

# проект

Подготовлю справочник  
по геометрии (или как повторить  
геометрию к экзамену).

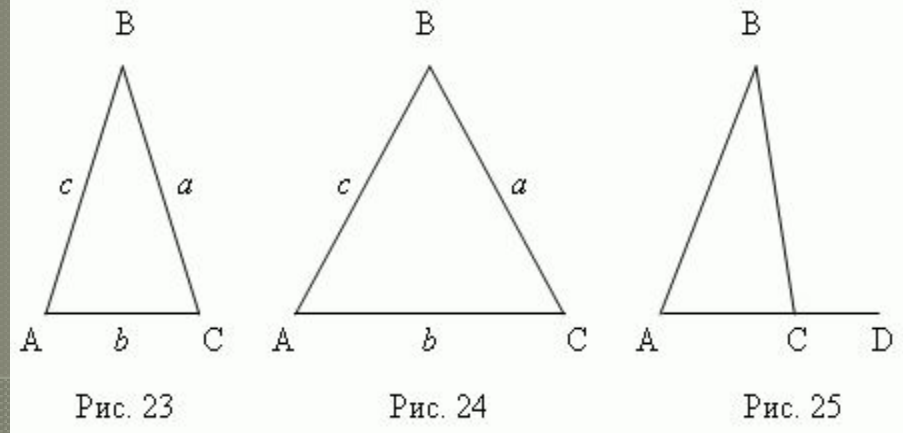
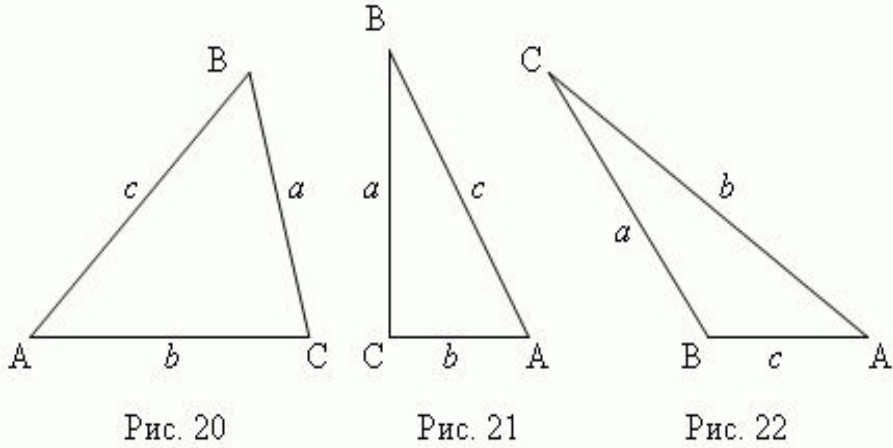
# ТРЕУГОЛЬНИК и всё связанное с ним.

## (курс 7-8 классов)

---

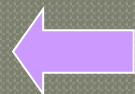
1. Остроугольный, тупоугольный и прямоугольный треугольник.
  - Катеты и гипотенуза. Равнобедренный и равносторонний треугольник.
2. Основные свойства треугольников. Сумма углов треугольника.
  - Внешний угол треугольника.
3. Признаки равенства треугольников.
  - Признаки равенства прямоугольных треугольников.
4. Замечательные линии и точки в треугольнике: высоты, медианы.
  - Биссектрисы.
5. Срединные перпендикуляры, ортоцентр.
6. Треугольник и окружность.
7. Теорема Пифагора.
  - Соотношение сторон в произвольном треугольнике.

**Треугольник** – это многоугольник с тремя сторонами (или тремя углами). Стороны треугольника обозначаются часто малыми буквами, которые соответствуют заглавным буквам, обозначающим противоположные вершины.



Если все три угла острые ( рис.20 ), то это *остроугольн ый* *треугольник*. Если один из углов прямой( рис.21 ), то это *прямоугольн ый* *треугольник*; стороны *a, b*, образующие прямой угол, называются *катетами*; сторона *c*, противоположная прямому углу, называется *гипотенузой*. Если один из углов тупой ( рис.22 ), то это *тупоугольн ый* *треугольник*.

Треугольник ABC ( рис.23 )  
 - *равнобедренный*, если две его стороны равны (  $a = c$  ); эти равные стороны называются *боковыми*, третья сторона называется *основанием* треугольника.  
 Треугольник ABC ( рис.24 )  
 – *равносторонний*, если все его стороны равны (  $a = b = c$  ). В общем случае (  $a \neq b \neq c$  ) мы имеем *неравносторонний* *треугольник*.



