

# Подобные треугольники.

Выполнили: Карташов Алексей  
Пучков Евгений

# Пропорциональные отрезки

- Отношение отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е.  $\frac{AB}{CD}$
- Говорят, что **отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам  $A_1B_1$  и  $C_1D_1$**  если  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$ .
- Например, отрезки AB и CD, длины которых равны 2см и 1см, пропорциональны отрезкам  $A_1B_1$  и  $C_1D_1$ , длины которых равны 3см и 1,5см. В самом деле,  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{2}{3}$ .
- Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков. Так, например 3 отрезка AB, CD и EF **пропорциональны** трем отрезкам  $A_1B_1$ ,  $C_1D_1$  и  $E_1F_1$ , если справедливо равенство  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{EF}{E_1F_1}$ .

# Что хотим узнать???



# Определение подобных треугольников

- Пусть в двух треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  углы соответственно равны:  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle C = \angle C_1$ . В этом случае стороны  $AB$  и  $A_1B_1$ ,  $BC$  и  $B_1C_1$ ,  $CA$  и  $C_1A_1$  называются сходственными.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

Другими словами 2 треугольника называются подобными если:

1)  $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$

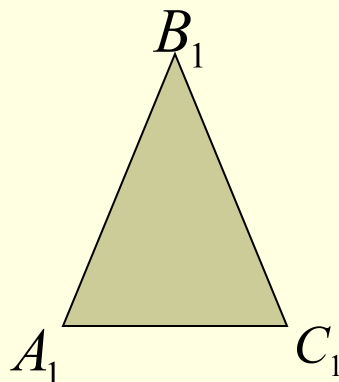
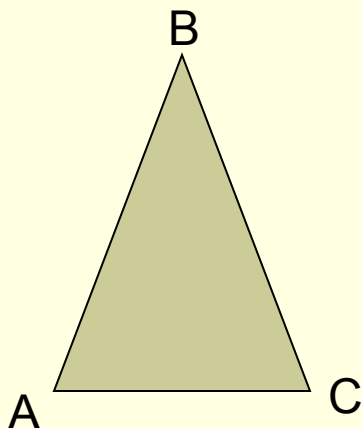
2)  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = k$ , где  $k$  коэффициент подобия



# Отношение площадей подобных треугольников

## ТЕОРЕМА

Отношение двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия



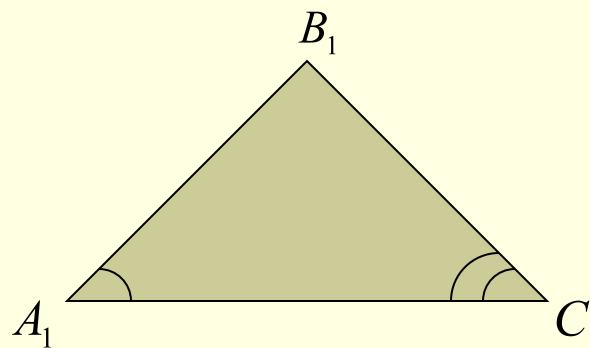
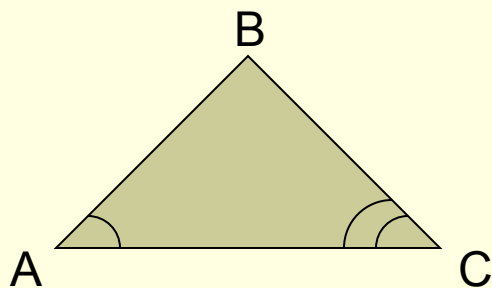
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$



# 1-ый признак

## ТЕОРЕМА

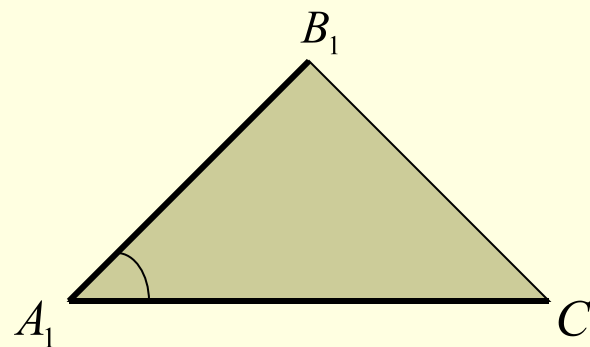
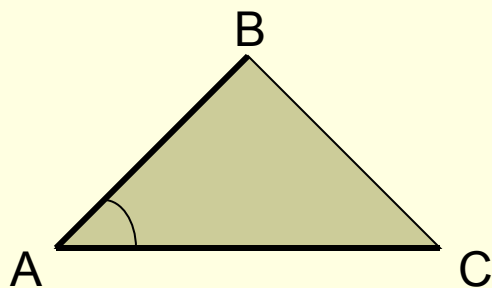
Если 2 угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны



Доказательство

# 2-ой признак

- ТЕОРЕМА
- Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны

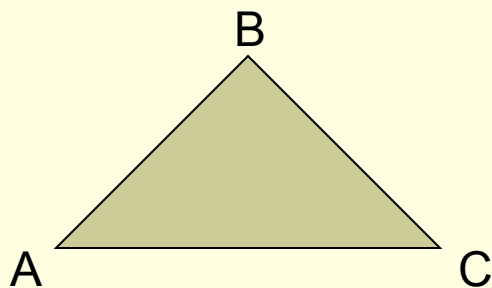


$$\angle A = \angle A_1 \quad \text{и} \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

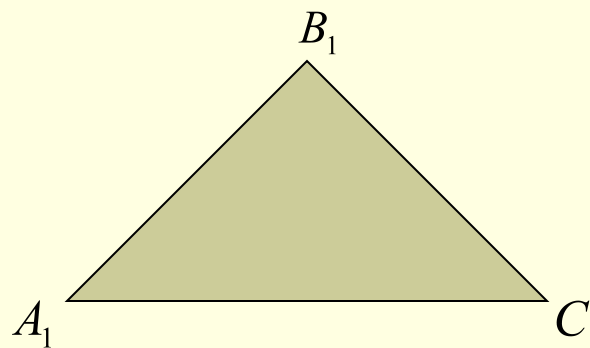
Доказательство

# 3-ий признак

- Теорема
- Если три стороны треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Доказательство



# Доказательство 1

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

$$\angle B_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle C_1 \quad \text{Следовательно} \quad \angle B = \angle B_1$$

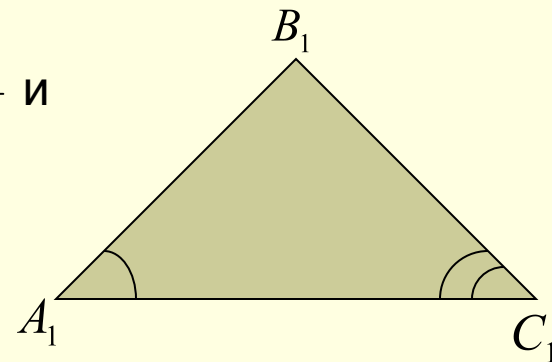
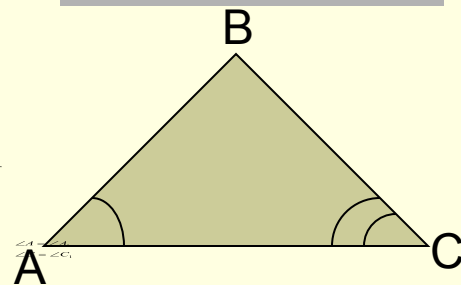
Углы треугольника ABC соответственно равны углам треугольника  $A_1B_1C_1$ .

$$\text{Т.к. } \angle A = \angle A_1 \text{ и } \angle B = \angle B_1 \text{ то } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} \text{ и}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AC \cdot BC}{A_1C_1 \cdot B_1C_1} \Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Аналогично для  $\angle A = \angle A_1$  и  $\angle C = \angle C_1$

$$\text{Получим } \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$



# Доказательство 2

$$1) \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1} \quad 2) \angle A = \angle A_1$$

