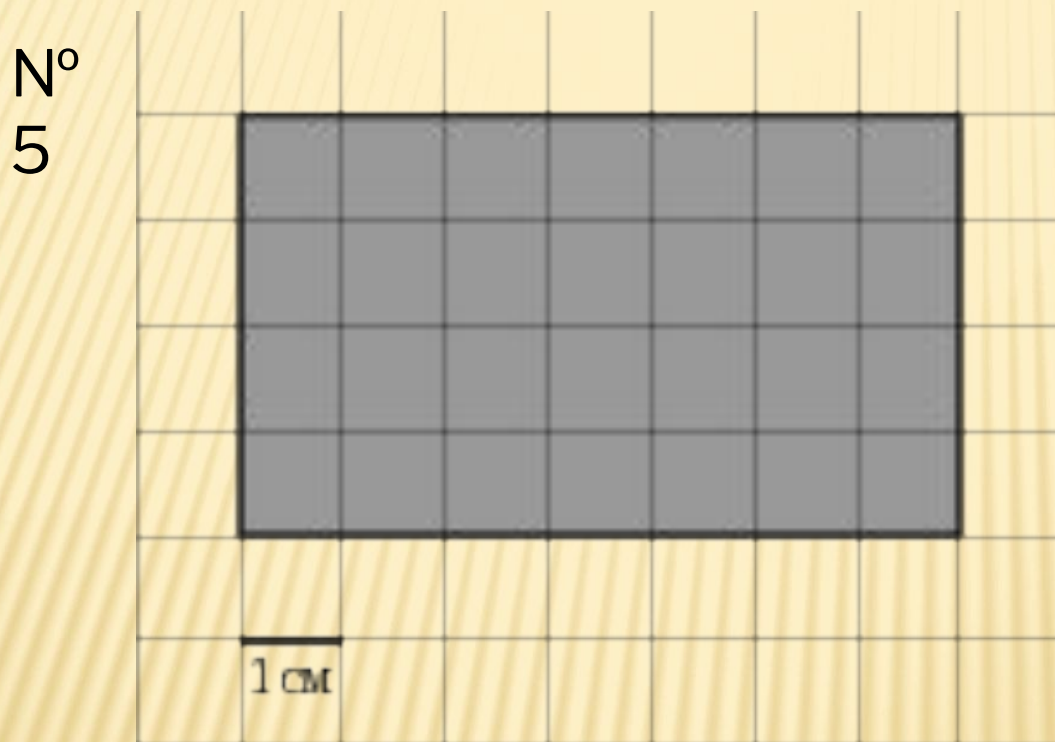


$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

Ответ: **6 см<sup>2</sup>**



**Найдите площадь фигуры:**



$$S = a \cdot b$$

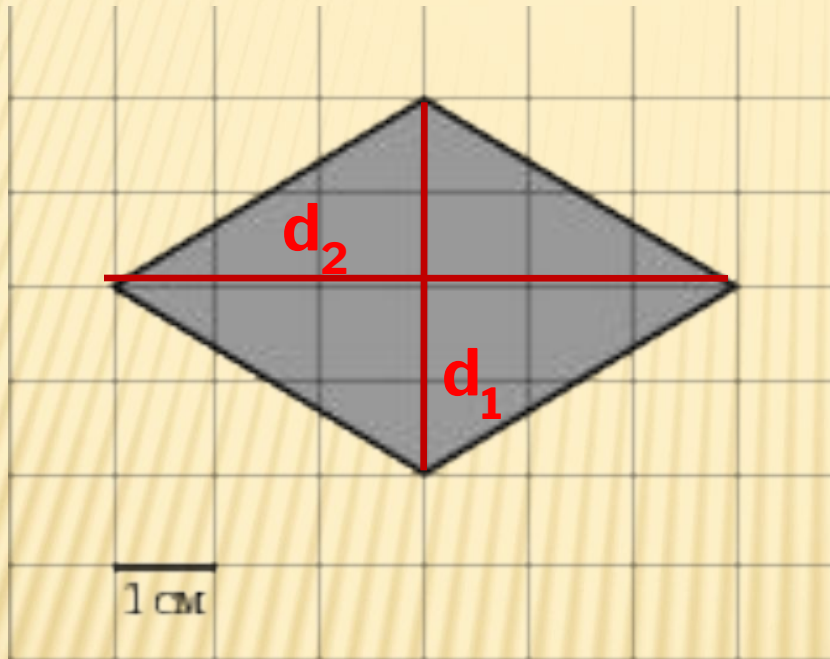
**Ответ: 28 см<sup>2</sup>**





Найдите площадь фигуры:

