

Погрешности измерений

Погрешность измерения - отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Различают абсолютную и относительную погрешность измерения.

Абсолютная погрешность измерения равна разности между результатом измерения A и истинным значением измеряемой величины X :

$$\Delta = A - X$$

Относительная погрешность измерения

$$\delta = \Delta / X$$

Методическая погрешность.

Внешние погрешности.

Субъективные погрешности.

Систематические погрешности.

Погрешности измерений

- **Инструментальные погрешности:**
- Инструментальные погрешности, являющиеся следствием износа, старения или неисправности СИ.
- Погрешности, возникающие вследствие неправильной установки СИ, их неправильным взаимным расположением, влиянием внешних воздействий.

Погрешности измерений

- **Способы исключения и учета систематических погрешностей.**
- Четыре основные группы:
- устранение источников погрешностей до начала измерений;
- исключение погрешностей в процессе измерения способами замещения, компенсации погрешности по знаку, противопоставления, симметричных наблюдений;
- внесение поправок в результат измерения;
- оценка границ не исключенных систематических погрешностей.

Погрешности измерений

- **Устранение источников погрешностей до начала измерений.**
- Под устранением источника погрешностей понимается как его непосредственное удаление (например, удаление источника тепла), так и защиту СИ и измеряемого объекта от влияния этих источников. Источники инструментальной погрешности, присущие конкретному экземпляру СИ, могут быть устранены путем его калибровки или ремонта. Источники погрешностей, связанные с неудачным взаимным расположением СИ могут быть устранены перед началом измерений.

Погрешности измерений

- Устранение систематических погрешностей
- Одним из наиболее распространенных способов исключения систематических погрешностей является способ замещения.
- Он заключается в том, что измеряемый объект заменяется известной мерой, находящейся в тех же условиях, в какой находился он сам.

Погрешности измерений

- Способ компенсации погрешности по знаку.
- Измерение проводят дважды так, чтобы известная по природе, но неизвестная по размеру погрешность входила в результаты измерений с противоположными знаками. Погрешность исключается при вычислении среднего значения. В алгебраической форме это можно выразить следующим образом.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{(x_D + \Delta) + (x_D - \Delta)}{2} = x_D.$$

Погрешности измерений

- **Случайные погрешности**
- **Математические модели случайной погрешности.**
- **При случайных погрешностях результат каждого измерения A_i будет отличаться от истинного значения X измеряемой величины:**

$$A_i - X = \Delta X$$

Эту разность называют случайной погрешностью отдельного наблюдения.

Истинное значение X нам неизвестно. Однако проведя большое количество наблюдений можно определить среднее значение

Погрешности измерений

- Среднее арифметическое ряда измерений:

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Это наиболее вероятный результат измерения

Погрешности измерений

- Гауссовский закон распределения
- (в практике радиоизмерений наиболее распространён)

$$p(\Delta X) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(\Delta X)^2 / 2\sigma^2}$$

