# ПОДОБИЕ ПРАВИЛЬНЫХ ВЫПУКЛЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

**9 КЛАСС**

# Цели:

- доказать теорему о подобии правильных выпуклых n-угольников, свойство о том, что отношение периметров правильных n-угольников равно отношению радиусов вписанных (описанных) окружностей.

# Актуализация опорных знаний

- Какое преобразование фигуры называется движением?
- Какими свойствами обладает движение?
- Что такое преобразования подобия?
- Что такое гомотетия?
- Какие фигуры называются равными?
- Какие фигуры называются подобными?

# Изучение нового материала

**ТЕОРЕМА.** Правильные выпуклые n-угольники подобны (I ч). В частности, если у них стороны одинаковы, то они равны (II ч).

Дано:

$P_1$: $A_1A_2A_3\ldots A_n$

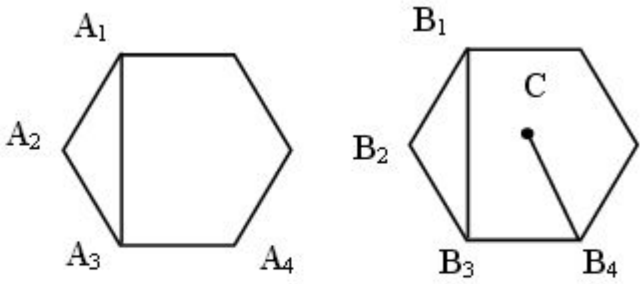
$P_2$: $B_1B_2B_3\ldots B_n$ – правильные n-угольники.

$A_1A_2 = B_1B_2 = \ldots$

Доказать:

(I ч) что $P_1 \rightarrow P_2$

(II ч) $P_1 = P_2$



# Доказательство:

Докажем второе утверждение.

**Две фигуры называются равными, если они движением переводятся одна в другую. Следовательно, нужно доказать, что эти многоугольники совмещаются движением.**

**$\Delta A_1A_2A_3 = \Delta B_1B_2B_3$ по первому признаку ($A_1A_2 = B_1B_2$, $A_2A_3 = B_2B_3$, $\angle A_1A_2A_3 = \angle B_1B_2B_3$). Значит, существует движение, при котором $A_1 \to B_1$, $A_2 \to B_2$, $A_3 \to B_3$.**

**Подвергнем $P_1$ движению: $A_1 \to B_1$, $A_2 \to B_2$, $A_3 \to B_3$, $A_4 \to C$.**

**Точки C и $B_4$ лежат по одну сторону от прямой $B_2B_3$.**

**Движение сохраняет углы и расстояние: $\angle B_2B_3C = \angle B_2B_3B_4$ и $B_3C = B_3B_4$.**

**А значит, точка C совпадает с $B_4$ и т. д. $A_4 \to B_4$, $A_5 \to B_5$ … $A_n \to B_n$.**

**То есть $P_1 \to P_2$ при движении, следовательно, $P_1 = P_2$.**

I. Докажем, что $P_1 \to P_2$.

Подвергнем $P_1$ преобразованию подобия: гомотетии с коэффициентом $k = \dfrac{B_1B_2}{A_1A_2}$.

$P_1 \to P'$ (стороны $P'$ равны сторонам $P_2$).

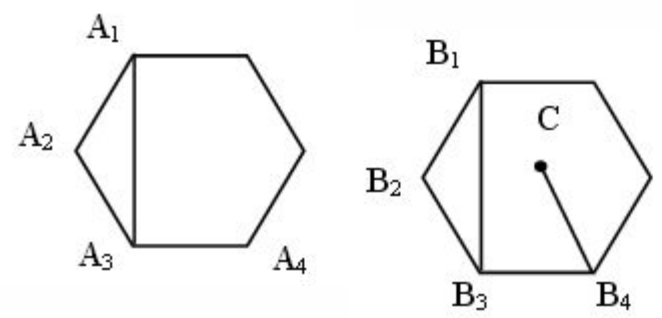
Значит, $P' \to P_2$ ( в результате движения).

$P_1 \to P'$, $P' \to P_2$. Следовательно, $P_1 \to P_2$ и т. д.

У подобных фигур

$$k = \frac{A_1A_2}{B_1B_2} = \ldots \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

где $P_1$, $P_2$ – периметры, $R_1$, $R_2$, $r_1$, $r_2$ – радиусы.



# Решение задач

1) Выполнить № 32 стр.181.

2) **Задача 1.** Сторона одного квадрата в 3 раза больше стороны другого квадрата. Как относятся радиусы окружностей, описанных около них и вписанных в них? Ответ объясните.

3) **Задача 2.** Дан равносторонний треугольник. Как относятся радиусы окружностей, вписанных в данный треугольник, и треугольник, вершинами которого является середина сторон данного равностороннего треугольника?

# Домашнее задание:

- п. 118. Вопрос 13, выполнить № 33
- Задача. Найдите радиусы окружностей, вписанной в квадрат и описанной около него, если их произведение равно  см$^2$.