№  
6



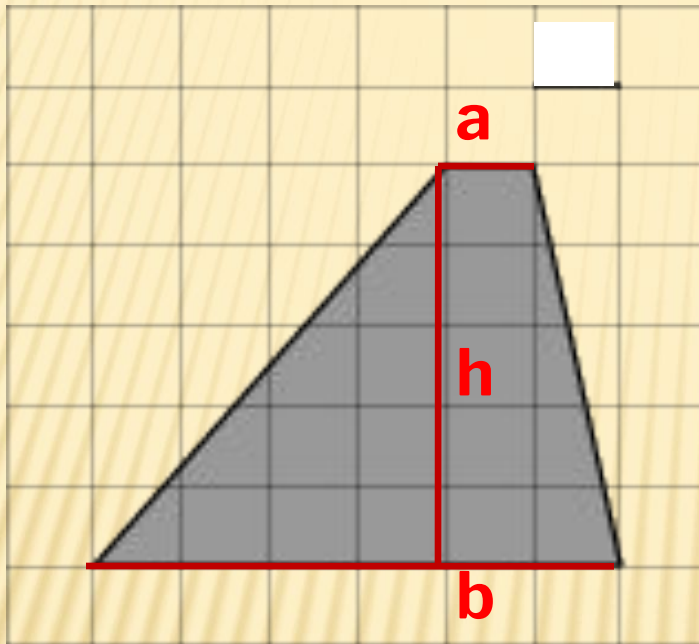
$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Ответ: **12 см<sup>2</sup>**



Найдите площадь фигуры:

№  
7



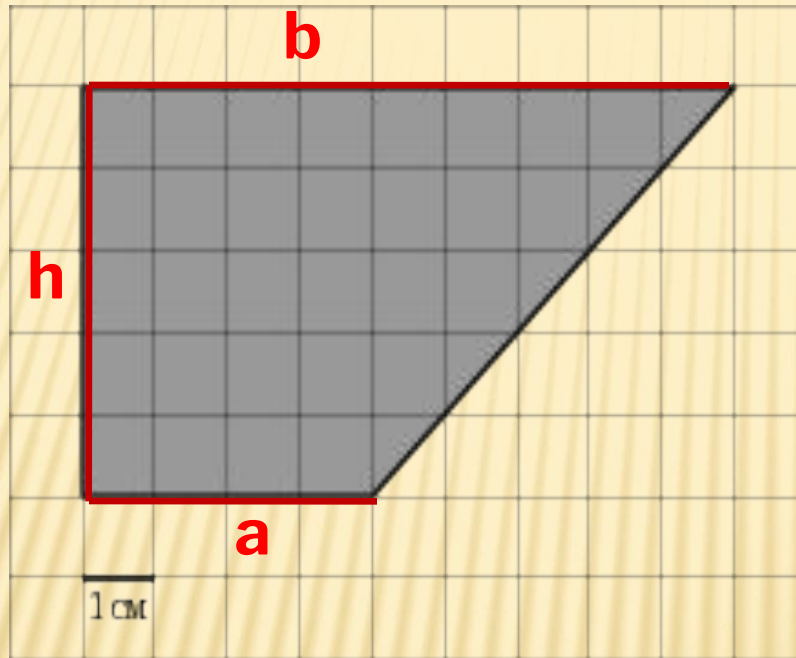
$$S = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$$

Ответ: **17,5**  
**см<sup>2</sup>**



Найдите площадь фигуры:

№ 8



$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$

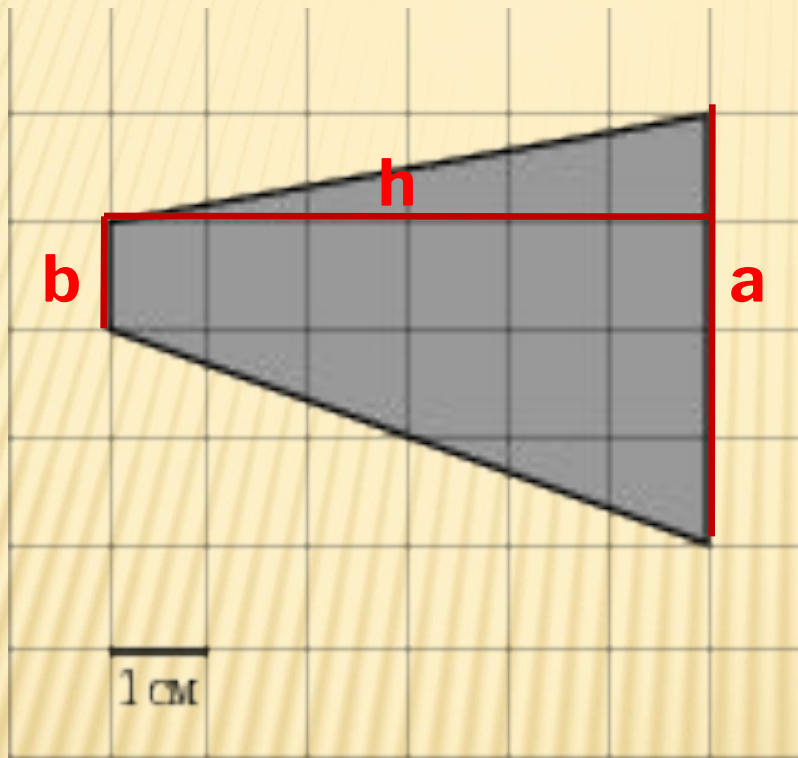
Ответ: **32,5 см<sup>2</sup>**





Найдите площадь фигуры:

№ 9

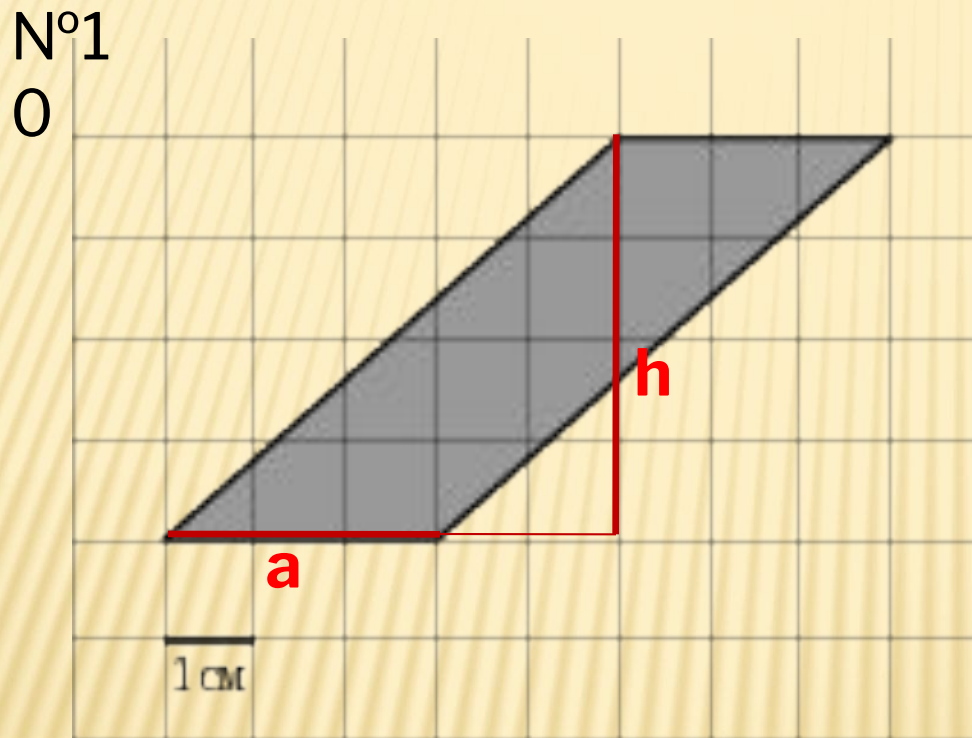


$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$

Ответ: **15 см<sup>2</sup>**



Найдите площадь фигуры:



