Показательная функция, её свойства и график

Историческая справка

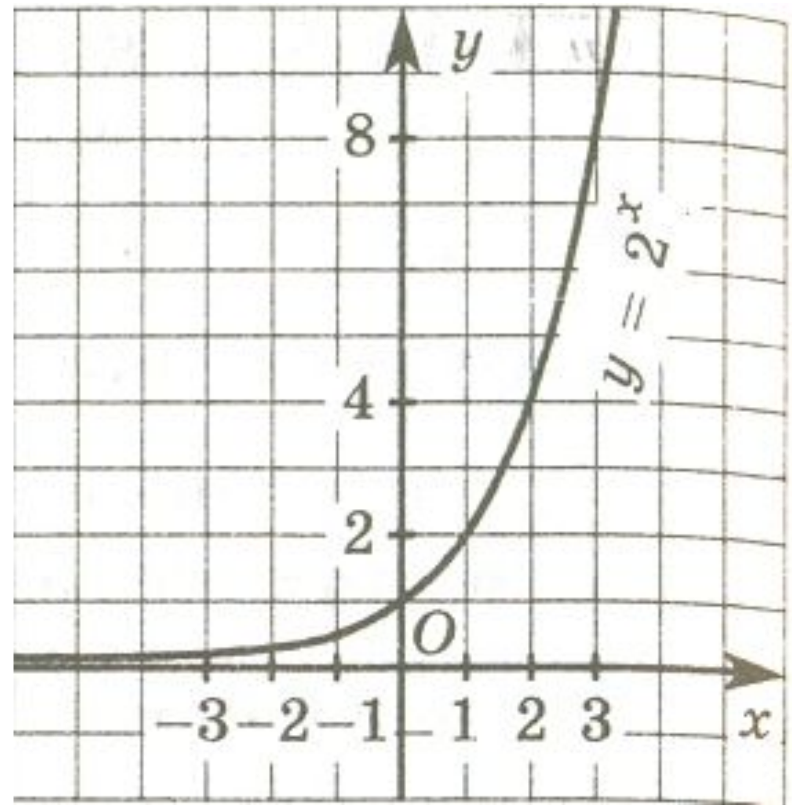
До начала $XVII$ в. в математике избегали применять дробные и отрицательные показатели степени. Только в конце $XVII$ в. в связи с усложнением математических задач появилась настоятельная необходимость распространить область определения показателя степени на все её действительные числа. Обобщение понятия степени a^n, где n – любое действительное число, позволило рассматривать показательную функцию $(y= a^x)$ на множестве действительных чисел.

Определение показательной функции

Функция вида $y = a^x$, где а >0 и а $\neq 1$, называют показательной функцией

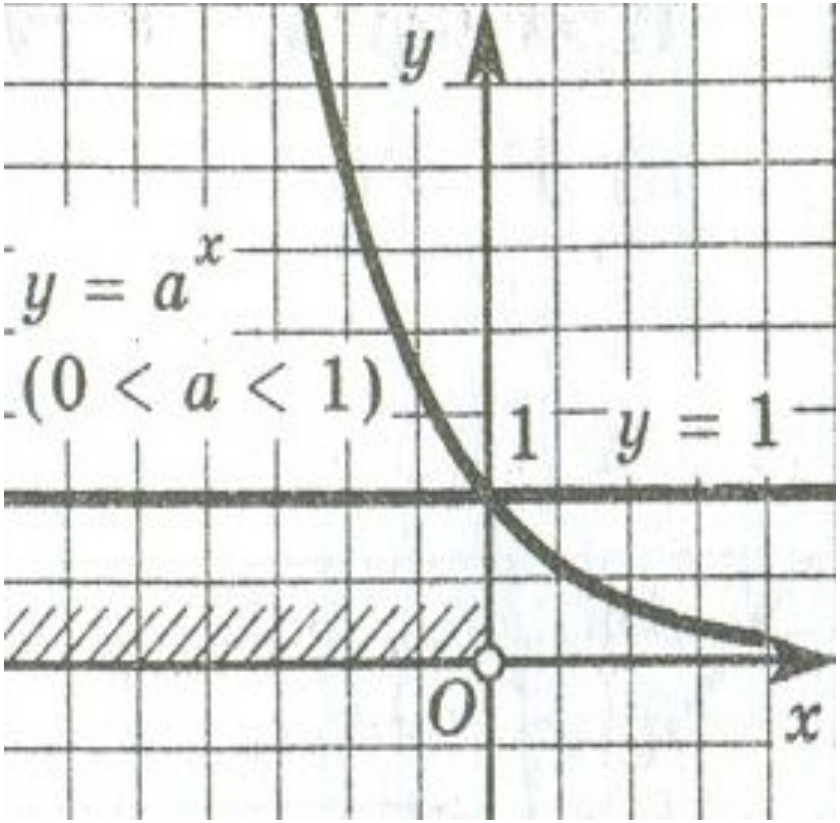
Свойства функции $y = a^x$, где a >1

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
2. Е$(f) = (0; +\infty)$;
3. Не является ни чётной, ни нечётной;
4. Возрастает;
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7. Непрерывна;
8. Выпукла вниз.



