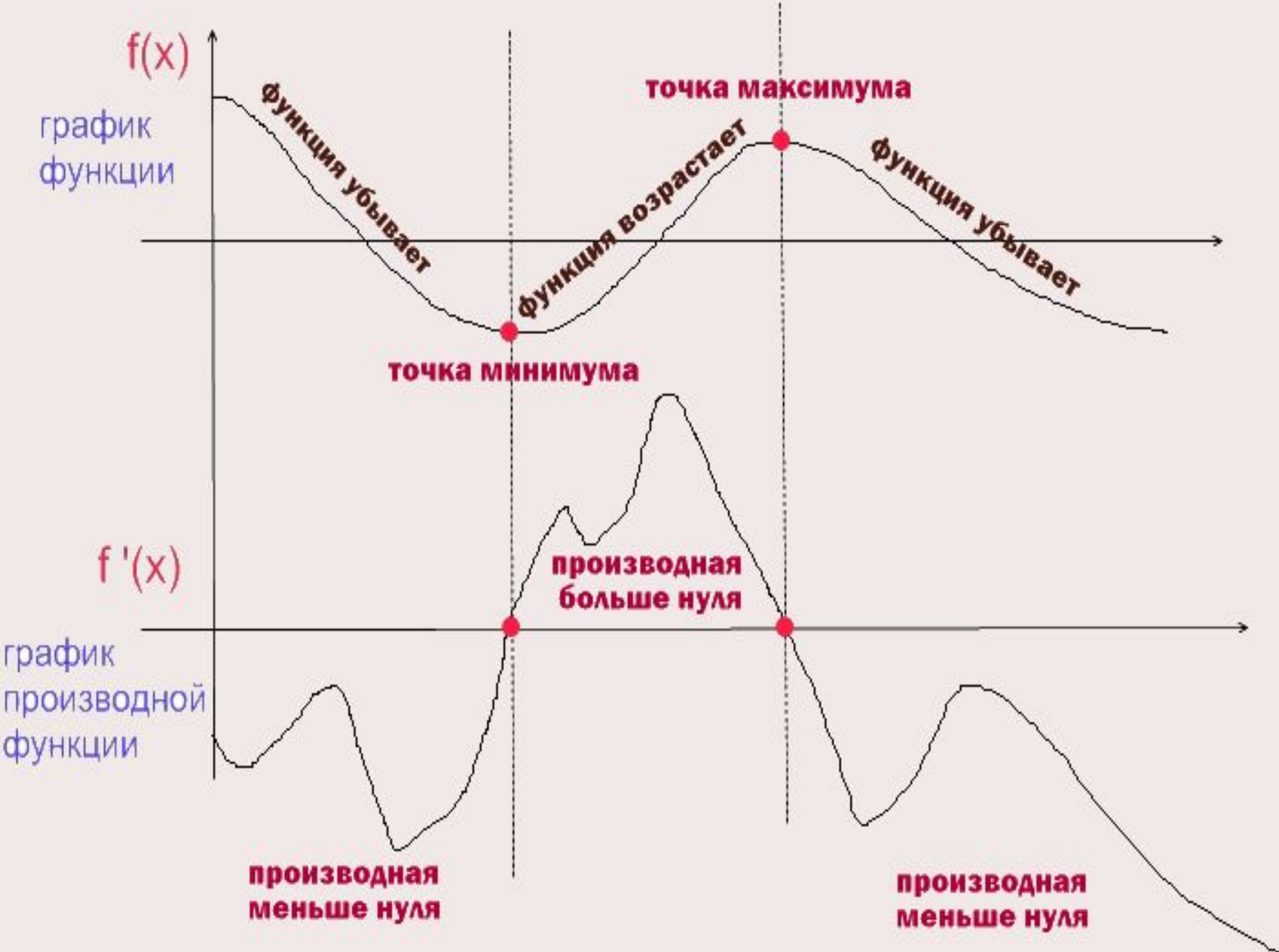
ЗАДАНИЕ В8
подготовка к ЕГЭ
(справочный материал, решение задач)

Учитель математики
МОУ «СОШ с. Брыковка
Духовницкого района Саратовской области»

2013


f(x)
график
функции
функция убывает
точка максимума
функция возрастает
функция убывает
точка минимума
f '(x)
производная
больше нуля
график
производной
функции
производная
меньше нуля
производная
меньше нуля

На схеме видно как ведет себя **график функции** и **график ее производной**.

В момент когда **график функции** убывает, **график производной функции** меньше нуля,

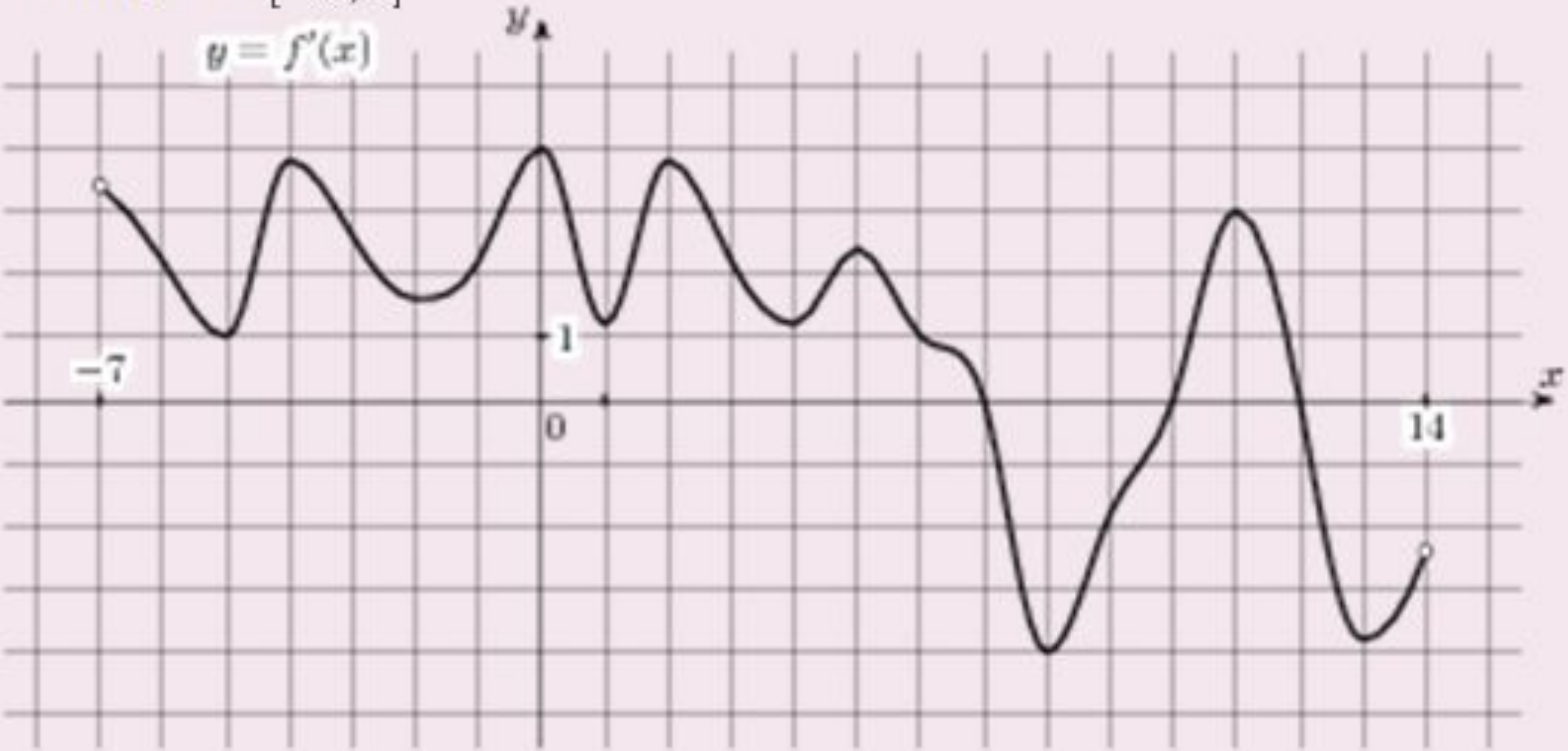
в момент когда **график функции** возрастает - производная больше нуля,

в момент когда **график функции** находится в своем минимуме или максимуме (эти точки называются экстремумы - красные точки на верхнем графике) - производная равна нулю (красные точки на нижнем графике).

Обратите внимание, что точка минимума **графика функции** соответствует точке в которой производная равна нулю, при условии, что **график производной функции** возрастает

и наоборот точка максимума **графика функции** соответствует точке в которой производная равна нулю, при условии, что **график производной функции** убывает.

№7801 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7;14)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-6;9]$



- Необходимо найти количество точек экстремума функции на промежутке от

-6 до 9,

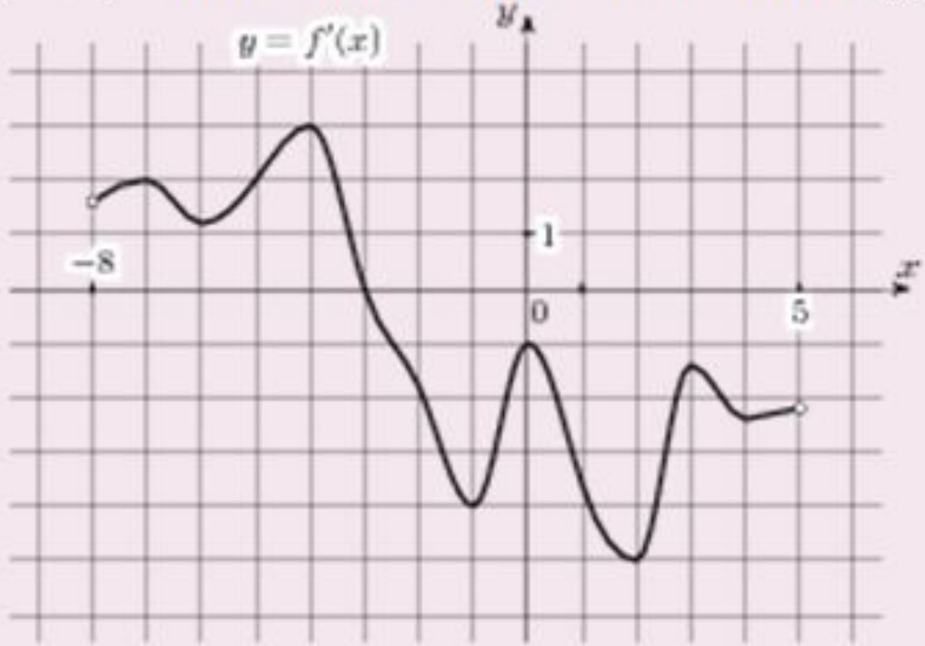
точки экстремума - это точки минимума и максимума.