## **Основные свойства треугольников. В любом треугольнике:**

**1. Против большей стороны лежит больший угол, и наоборот.**

**2. Против равных сторон лежат равные углы, и наоборот.**

---

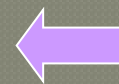
**В частности, все углы в равностороннем треугольнике равны.**

**3. Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ .**

**Из двух последних свойств следует, что каждый угол в равностороннем треугольнике равен  $60^\circ$ .**

**4. Продолжая одну из сторон треугольника, получаем внешний угол. Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним.**

**5. Любая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон и больше их разности (  $a < b + c$ ,  $a > b - c$ ;  $b < a + c$ ,  $b > a - c$ ;  $c < a + b$ ,  $c > a - b$  ).**



# ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА!

## • *Признаки равенства треугольников.*

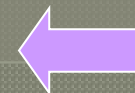
• Треугольники равны, если у них соответственно равны:

- a) *две стороны и угол между ними;*
- b) *два угла и прилежающая к ним сторона;*
- c) *три стороны.*

## • *Признаки равенства прямоугольных треугольников.*

• Два *прямоугольных* треугольника равны, если выполняется одно из следующих условий:

- 1) равны их катеты;
- 2) катет и гипотенуза одного треугольника равны катету и гипотенузе другого;
- 3) гипотенуза и острый угол одного треугольника равны гипотенузе и острому углу другого;
- 4) катет и прилежащий острый угол одного треугольника равны катету и прилежащему острому углу другого;
- 5) катет и противолежащий острый угол одного треугольника равны катету и противолежащему острому углу другого.



## ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ И ТОЧКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ!

**Высота** треугольника – это перпендикуляр, опущенный из любой вершины на противоположную сторону ( или её продолжение ). Эта сторона называется *основанием* треугольника. Три высоты треугольника всегда пересекаются в одной точке, называемой *ортоцентром* треугольника.

Ортоцентр остроугольного треугольника ( точка  $O$ , рис.26 ) расположен внутри треугольника, а ортоцентр тупоугольного треугольника ( точка  $O$ , рис.27 ) – снаружи; ортоцентр прямоугольного

треугольника совпадает с вершиной прямого угла.

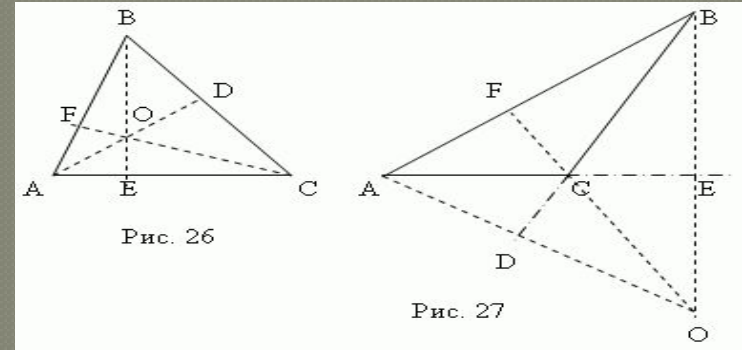


Рис. 26

Рис. 27

**Медиана** – это отрезок, соединяющий любую вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Три медианы треугольника (  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$ , рис.28 ) пересекаются в одной точке  $O$ , всегда лежащей внутри треугольника и являющейся его *центром тяжести*. Эта точка делит каждую медиану в отношении  $2:1$ , считая от вершины.