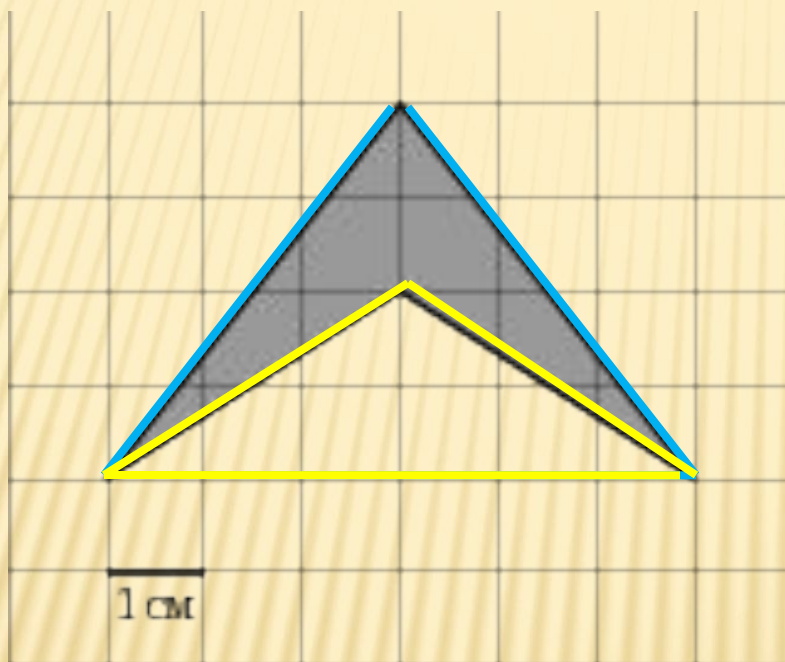
$$S = a \cdot h$$

Ответ: **12 см<sup>2</sup>**



Найдите площадь фигуры:

№11



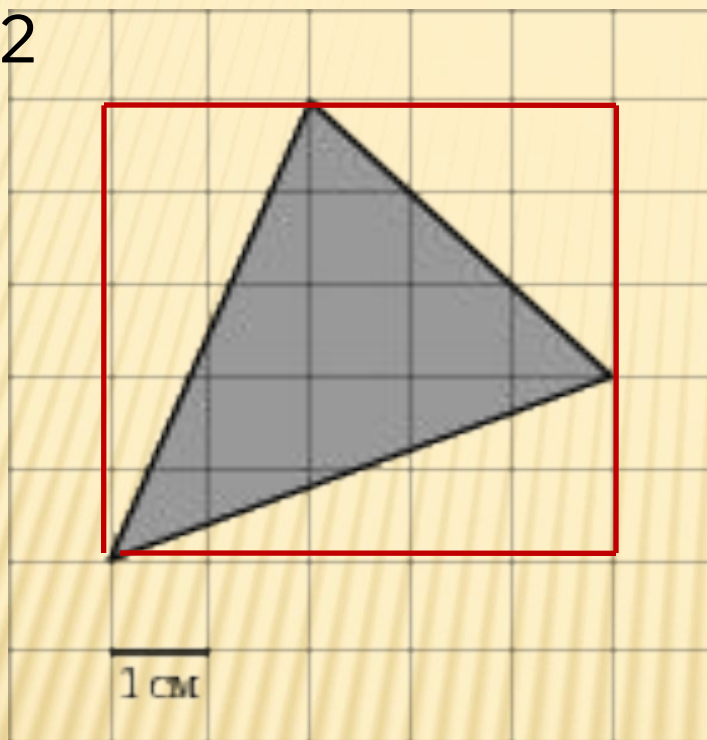
Ответ: **6 см<sup>2</sup>**





Найдите площадь фигуры:

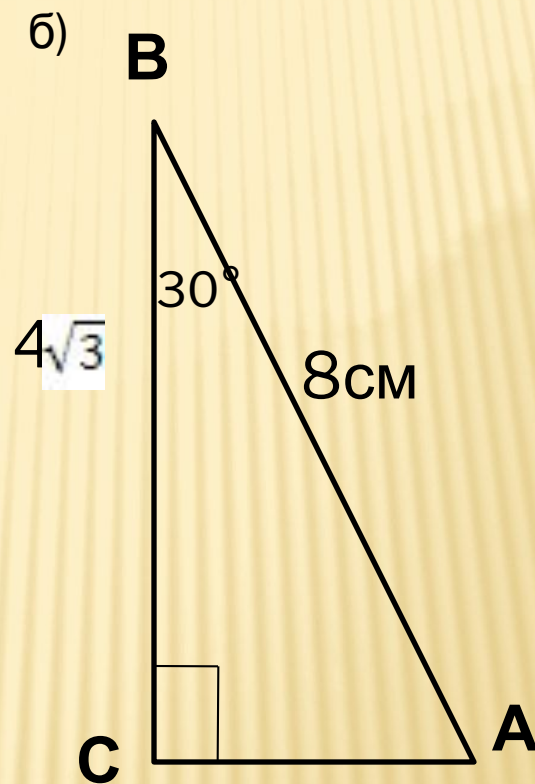
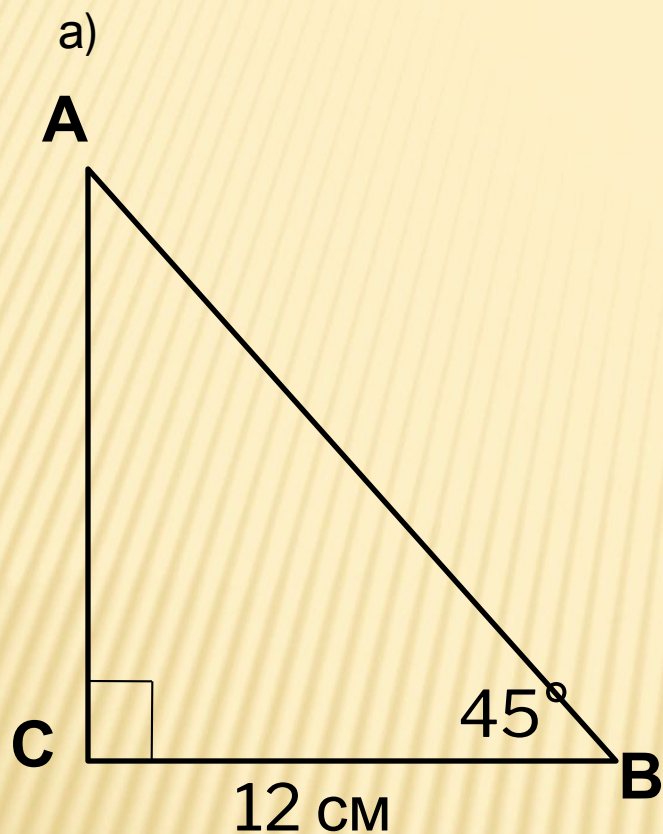
№12



Ответ: **10,5 см<sup>2</sup>**



# Найти площадь треугольника:

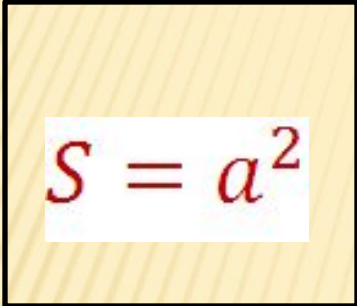


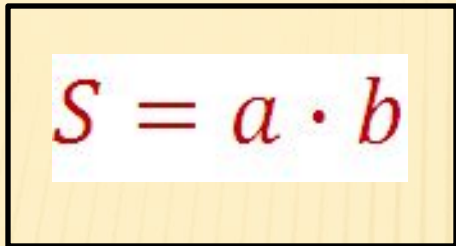
$$S = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{12 \cdot 12}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

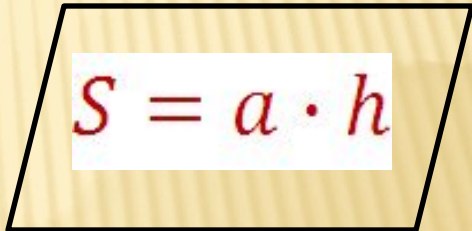
$$S = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