В задаче дан не **график функции** ,а **график производной функции**.

Смотрим на схему и ищем аналогию: точки экстремума на **графике функции** - это тоже самое, что точки пересечения **графика производной функции** с нулем,

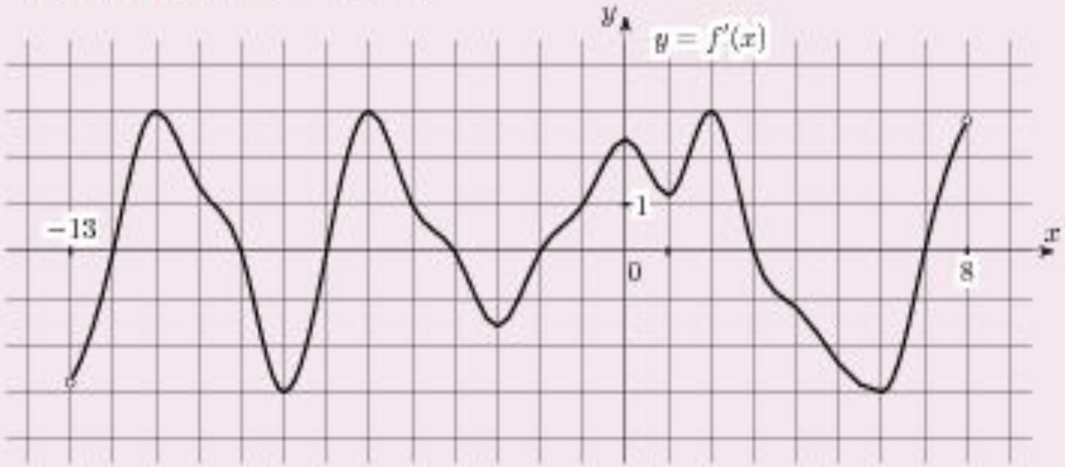
на нашем графике данного промежутка такая точка одна - в точке с координатой 7, Ответ: 1.

№ 8897 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-7;-1]$

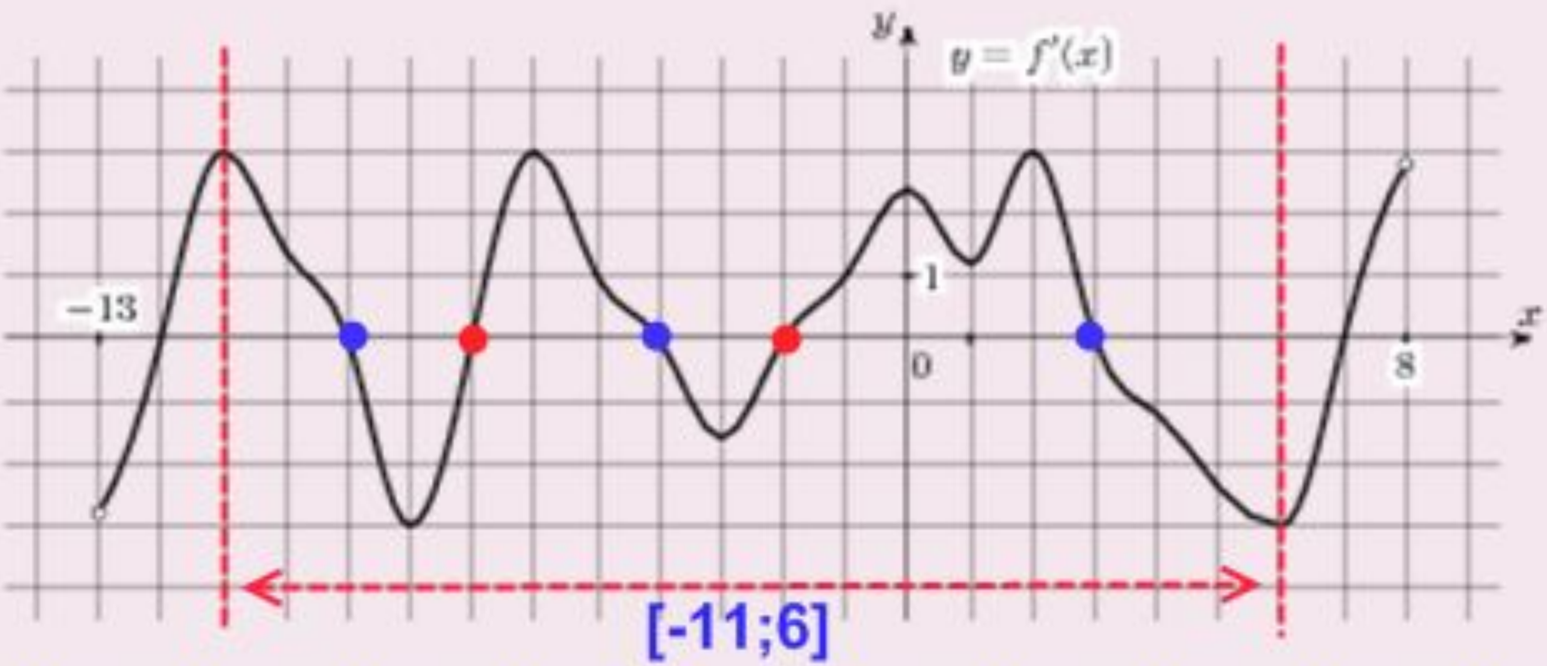


- Задача очень похожа на предыдущую, отличие заключается только в том, что в прошлой надо было найти количество точек экстремума, а в этой саму точку экстремума.
- Итак, точки экстремума **графика функции** - это тоже самое, что точки пересечения **графика производной функции** с осью Х,
- такая точка одна и равна она -3

№ 7945 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-13;8)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-11;6]$



- Решение: Итак, экстремумы **графика функции** - это точки пересечения **графика производной функции** и оси абсцисс (т.е. оси X).



- Точки минимума **графика функции** - это точки пересечения **графика производной функции** с осью ОХ при возрастании **графика производной функции** (красные точки на графике). Точки максимума **графика функции** - это точки пересечения **графика производной функции** с осью ОХ при убывании **графика производной функции** (синие точки на графике).
- Нам необходимо найти количество точек минимума (красные точки).
- Как видно на графике, их 2. Ответ: 2.

Нахождение наибольших и наименьших значений графика функции на заданном промежутке

- Если график функции возрастает, то первое значение отрезка на котором надо найти наибольшее или наименьшее значение функции будет наименьшим, а второе – наибольшим
- И наоборот, если график функции убывает, то первое значение отрезка на котором надо найти наибольшее или наименьшее значение функции будет наибольшим, а второе - наименьшим.

график функции возрастает
на промежутке [a;b]

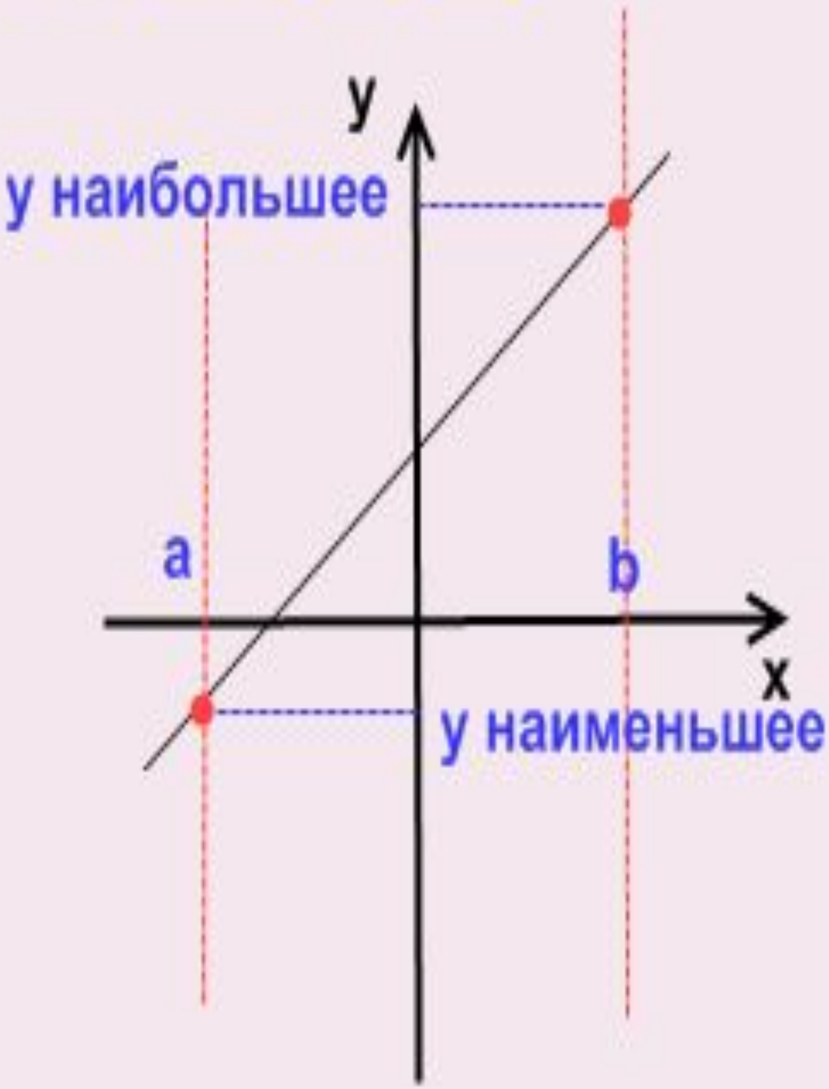
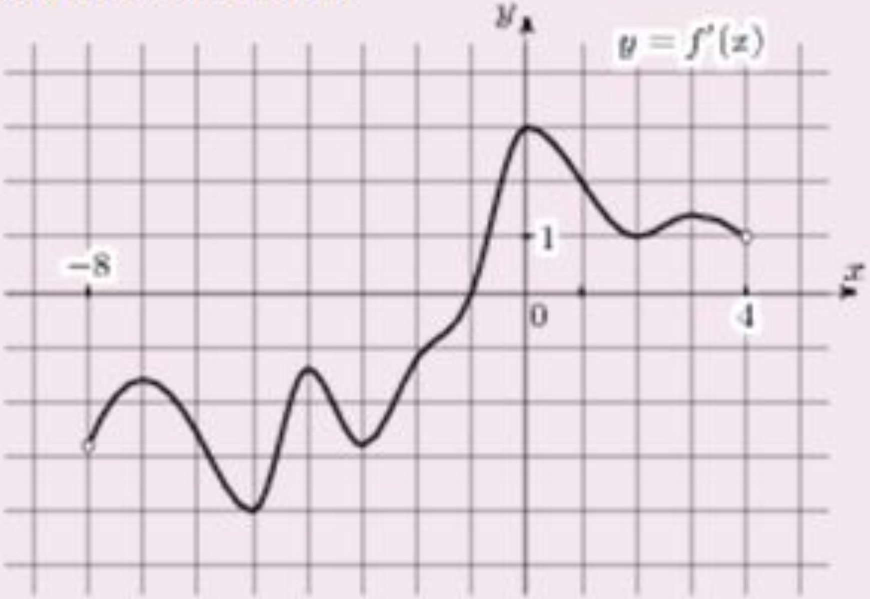
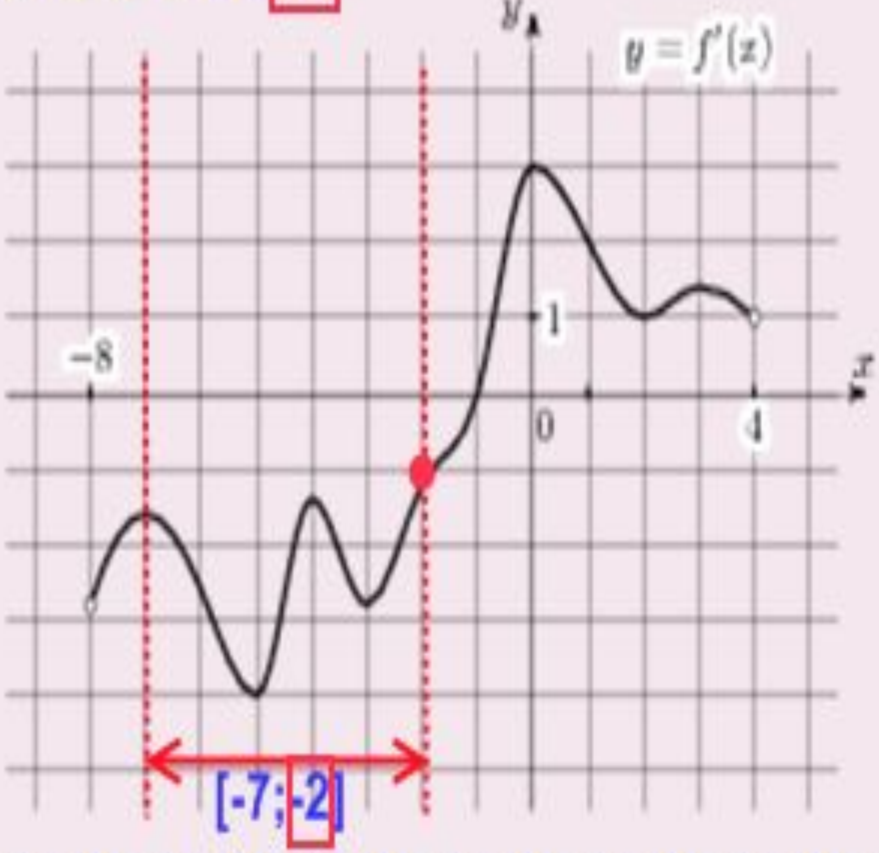