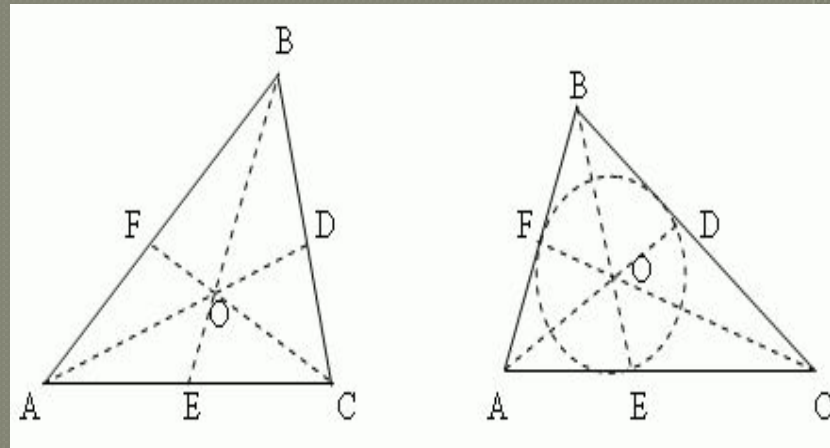


Рис. 28

Рис. 29

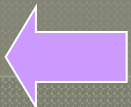
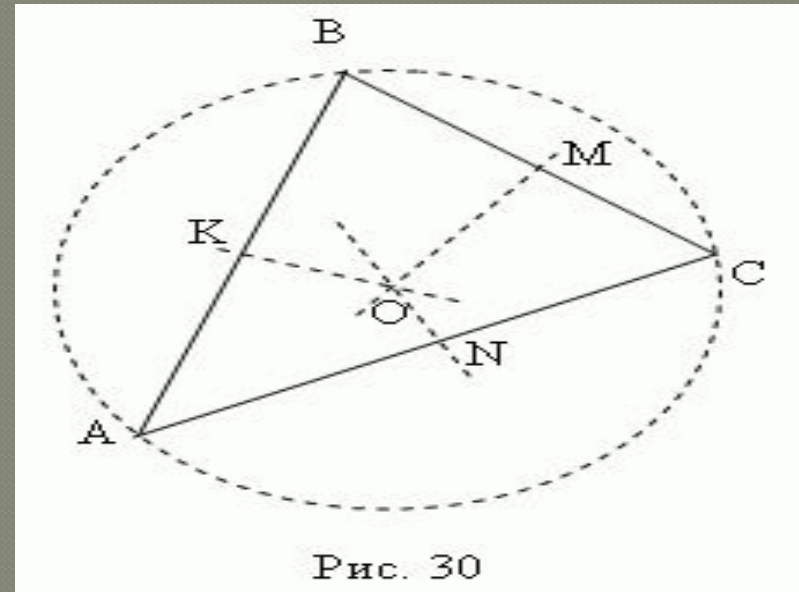
**Биссектриса** – это отрезок биссектрисы угла от вершины до точки пересечения с противоположной стороной. Три биссектрисы треугольника (  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$ , рис.29 ) пересекаются в одной точке  $O$ , всегда лежащей внутри треугольника и являющейся *центром вписанного круга*. Биссектриса делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам; например, на рис.29  $AE : CE = AB : BC$ .



# Серединный перпендикуляр!

- *Срединный перпендикуляр* – это перпендикуляр, проведенный из средней точки отрезка(стороны). Три срединных перпендикуляра треугольника  $ABC$  ( $KO$ ,  $MO$ ,  $NO$ , рис.30 ) пересекаются в одной точке  $O$ , являющейся *центром описанного круга* ( точки  $K$ ,  $M$ ,  $N$  – середины сторон треугольника  $ABC$  ).

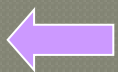
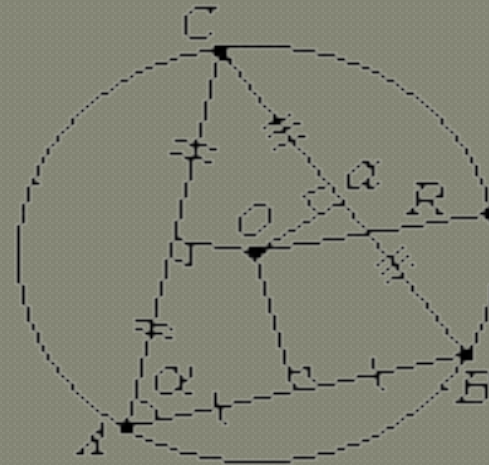
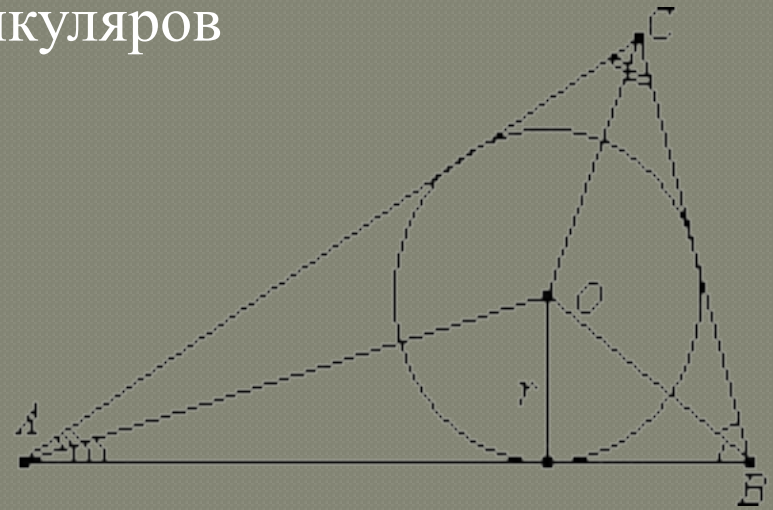
В остроугольном треугольнике эта точка лежит внутри треугольника; в тупоугольном – снаружи; в прямоугольном - в середине гипотенузы. Ортоцентр, центр тяжести, центр описанного и центр вписанного круга совпадают только в равностороннем треугольнике.



Центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис треугольника.

Центр описанной окружности — точка пересечения серединных перпендикуляров

центр описанной  
около прямоугольного  
треугольника окружности  
лежит на  
середине гипотенузы;  
центр описанной и  
вписанной окружностей  
треугольника совпадают  
только в том случае, когда  
этот треугольник  
— правильный.





# Теорема Пифагора!

(соотношение сторон)



**Теорема Пифагора.** В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов .

Доказательство теоремы Пифагора с очевидностью следует из рис.31. Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC с катетами  $a$ ,  $b$  и гипотенузой  $c$ .

Построим квадрат АКМВ, используя гипотенузу АВ как сторону. Затем продолжим стороны прямоугольного треугольника ABC так, чтобы получить квадрат CDEF, сторона которого равна  $a + b$ . Теперь ясно, что площадь квадрата CDEF равна  $(a + b)^2$ . С другой стороны, эта площадь равна сумме площадей четырёх прямоугольных треугольников и квадрата АКМВ, то есть

$$c^2 + 4 \left( \frac{ab}{2} \right) = c^2 + 2ab,$$

отсюда,  
 $c^2 + 2ab = (a + b)^2,$   
и окончательно имеем:  
 $c^2 = a^2 + b^2.$

## Соотношение сторон в произвольном треугольнике.

В общем случае ( для произвольного треугольника ) имеем:  
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C,$   
где  $C$  – угол между сторонами  $a$  и  $b$ .

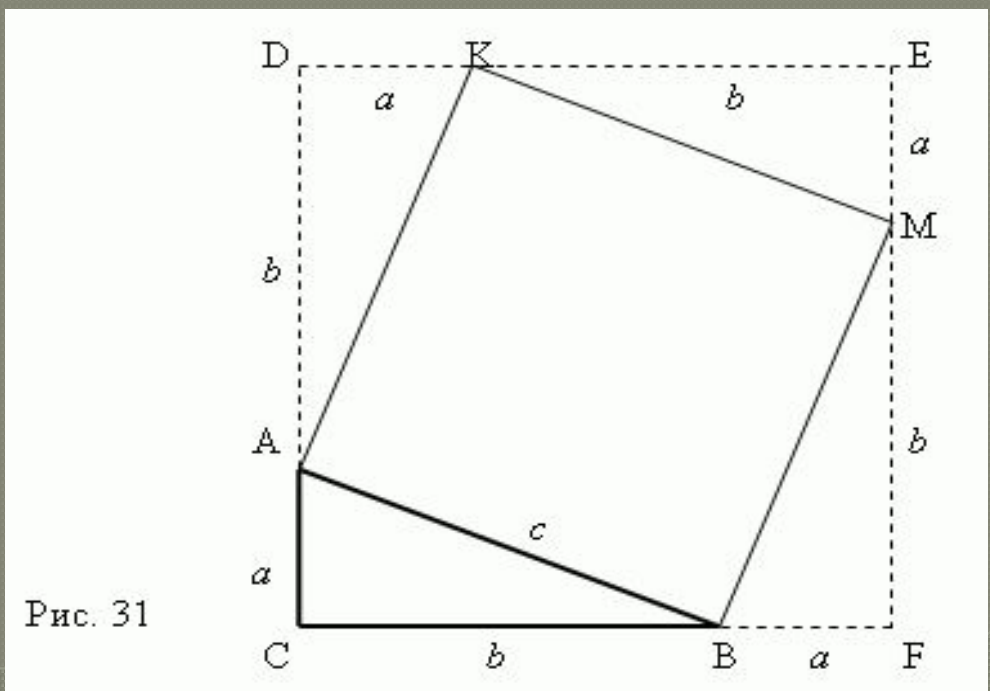


Рис. 31

Работу выполнила

Ученица 9 «Б» класса

---

ГОУ СОШ №337

Ефимочкина Александра.

17.05.11г.

# Руководитель проекта

---

- Учитель высшей квалификационной категории
- Мартыненко Оксана Михайловна;
- ГОУ СОШ №337
- Невского административного района
- Г. Санкт-Петербург.
- 2011 г.