Свойства функции $y = a^x$, где $0 < a < 1$

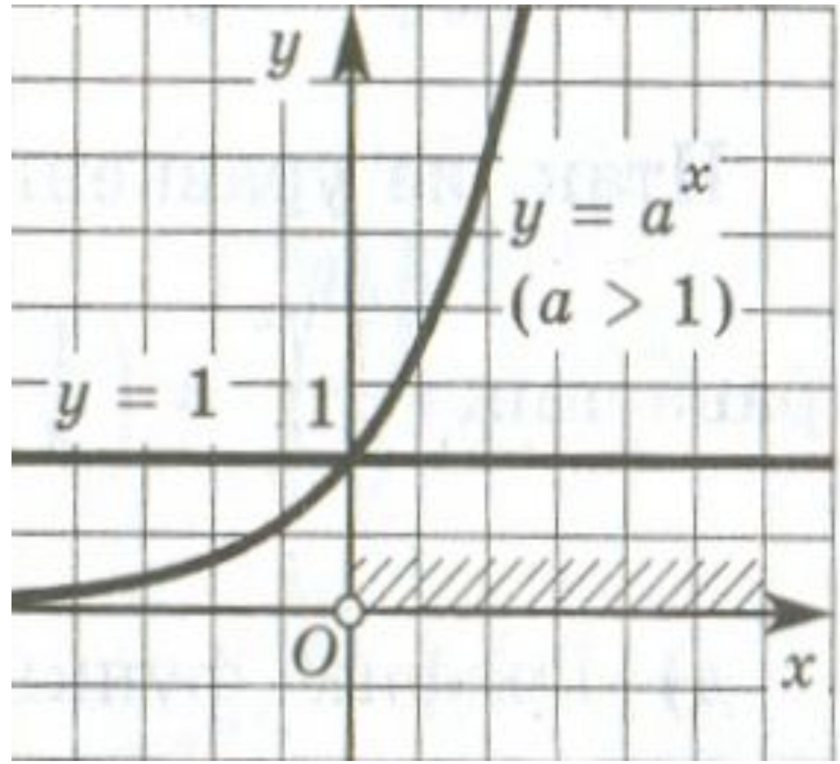
1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
2. $E(f) = (0; +\infty)$;
3. Не является ни чётной ни нечётной;
4. Убывает;
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
6. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7. Непрерывна;
8. Выпукла вниз.



Теоремы

Теорема 1. Если а >1, то равенство $a^t = a^s$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.

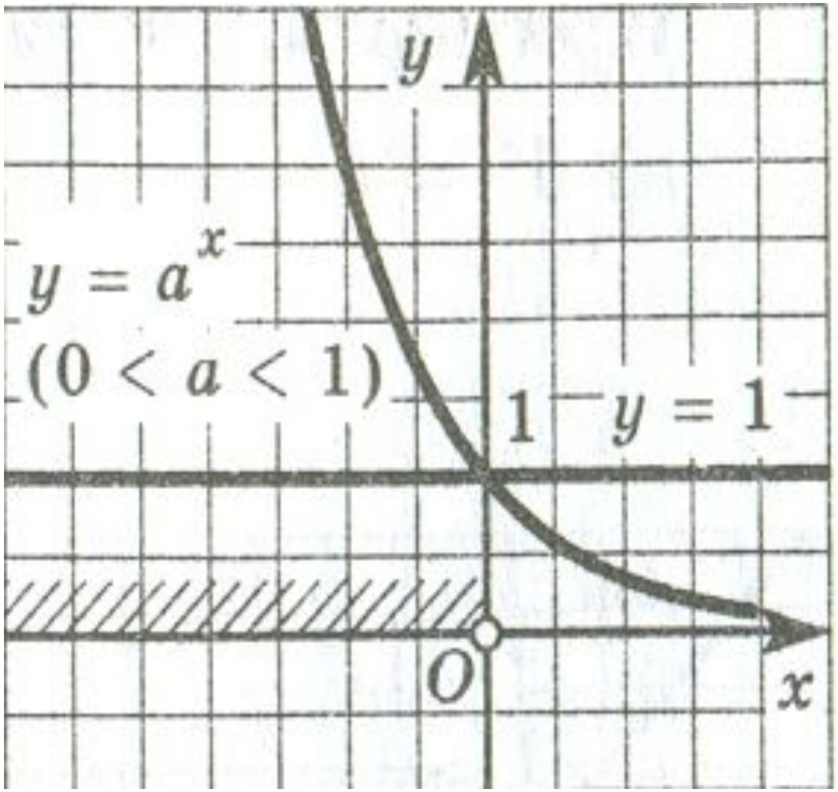
Теорема 2. Если а > 1, то неравенство $a^x > 1$ справедливо тогда и только тогда, когда х >0; неравенство $a^x < 1$ справедливо тогда и только тогда, когда х <0.



Теоремы

Теорема 3. Если $0 < a < 1$, то равенство $a^t = a^s$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.

Теорема 4. Если $0 < a < 1$, то неравенство $a^x > 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x < 0$; неравенство $a^x < 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x > 0$.



Заключение

В природе, технике и экономике встречаются многочисленные процессы, в ходе которых значение величины меняется по закону показательной функции. Эти процессы называются процессами органического роста или затухания. Законам органического роста подчиняется рост вкладов в банке, восстановление гемоглобина в крови донора или раненого, рост дрожжей, ферментов, микроорганизмов. По этому же закону изменяется количество древесины в дереве, что имеет большое значение для рационального ведения лесного хозяйства. Закон органического роста или затухания выражается формулой ($N(t) = N_0 e^{rt}$). То есть если бы все маковые зёрна давали всходы, то через *5* лет число потомков одного растения равнялось бы $243 \cdot 10^{15}$ или приблизительно *2000* растений на *1* м²