график функции убывает
на промежутке [a;b]

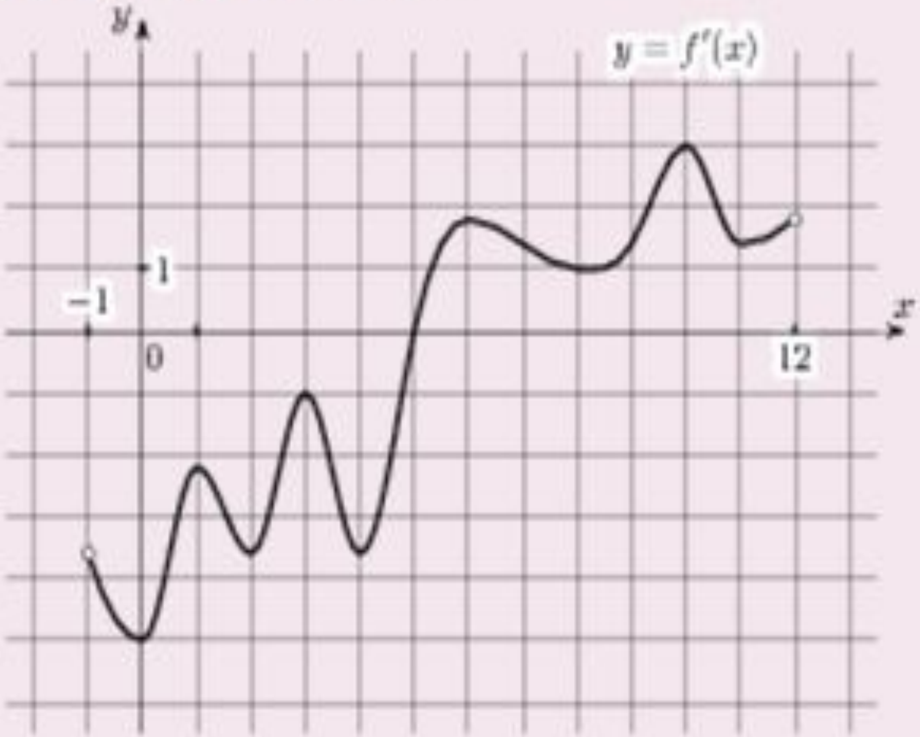
№ 7741 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;4)$. В какой точке отрезка $[-7;-2]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



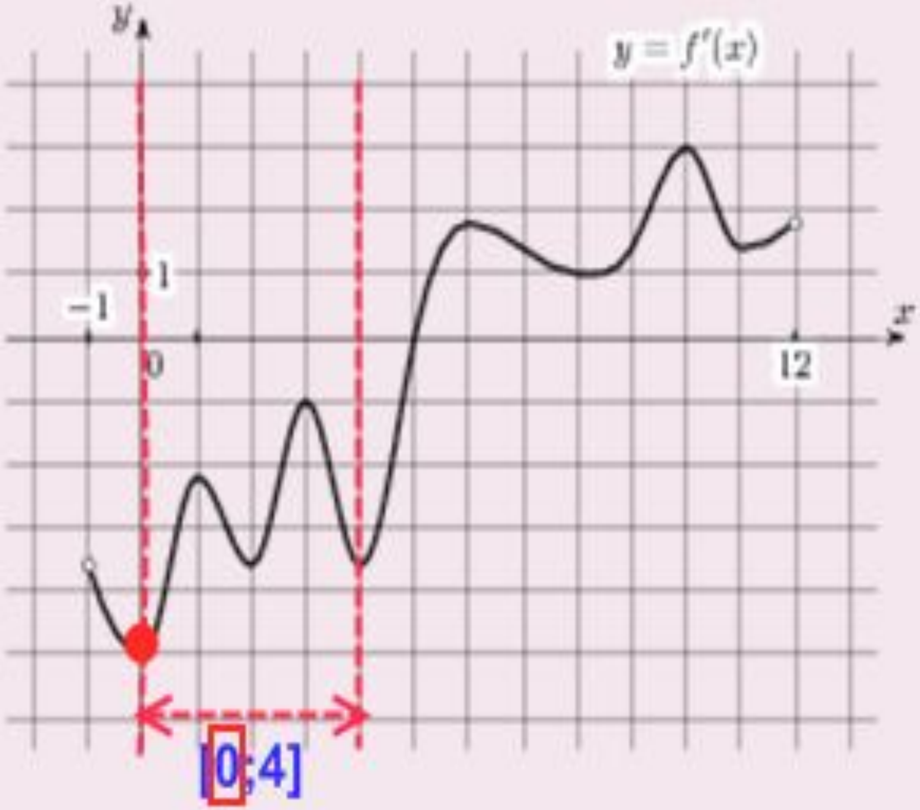
На промежутке [-7;-2] график производной функции лежит ниже оси ОХ, значит производная отрицательна, а когда производная отрицательна, график функции убывает, значит наименьшее значение функции будет в точке -2



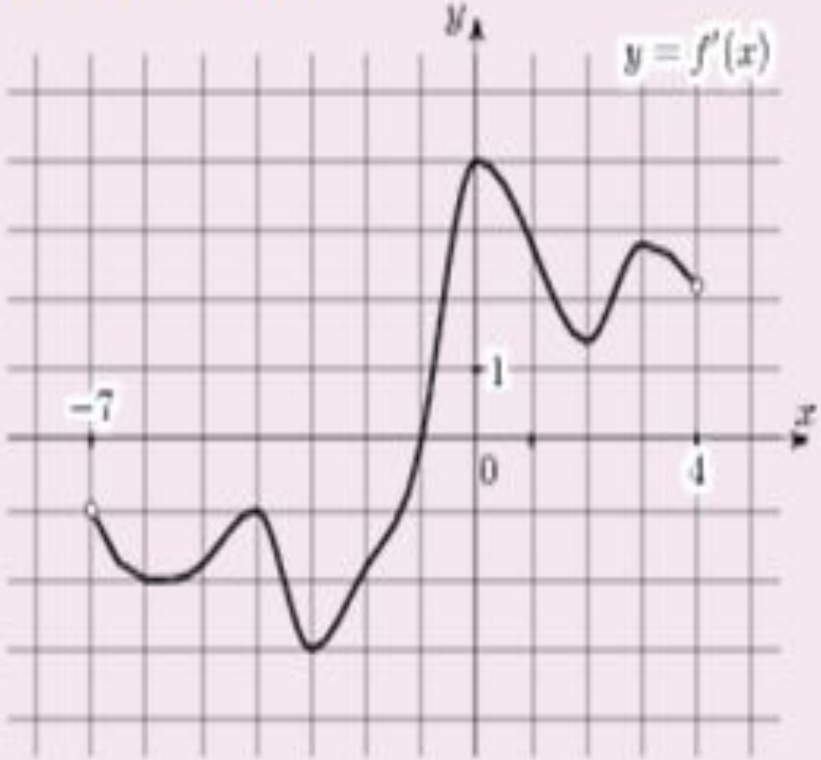
№ 7743 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1;12)$. В какой точке отрезка $[0;4]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение.