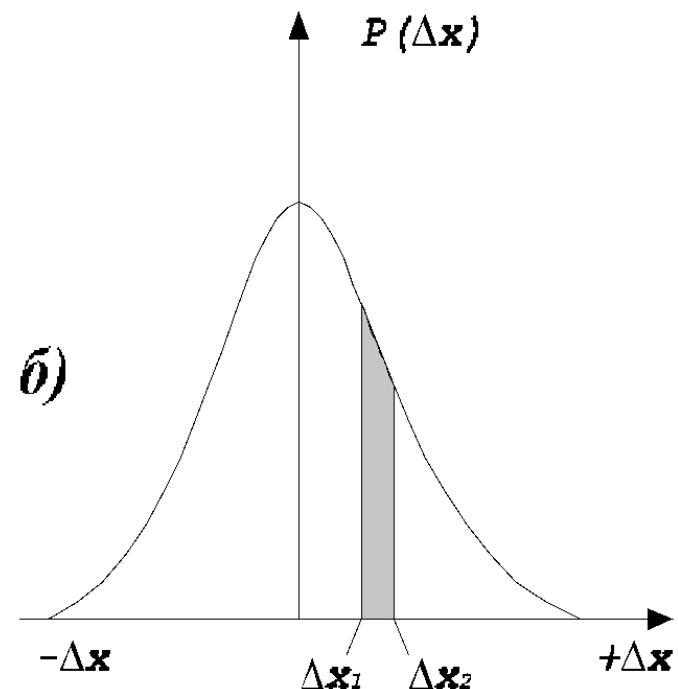
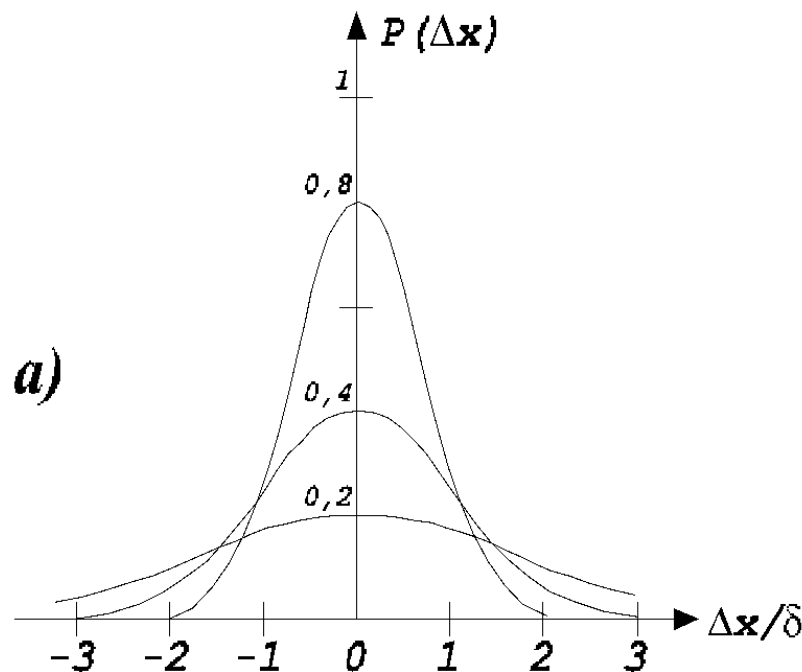
$p(\Delta X)$ - плотность вероятности случайной погрешности $\Delta X = A_i - X$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (A_i - X)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\Delta X_i)^2}{n}}$$

Погрешности измерений

- **Функция Гаусса** графически изображается колоколообразной кривой, симметричной относительно ординат, асимптотически приближающейся к оси абсцисс. Максимум этой кривой получается в точке $\Delta X=0$, а величина этого максимума

$$p(\Delta X) = 1/\sigma\sqrt{2\pi}$$



Погрешности измерений

- Вероятность появления погрешности в пределах между ΔX_1 и ΔX_2 определяется площадью заштрихованного участка на предыдущем рис. т.е. определённым интегралом от функции $p(\Delta X)$:
-

$$p(\Delta X_1 \leq \Delta X \leq \Delta X_2) = \int_{\Delta X_1}^{\Delta X_2} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta X}{\sigma} \right)^2} d(\Delta X)$$

Погрешности измерений

- Из таблиц, приведенных в математических справочниках, следует что значение интеграла

$$P(-\sigma \leq \Delta X \leq \sigma) = 0,683; P(-3\sigma \leq \Delta X \leq 3\sigma) = 0,9973$$

- Таким образом с вероятностью 0,683 случайные погрешности измерения не выходят за пределы $\pm\sigma$. С вероятностью 0,997 случайная погрешность находится в пределах $\pm 3\sigma$, т.е. только 3 измерения из 1000 могут дать погрешность превышающую $\pm 3\sigma$. Это соотношение называется законом трёх сигм.

Погрешности измерений

- Представленные ф-лы выведены из расчета, что $n \rightarrow \infty$ На практике число измерений конечно. Однако, при увеличении числа измерений \bar{A} и X сближаются и формула принимает вид;

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n U_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2}{n-1}}$$

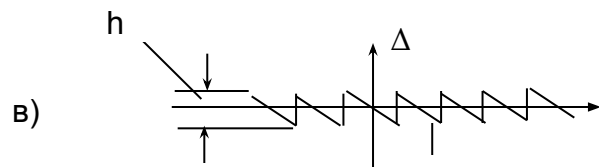
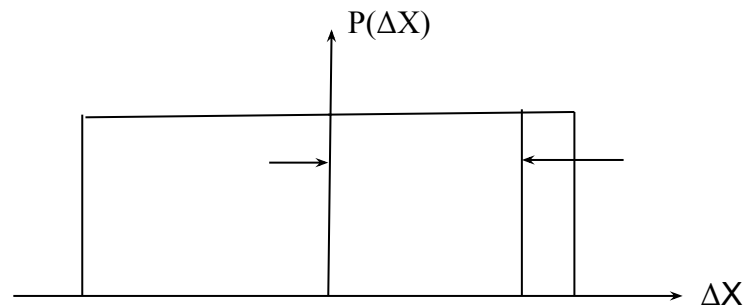
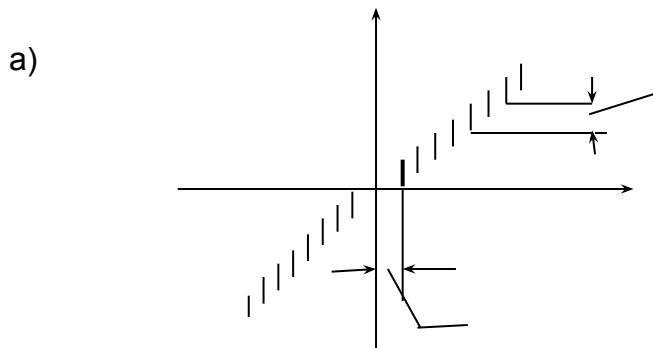
Погрешности измерений

- Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического

$$S_{\bar{A}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n U_i^2}{n(n-1)}}$$

Погрешности измерений

- **Равномерный закон.**



$$P(\Delta) = 1/h, \quad |\Delta| \leq h/2,$$

$$P(\Delta) = 0, \quad |\Delta| > h/2.$$

Погрешности измерений

Дисперсия случайной погрешности при равномерном законе

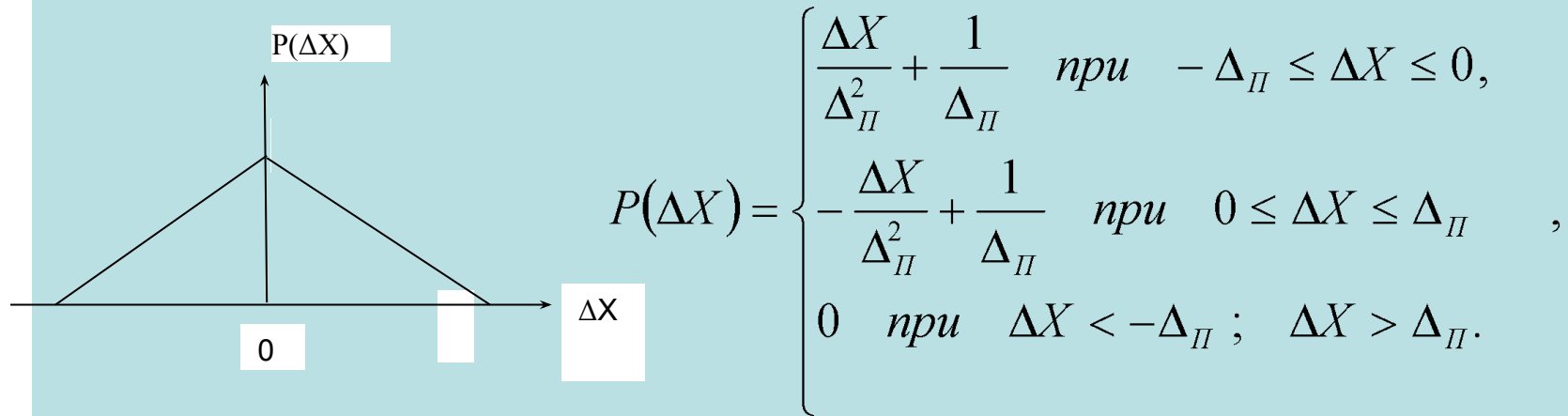
$$D = \int_{-h/2}^{+h/2} \Delta^2 P(\Delta) d\Delta = h^2 / 12.$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{D} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{\Delta_{\text{п}}}{\sqrt{3}}$$

Погрешности измерений

- **Треугольный закон распределения погрешностей.**
Треугольный закон является композицией двух равномерных законов с одинаковой дисперсией.

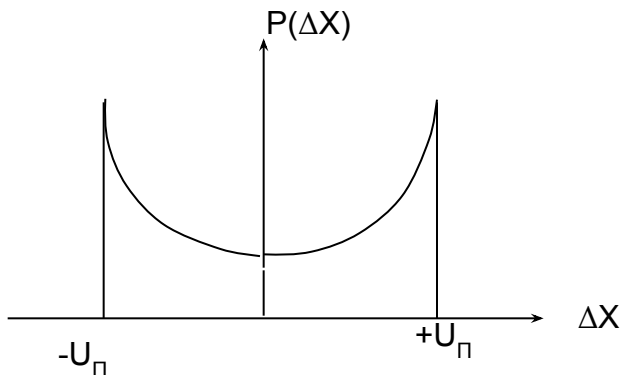


Погрешности измерений

- **Закон арксинуса.**

Имеет место, когда кроме измеряемого напряжения поступает напряжения помехи синусоидальной формы

$$u_n = U_{\Pi} \cos \omega t$$



$$P(\Delta X) = \frac{1}{\pi \sqrt{U_{\Pi}^2 - (\Delta X)^2}},$$