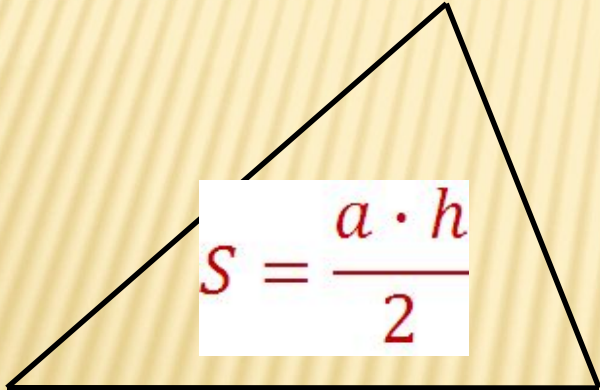


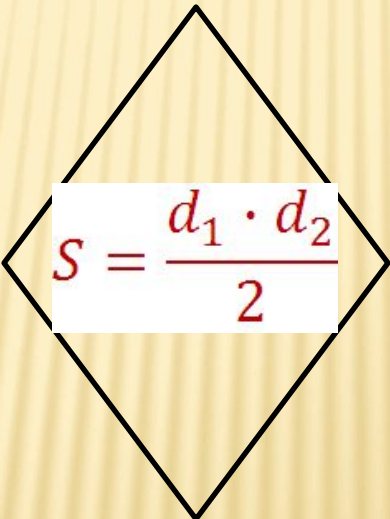
# Формулы площадей

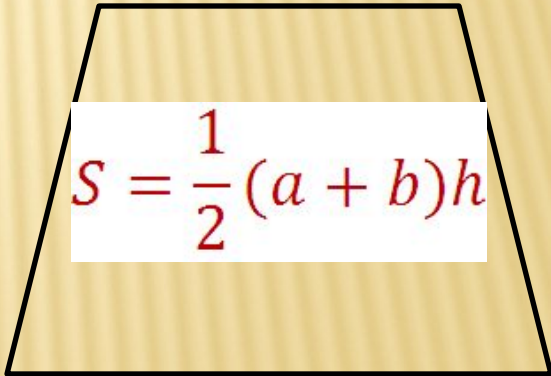

$$S = a^2$$


$$S = a \cdot b$$


$$S = a \cdot h$$


$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

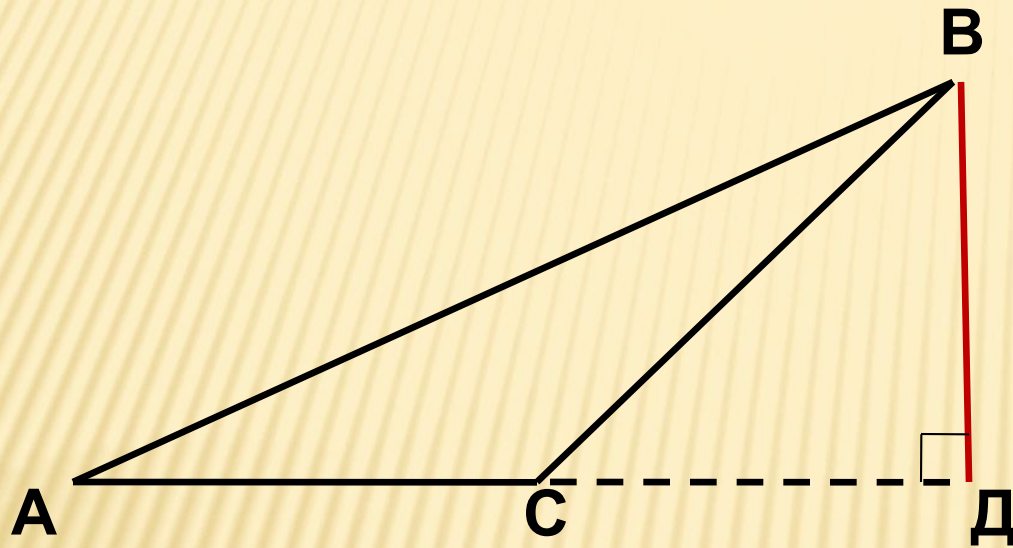

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$


$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$





1. В треугольнике  $ABC$   $\angle C = 135^\circ$ ,  
 $AC = 6$  дм, высота  $VD$  равна  $2$  дм. Найти  
площадь треугольника  $ABD$ .