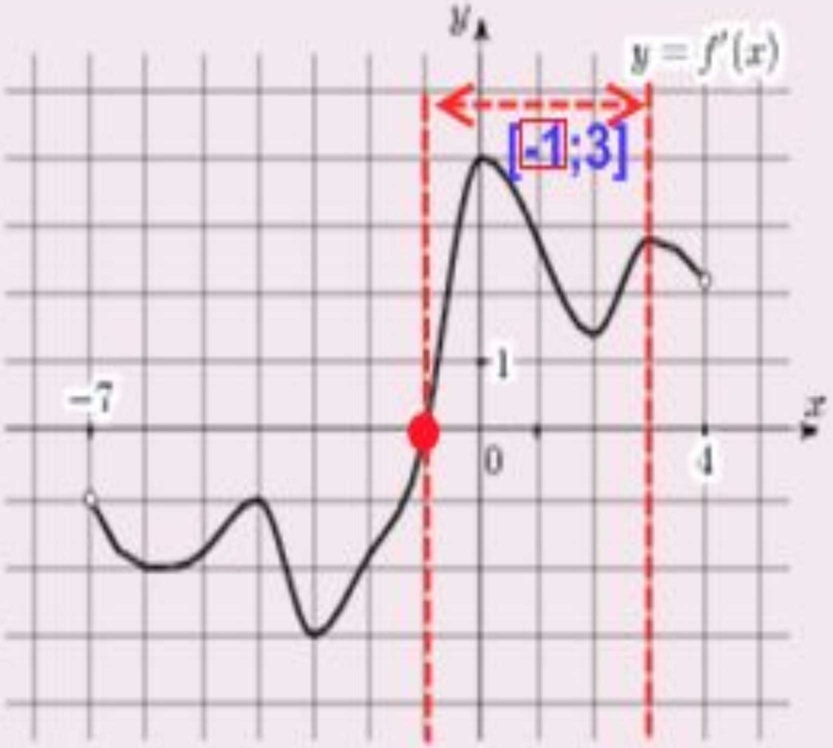
На промежутке [0;4] график производной лежит ниже оси ОХ, значит производная отрицательна, следовательно график функции убывает, значит наибольшее значение функции будет в точке 0



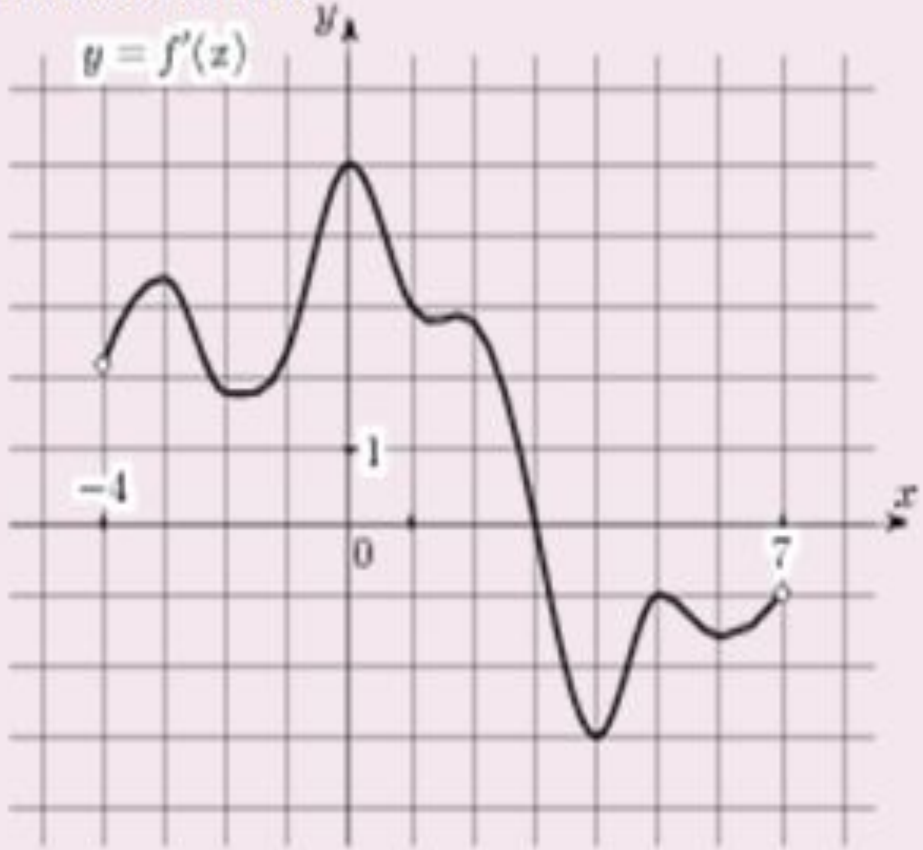
№ 7681 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7;4)$. В какой точке отрезка $[-1;3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



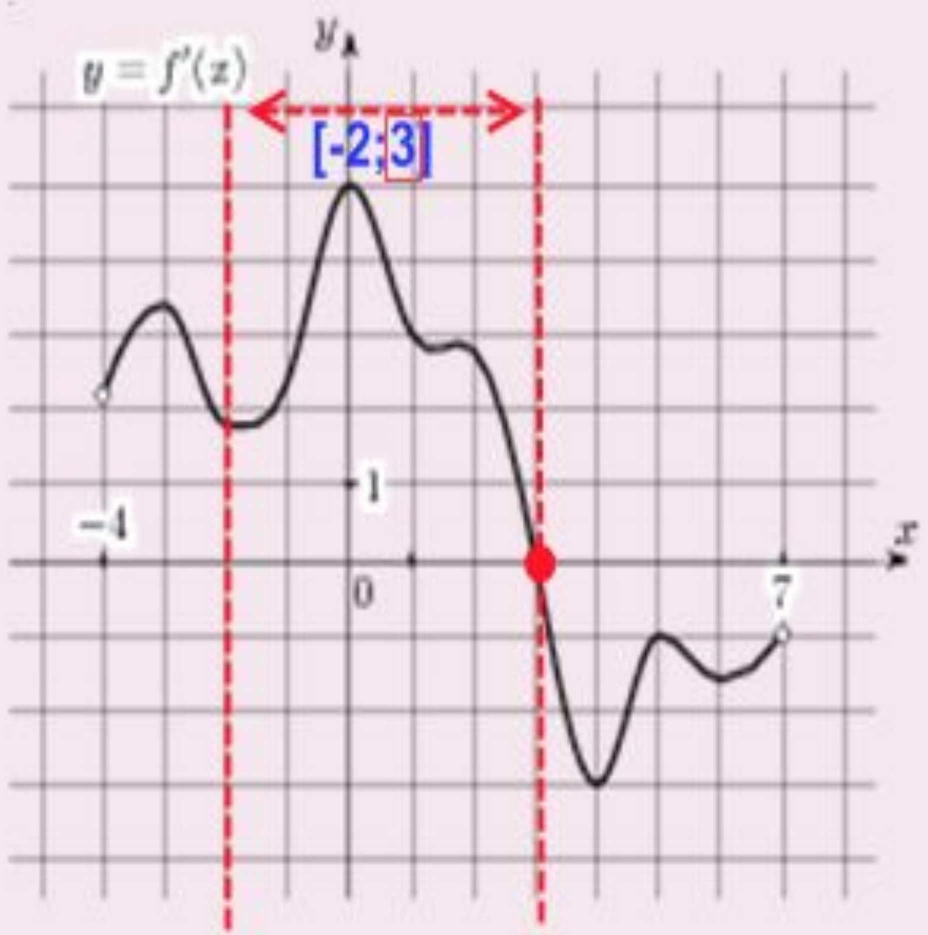
На промежутке [-1;3] график производной функции лежит выше оси X, значит производная положительна, следовательно график функции возрастает, значит наименьшее значение будет в точке -1



№ 7773 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4;7)$. В какой точке отрезка $[-2;3]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение.

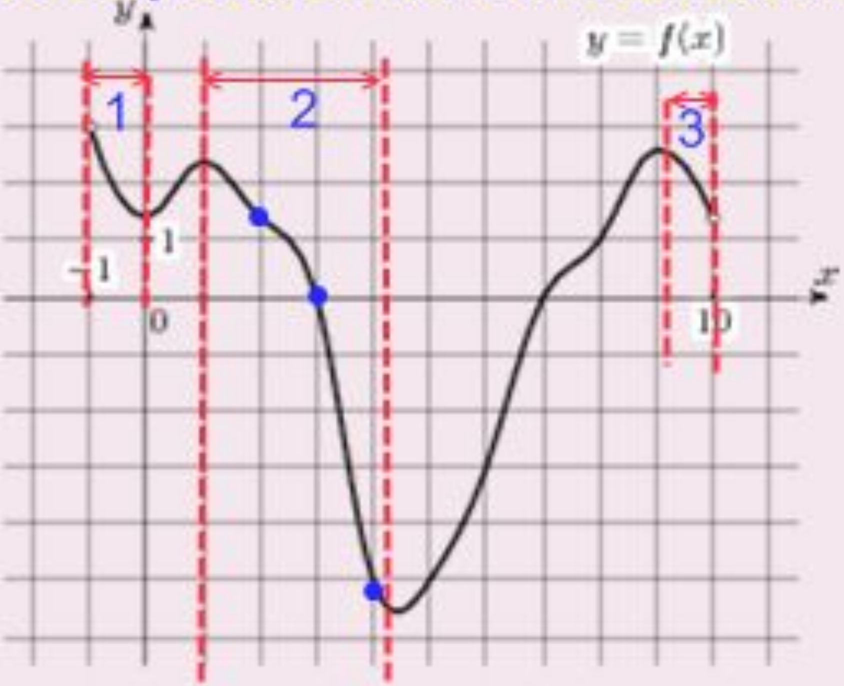


На промежутке [-2;3] график производной функции лежит выше оси X, значит производная положительна, и график функции возрастает, следовательно наибольшее значение функции будет в точке 3

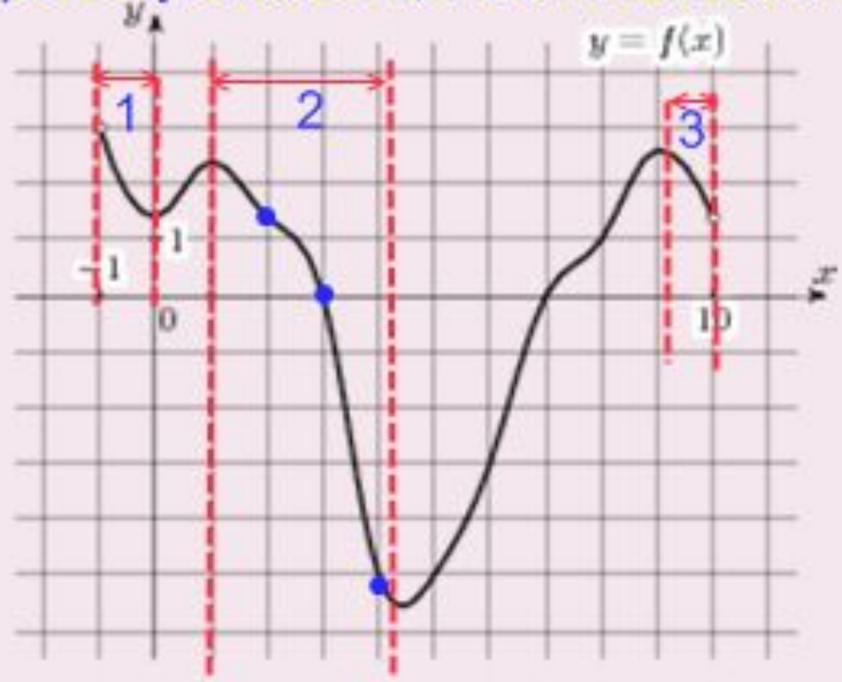


Промежутки монотонности функций (промежутки убывания и возрастания).