Учитывая первый признак подобия можно доказать, что

$$\angle B = \angle B_1$$

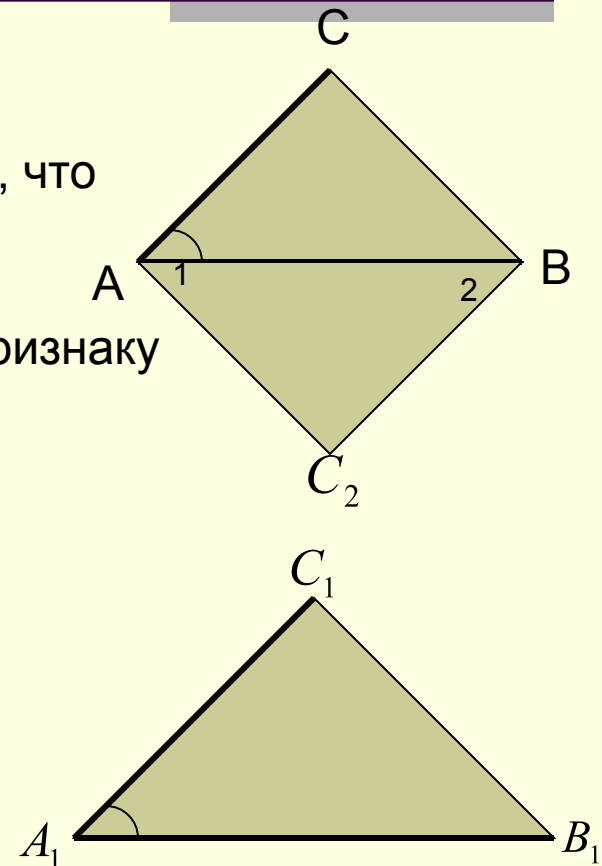
Рассмотрим  $ABC_2$  у которого  $\angle 1 = \angle A_1$  и  $\angle 2 = \angle B_1$

Треугольники  $ABC_2$  и  $A_1B_1C_1$  подобны по первому признаку

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1} \quad \text{и} \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1} \Rightarrow AC = AC_2$$

Треугольники  $ABC$  и  $ABC_2$  равны (СУС)

$$\Rightarrow \angle B = \angle 2 \quad \text{и} \quad \angle 2 = \angle B_1 \Rightarrow \angle B = \angle B_1$$



# Доказательство 3

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Учитывая второй признак подобия можно доказать что  $\angle A = \angle A_1$

Рассмотрим  $ABC_2$  у которого  $\angle 1 = \angle A_1$  и

$$\angle 2 = \angle B_1$$

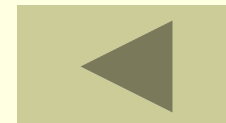
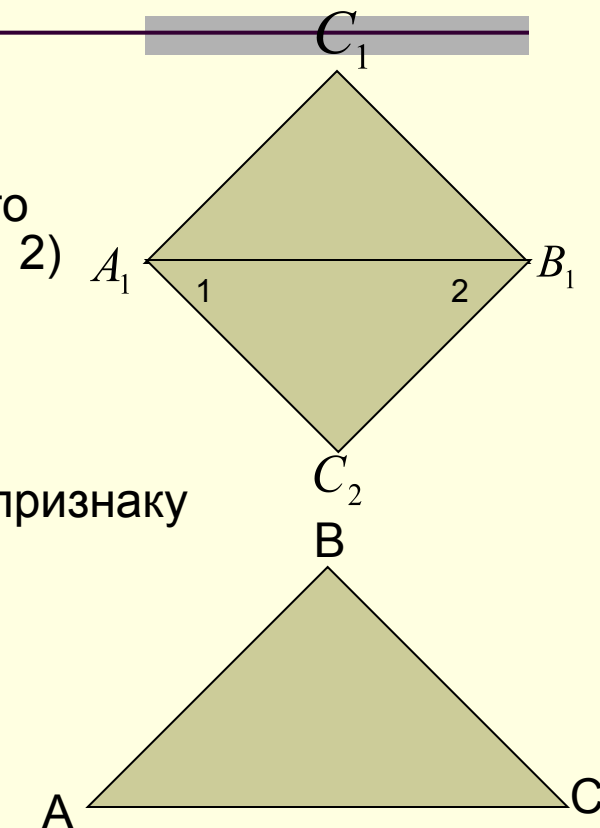
Треугольники  $ABC$  и  $ABC_2$  Подобны по первому признаку

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{C_2A}{C_1A_1} \Rightarrow BC = BC_2 \text{ и } CA = C_2A$$

Треугольник  $ABC = ABC_2$  (3 стороны)  $\Rightarrow \angle A = \angle 1$

$$\text{Т.к. } \angle 1 = \angle A_1 \text{ и } \angle A = \angle 1 \Rightarrow \angle A = \angle A_1$$

$$\Rightarrow ABC \text{ подобен } A_1B_1C_1$$



# Спасибо за внимание!!!!

---



ВЫХОД