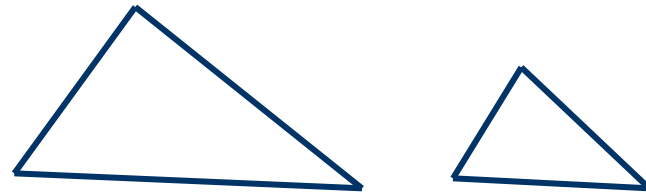


ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Пропорциональные отрезки

Отношением отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е.

$$\frac{AB}{CD}$$

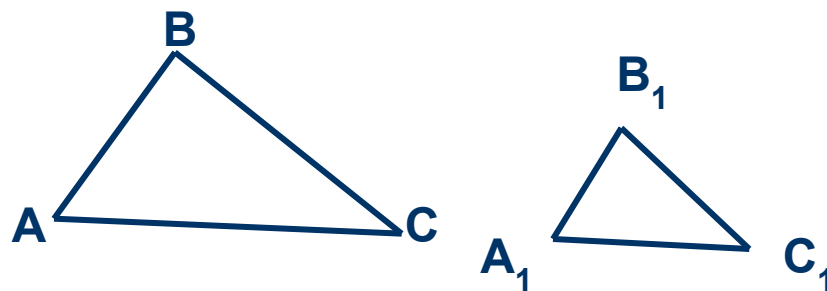


Отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1 , если

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A_1B_1}{C_1D_1}$$

Определение подобных треугольников

Два треугольника называются *подобными*, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



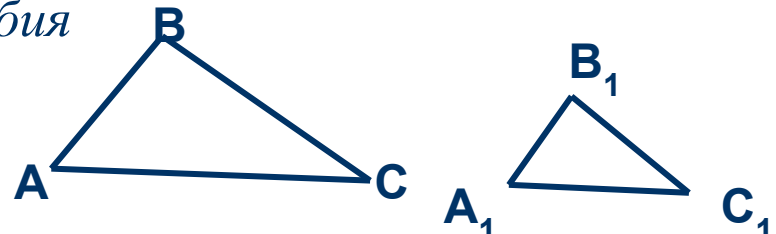
Число k , равное отношению сходственных сторон треугольников, называется *коэффициентом подобия*

$$k = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Отношение площадей подобных треугольников

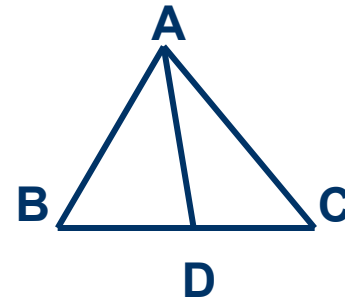
Отношением площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$



Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ или } \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$$



Признаки подобия треугольников

I признак подобия треугольников

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

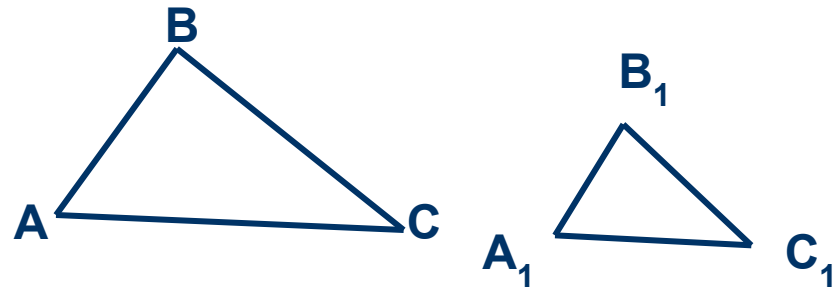
Дано:

$\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$,

$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$

Доказать:

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



Признаки подобия треугольников

II признак подобия треугольников

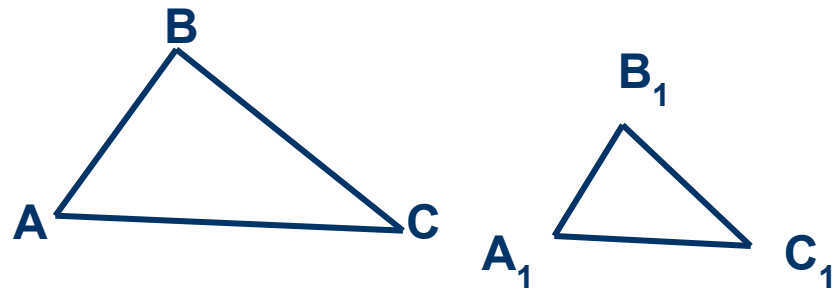
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны

Дано:

$$\Delta ABC, \Delta A_1B_1C_1, \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$
$$\angle A = \angle A_1$$

Доказать:

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$



Признаки подобия треугольников

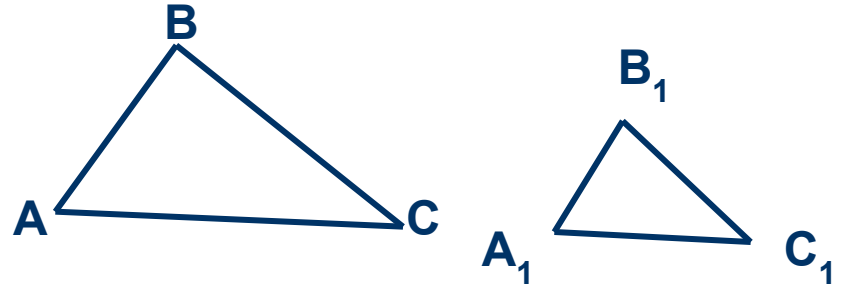
III признак подобия треугольников

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны

Дано:

$\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$,

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Доказать:

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Применение подобия к доказательству теорем

Средняя линия треугольника

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон

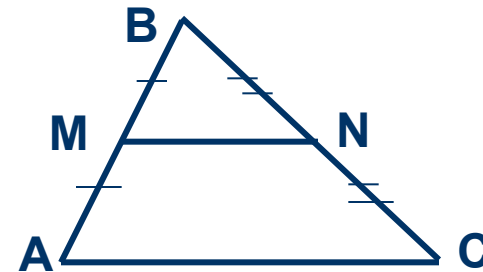
Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны

Дано:

$\triangle ABC$, MN – средняя линия

Доказать:

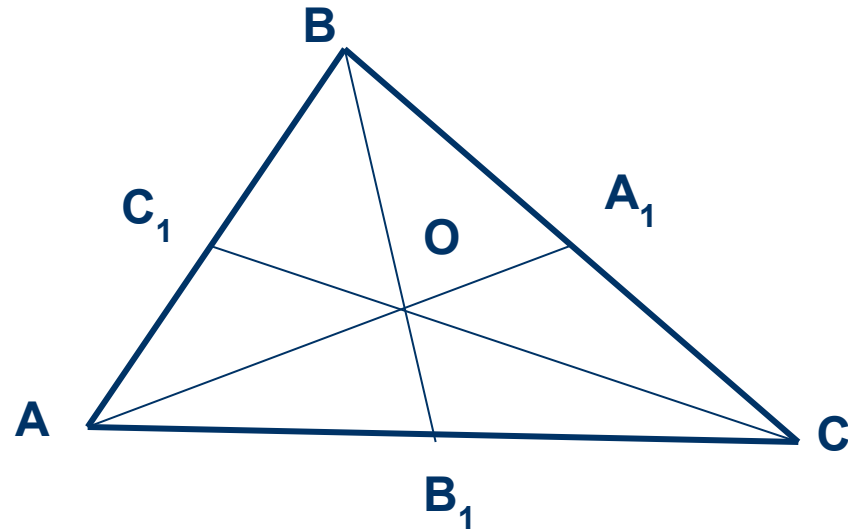
$$MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC$$