Дан график функции, производная функции отрицательна, когда график функции убывает. В нашем случае три промежутка убывания, на первом и третьем промежутках нет целых точек, на втором - три точки (синие).

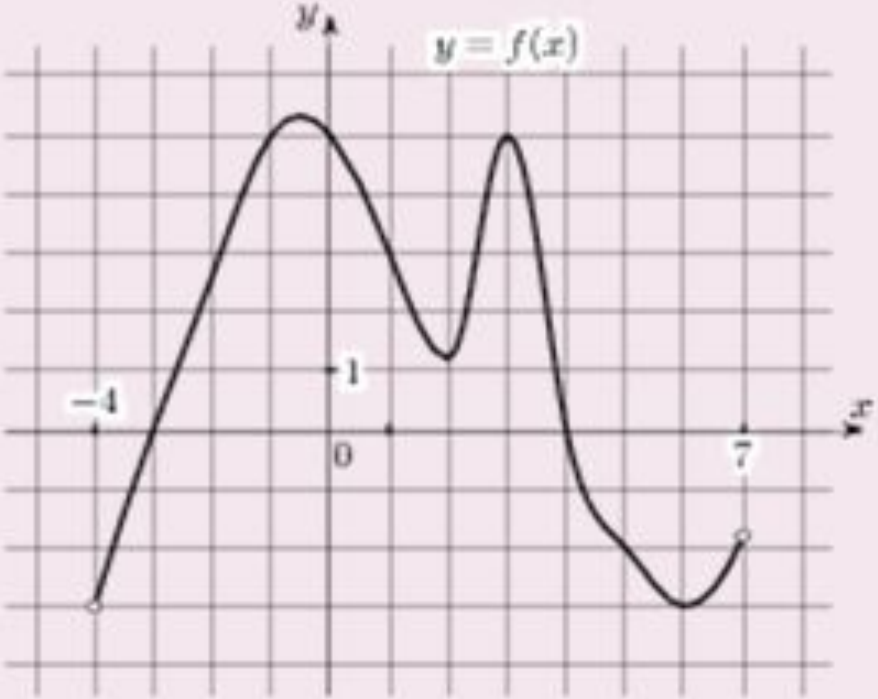


Дан график функции, производная функции отрицательна, когда график функции убывает. В нашем случае три промежутка убывания, на первом и третьем промежутках нет целых точек, на втором - три точки (синие).

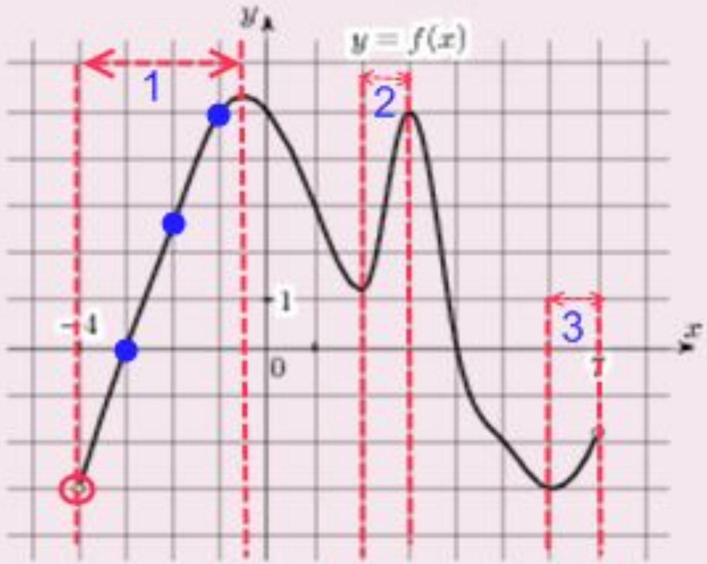


- Итак, найти надо было количество целых точек, т.е. тех точек, в которых график функции на оси OX имеет целые значения, но только на промежутках убывания, в нашем случае это точки: x=2,x=3, x=4 (кстати, точка x=1 не подходит, т.к. в ней наблюдается максимум функции, а это не есть убывание функции), итого три точки (на рисунке выделены синим цветом),
- значит ответ: 3

№ 7087 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4;7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

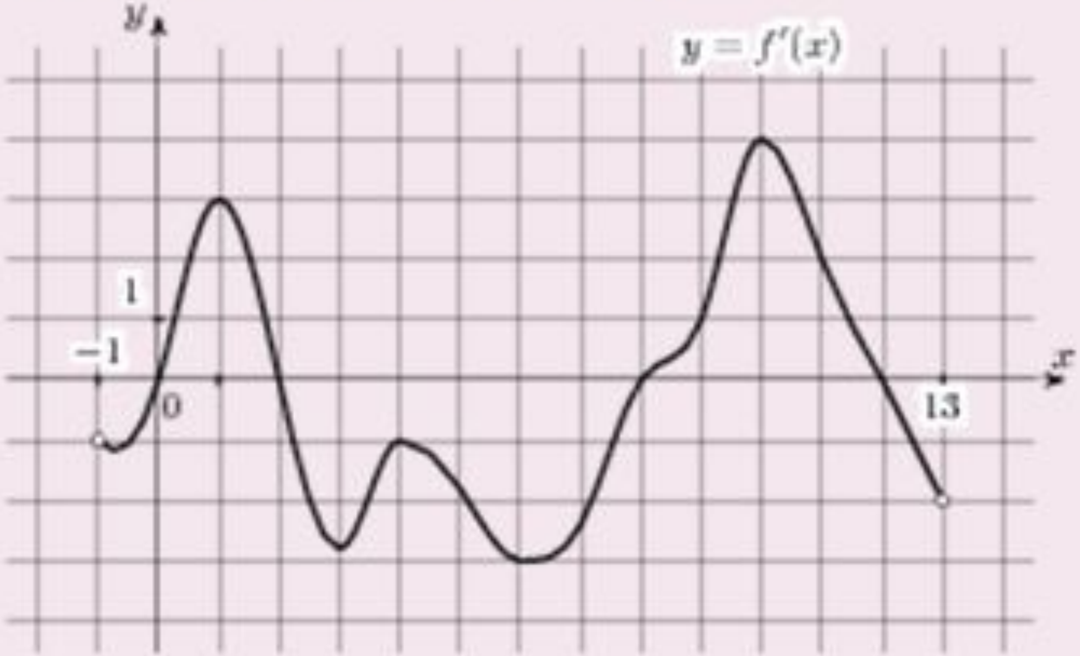


Дан график функции, производная функции положительна, когда график функции возрастает. В нашем случае три промежутка возрастания, на втором и третьем промежутках целых точек нет, а на первом три точки (синие)

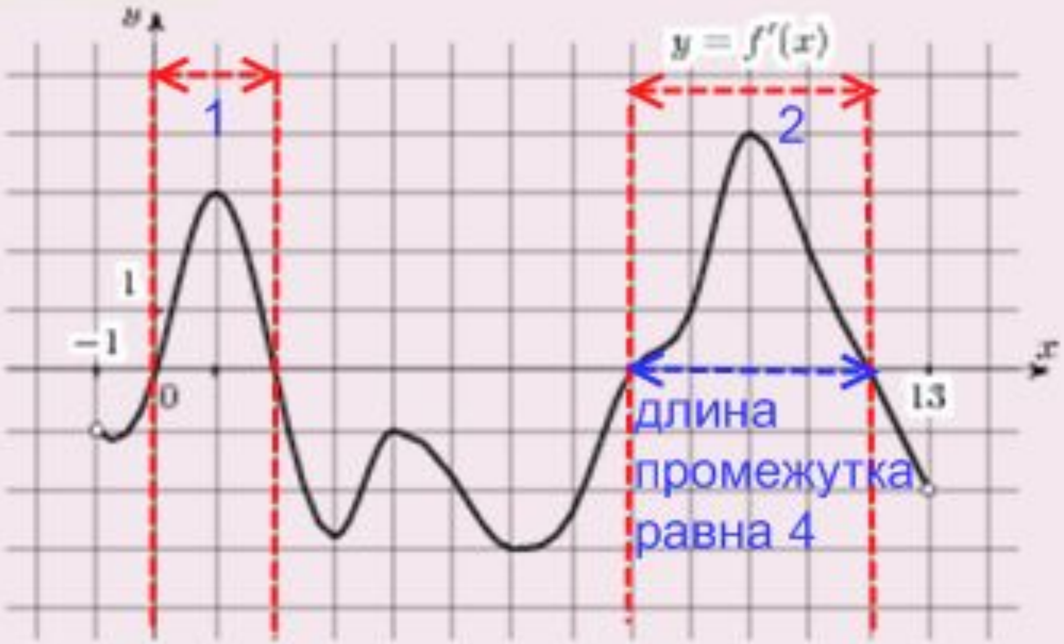


- Итак, найти надо было количество целых точек, т.е. тех точек, в которых график функции на оси OX имеет целые значения, но только на промежутках возрастания, в нашем случае это точки: x=-3,x=-2, x=-1 (кстати, точка x=-4 (обведена красным) не подходит, т.к. она исключена),
- итого три точки (на рисунке выделены синим цветом), значит ответ: 3.

№ 8457 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1;13)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$
В ответе укажите длину наибольшего из них.