Решение:

$\triangle ABD$  - прямоугольный

$$S = \frac{AD \cdot VD}{2}$$

$\triangle BCD$  - прямоугольный,  $\angle BCD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$   
 $\Rightarrow \angle CBD = 45^\circ \Rightarrow \triangle BCD$  - равнобедренный,  $CD = VD =$   
 $= 2$  дм  $AD = AC + CD = 8$  дм

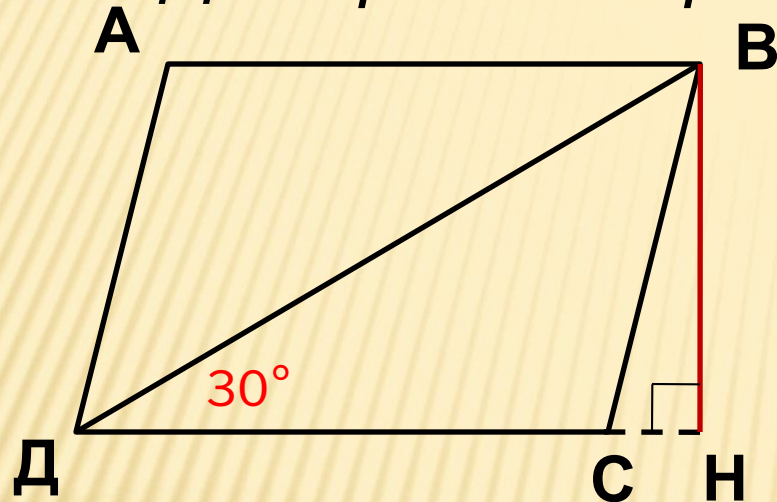
$$S = \frac{AD \cdot VD}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ дм}^2$$

Ответ:  $8 \text{ дм}^2$

№ 463

**Дано:**

ABCD - параллелограмм



$$BD = 14 \text{ см}, DC = 8,1 \text{ см}$$

$$\angle BDC = 30^\circ$$

**Найти:**

$$S_{ABCD}$$

**Решение:**

1. Из вершины B проведём высоту на продолжение стороны DC

$$2. S_{ABCD} = DC \cdot BH$$

3.  $\triangle BDH$  – прямоугольный,  
 $\angle BDC = 30^\circ \Rightarrow$

$$BH = \frac{1}{2} BD = 7 \text{ см}$$

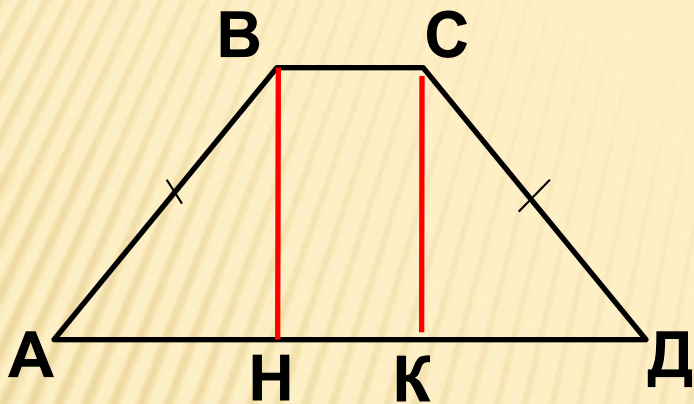
$$S_{ABCD} = DC \cdot BH = 8,1 \cdot 7 = 56,7 \text{ см}^2$$

Ответ:  $56,7 \text{ см}^2$

№ 482

Дано:

ABCD – равн. трапеция



$$\angle ABC = 135^\circ,$$

$$AH = 1,4 \text{ см}, HD = 3,4 \text{ см}$$

Найти:

$S_{ABCD}$

$$4. \angle A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ \Rightarrow \angle ABH = 45^\circ \\ \Rightarrow AH = BH = 1,4 \text{ см}$$

Решение:

1. Из в. С проведём высоту СК

2.  $\triangle ABH = \triangle DCK$  –

прямоугольные,  $AB = CD$  (по условию),  $\angle A = \angle D$  – углы при осн. равн.

трапеции  $\Rightarrow AH =$

$$KD = 1,4 \text{ см} \Rightarrow HK = 2 \text{ см}$$

3.  $HK = BC = 2 \text{ см}$ ,  $AD = 4,8 \text{ см}$

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = 4,76 \text{ см}^2$$





# РЕФЛЕКСИЯ

## НА УРОКЕ

- Я узнал...
- Я научился...
- Мне понравилось...
- Я затруднялся...
- Моё настроение...