Применение подобия к решению задач

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2 : 1, считая от вершины

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$



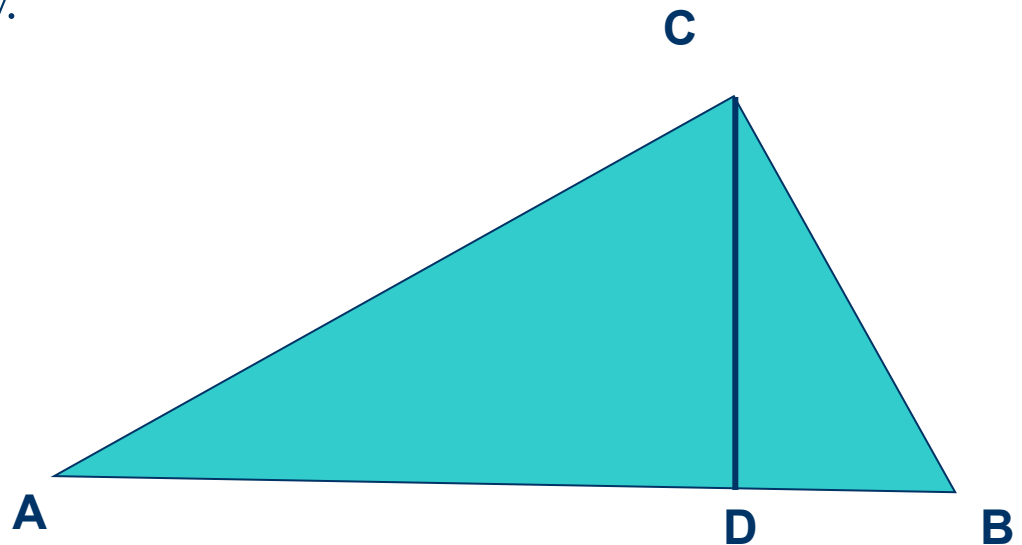
Применение подобия к решению задач

Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD,$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CBD$$

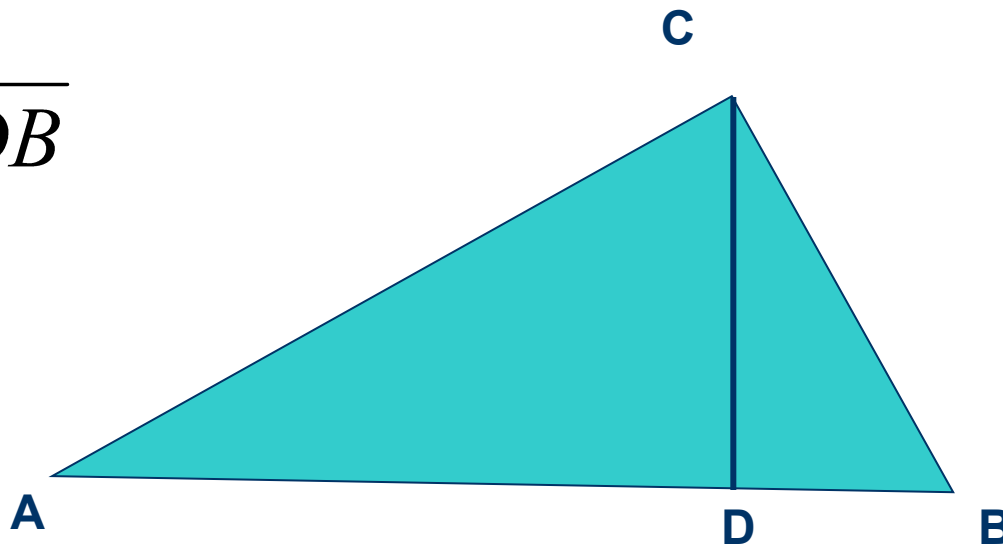
$$\triangle ACD \sim \triangle CBD$$



Применение подобия к доказательству теорем

1. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между отрезками, на которые делится гипотенуза этой высотой

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$



Применение подобия к доказательству теорем

2. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и отрезком гипотенузы, заключенным между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.

$$AC = \sqrt{AB \cdot AD},$$

$$BC = \sqrt{AB \cdot DB}$$