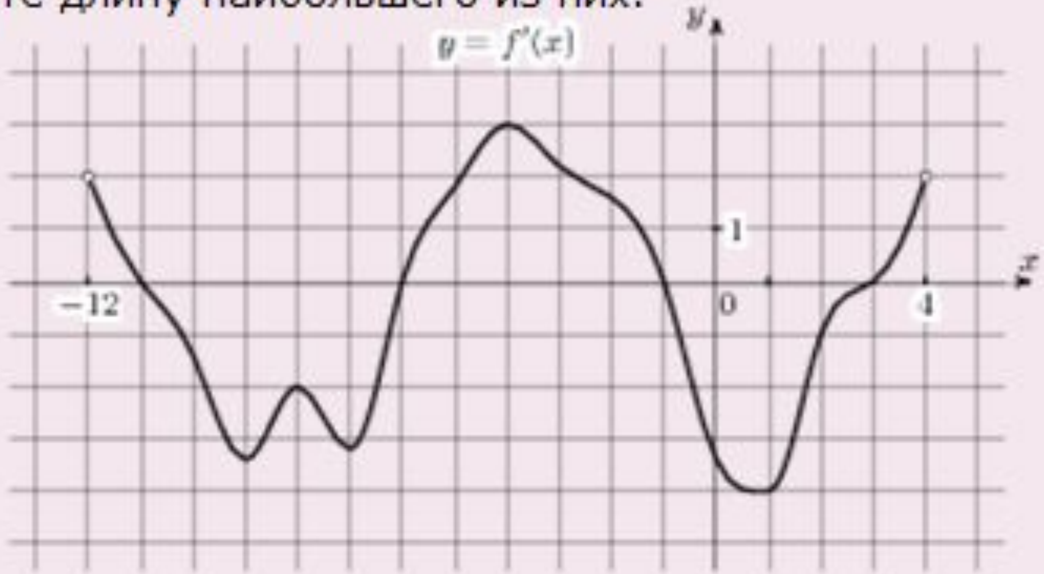
Дан график производной функции; график функции возрастает, когда график производной положителен, а значит лежит выше оси ОХ. В нащем случае таких промежутков два, наибольший из них - второй.



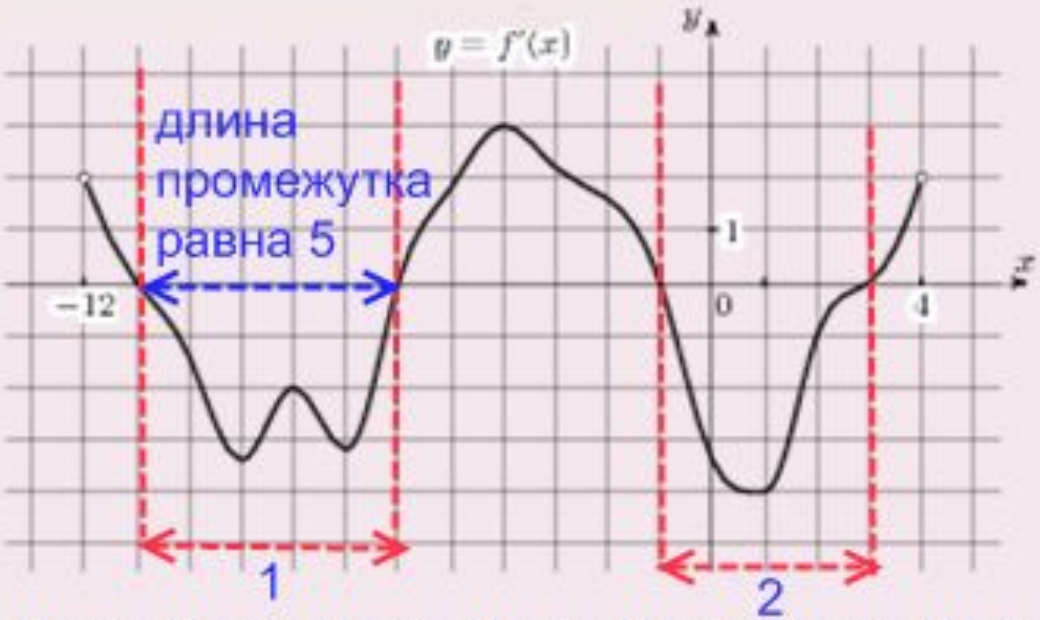
- На графике видно, что наибольший промежуток - это второй, его длина равна 4, значит ответ: 4

№ 8363 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-12;4)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$

В ответе укажите длину наибольшего из них.

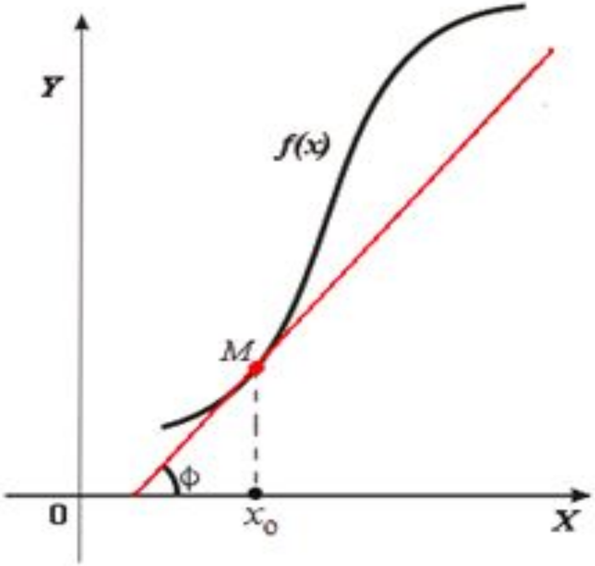


Дан график производной функции; график функции убывает, когда график производной отрицателен, а значит лежит ниже оси ОХ. В нашем случае таких промежутков два, наибольший из них - это первый.



- На графике видно, что наибольший промежуток - это первый, его длина равна 5,
- значит ответ: 5.

Уравнение касательной



$y=f(x)$ – *функция*
$y'=f\,'(x)$ – *производная*

$\mathbf{y'=f\,'(x_0)}$ – *значение производной в точке касания*

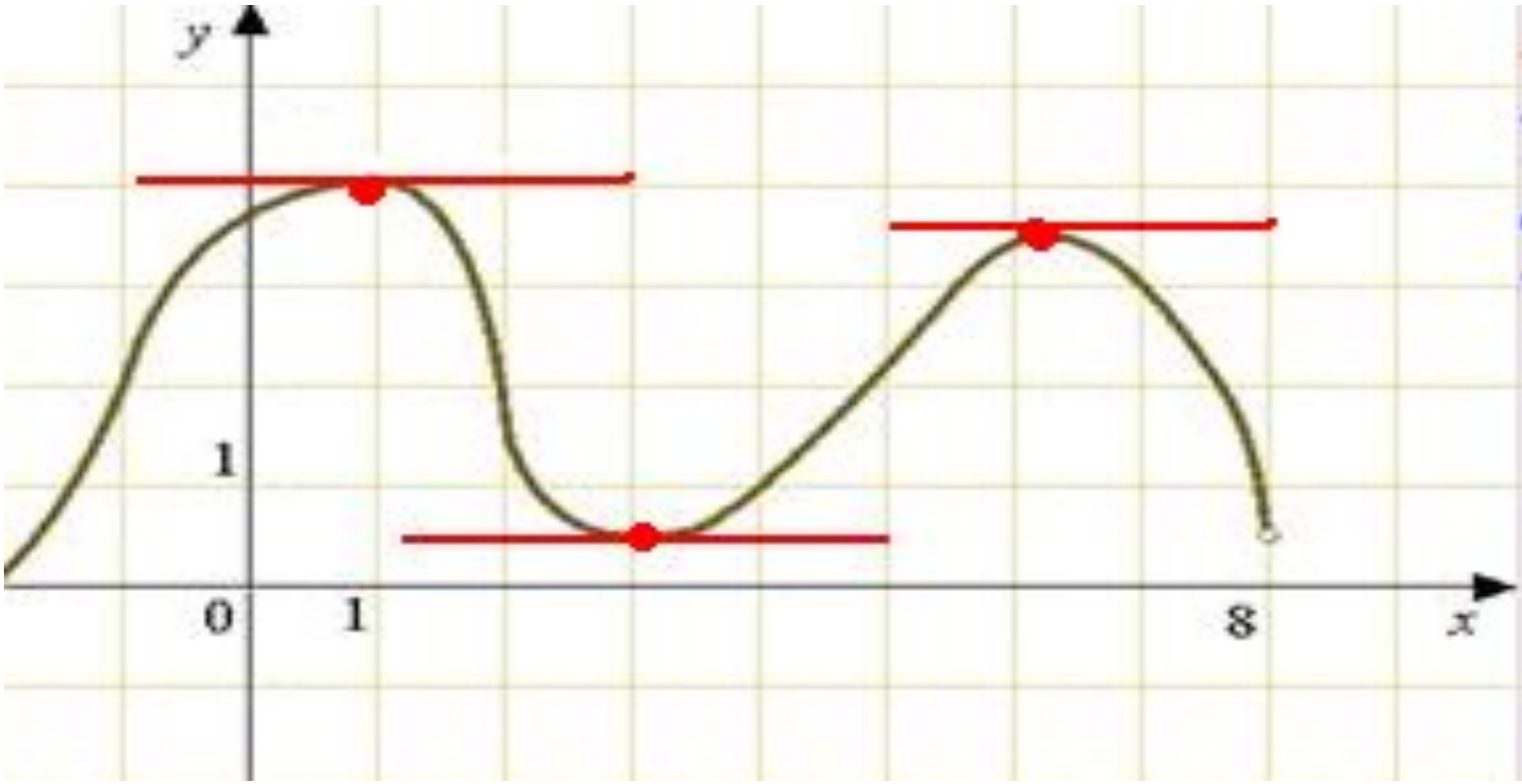
$y=k*x+b$ – касательная
k *– коэффициент наклона*

$\mathbf{k = f\,'(x_0)}$

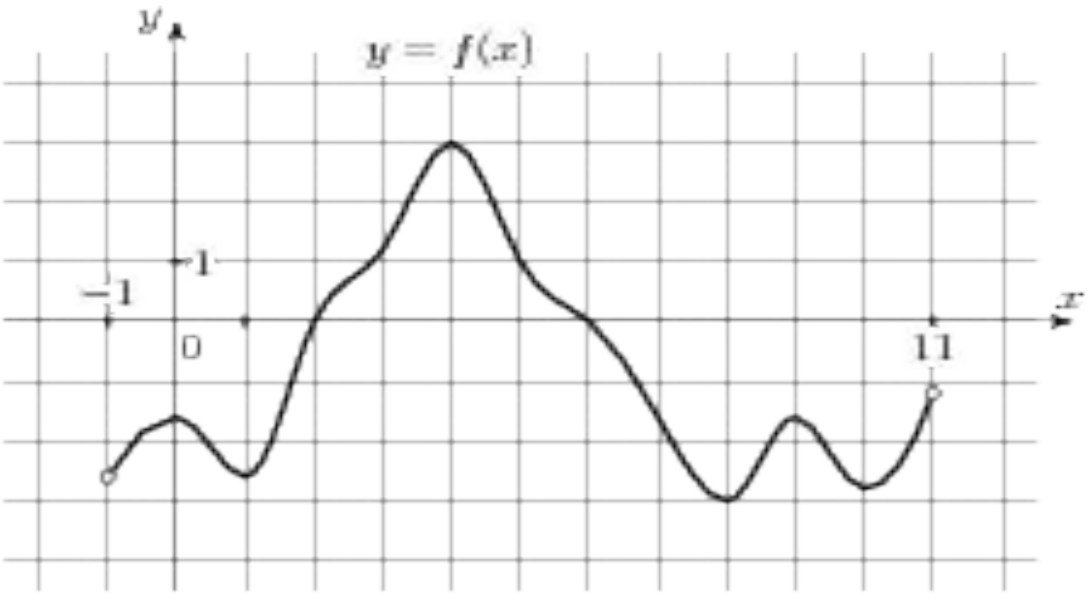
$k = tg\phi$

Следовательно:

k = 0, если угол φ = 0. Значит на графике такие касательные будут в точках:

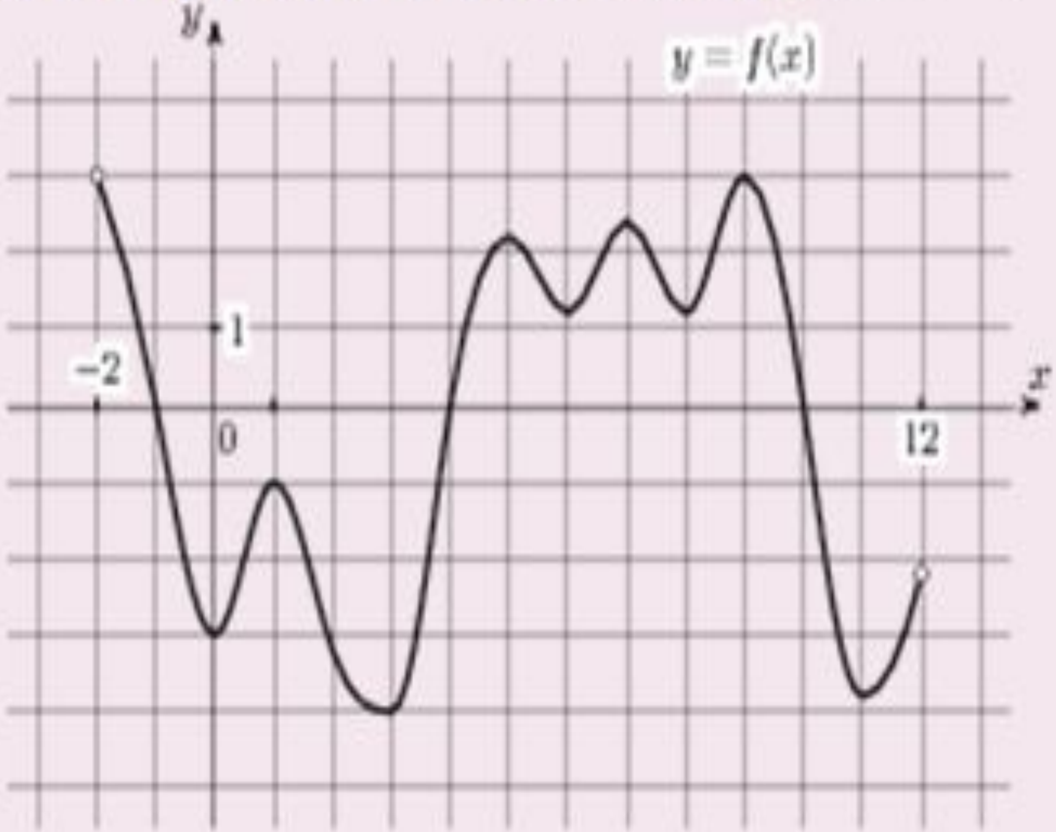


Задача: На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-1; 11).
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой y = -20.

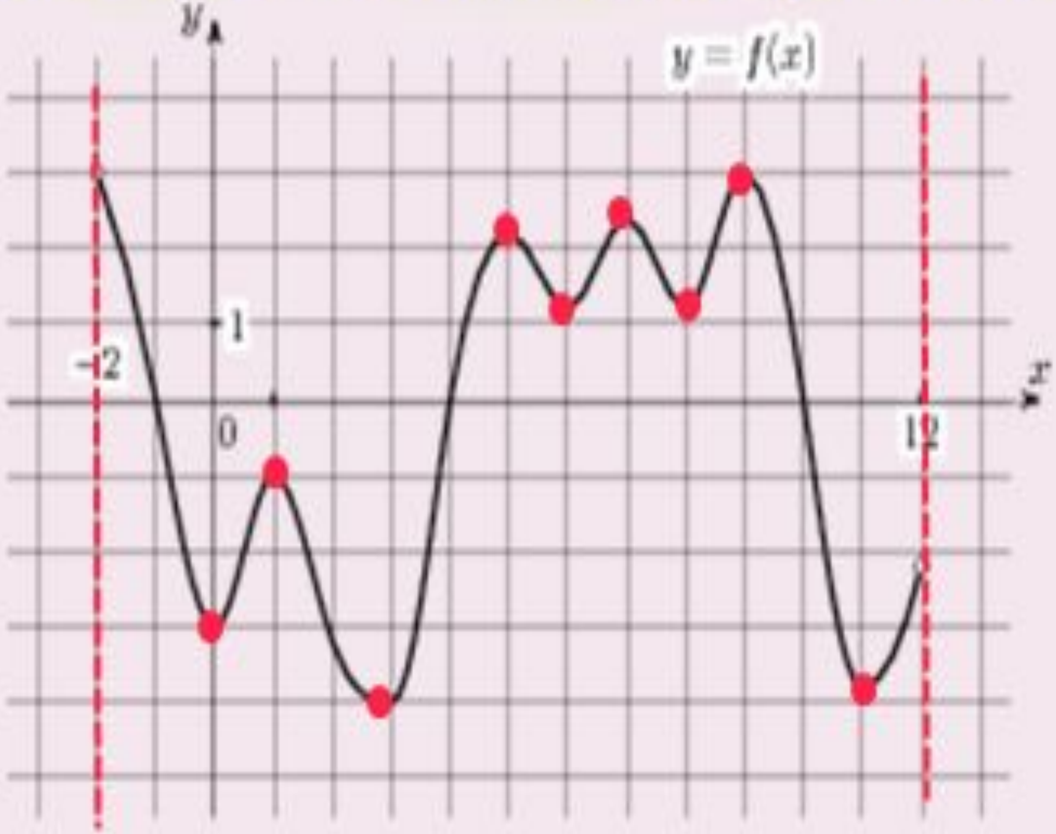


Решение:
По условию, касательная || к графику функции y = -20.
А **y = -20** – это прямая || оси X, следовательно касательная к графику имеет нулевой угол наклона, т.е. k = 0

№ 7311 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2;12)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -9$

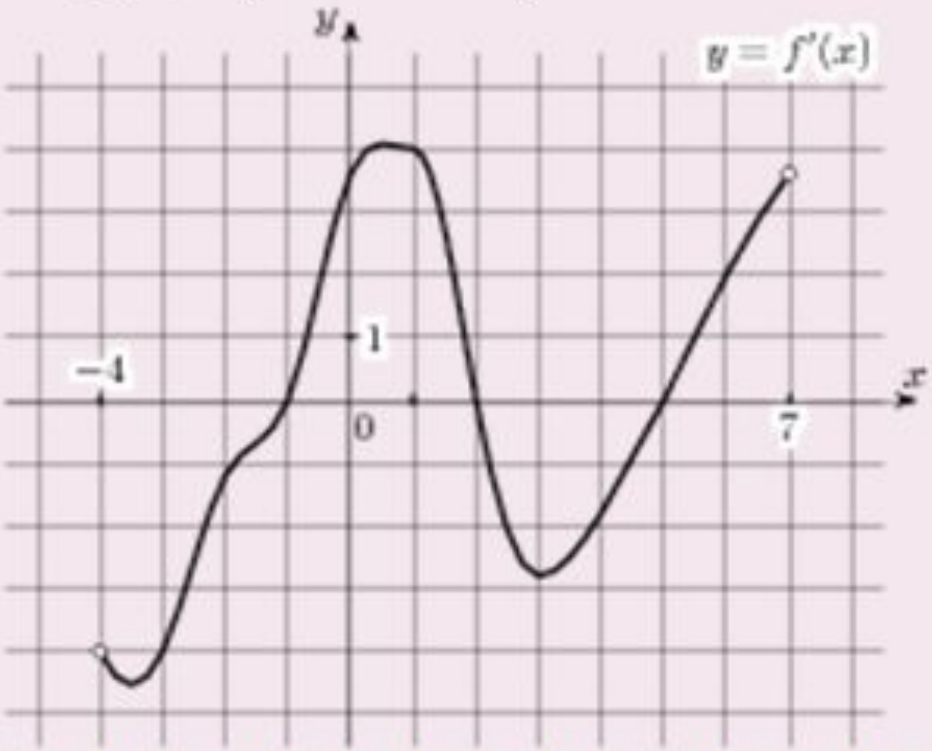


Дан график функции. Точки экстремума (максимумы и минимумы) - точки, в которых касательная к графику функции, параллельна прямой y=-9. Считаем количество точек экстремума (красные точки), ответ: 9

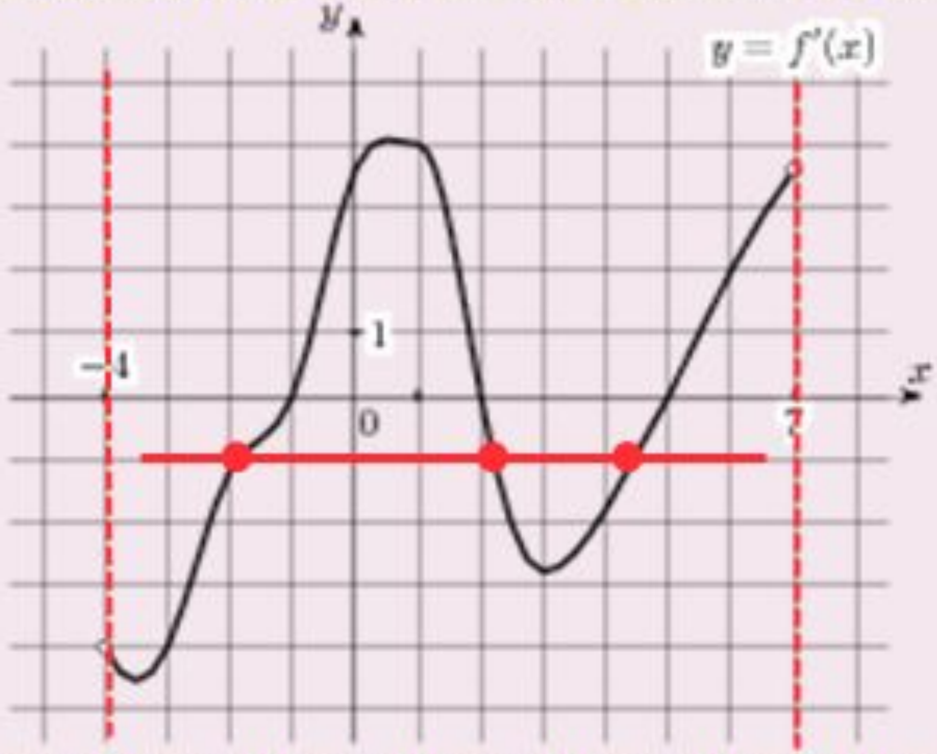


- Во втором случае задан график производной функции, для нахождения количества точек, в которых касательная к графику функции параллельна, необходимо:
- 1. Найти угловой коэффициент касательной. Это можно сделать двумя способами:
- Найти производную функции графика прямой, это и есть угловой коэффициент прямой;
- Взять число, которое стоит перед X в уравнении, например. если $y=2x+5$, то угловой коэффициент равен 2, если $y=-x+3$, то угловой коэффициент равен -1
- 2. провести прямую параллельно оси OX через точку на оси OY, равную угловому коэффициенту прямой.
- 3. Подсчитать количество точек пересечения этой прямой с графиком производной функции.

№ 8745 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -x + 3$ или совпадает с ней.

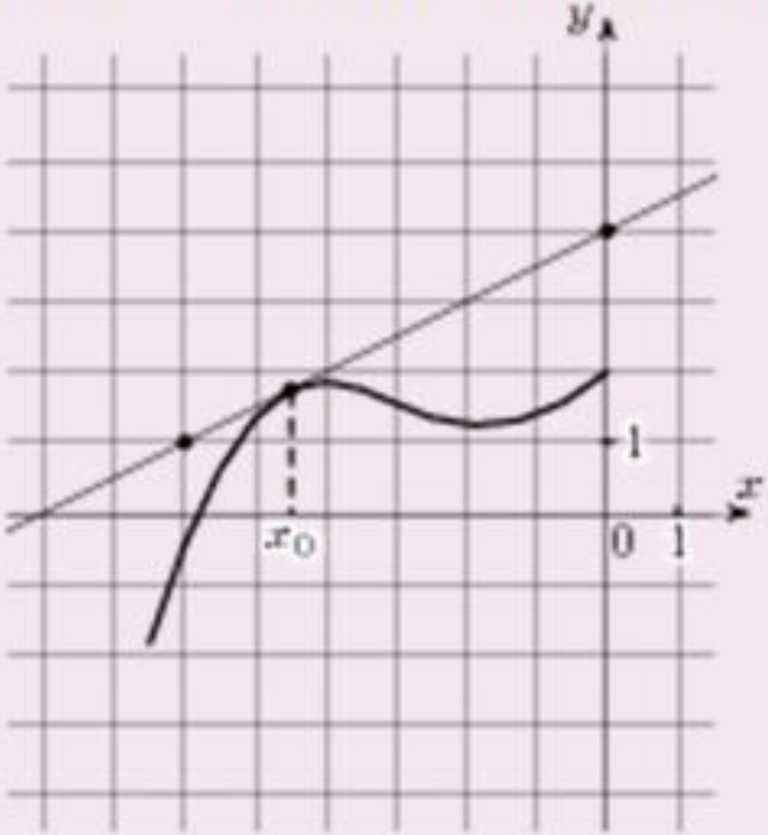


Дан график производной функции. Прямая y=-x+3 имеет угловой коэффициент прямой, равный -1, значит проведем прямую y=-1. Посчитаем количество точек пересечения этой прямой с графиком производной функции (красные точки), значит ответ: 3



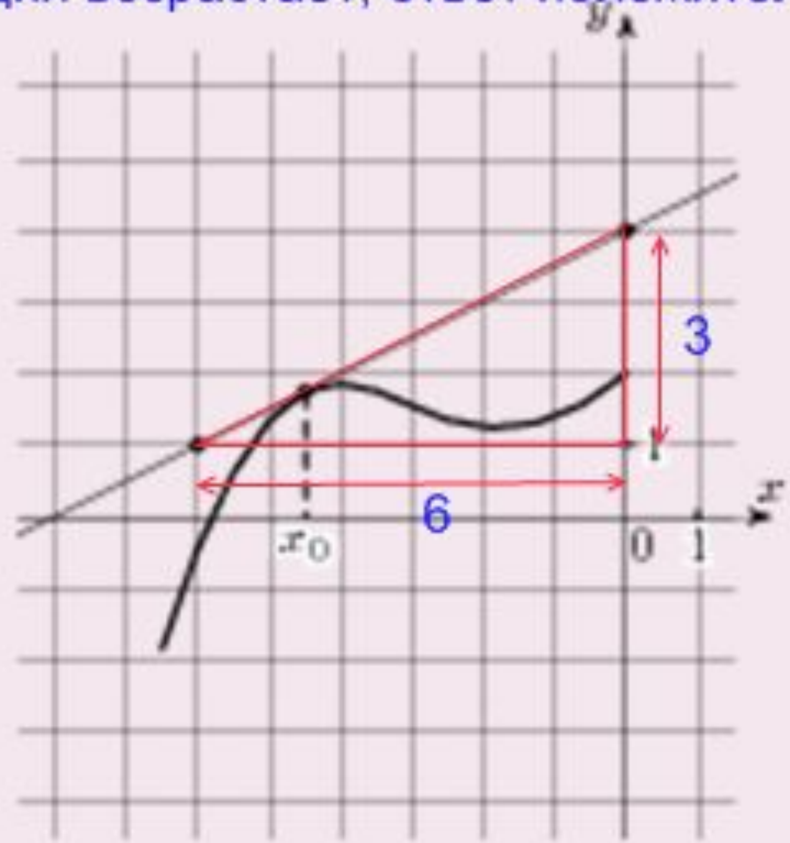
Угловой коэффициент касательной

№ 9507 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0

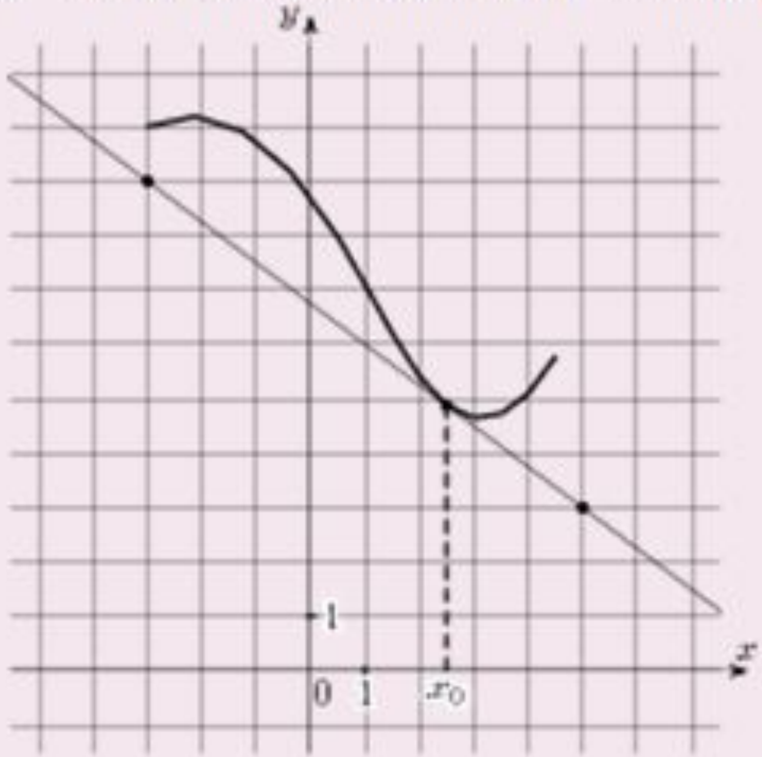


достраиваем до треугольника данный график, считаем количество клеток по оси OY и оси OX, ищем отношение:

k=3/6=0,5 т.к. функция возрастает, ответ положительный.

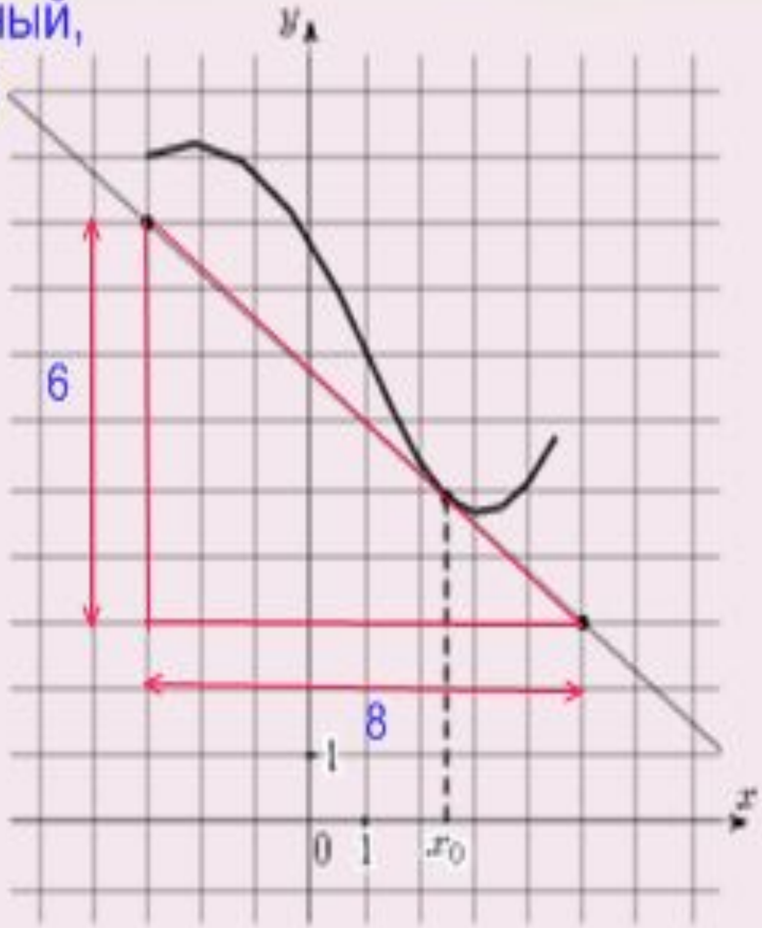


№ 9199 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



Достраиваем до треугольника данный график, подсчитываем количество точек на оси OY и оси OX, ищем отношение k=6/8=3/4, т.к. функция убывает, ответ отрицательный,

значит ответ -0,75



Используемая литература:

- http://schoolmathematics.ru/prakticheskie-rekomendacii-zadanie-v8-chast-1