

# Показательная функция, её свойства и график

# Историческая справка

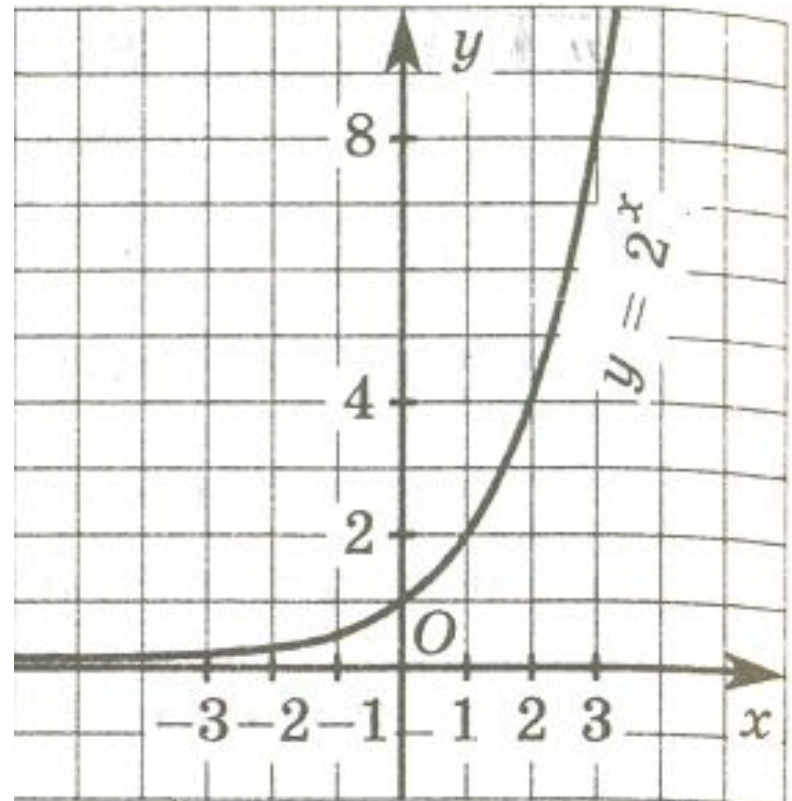
До начала *XVII* в. в математике избегали применять дробные и отрицательные показатели степени. Только в конце *XVII* в. в связи с усложнением математических задач появилась настоятельная необходимость распространить область определения показателя степени на все её действительные числа. Обобщение понятия степени  $a^n$ , где  $n$  – любое действительное число, позволило рассматривать показательную функцию  $(y = a^x)$  на множестве действительных чисел.

# Определение показательной функции

Функция вида  $y = a^x$ , где  $a > 0$   
и  $a \neq 1$ , называют  
показательной функцией

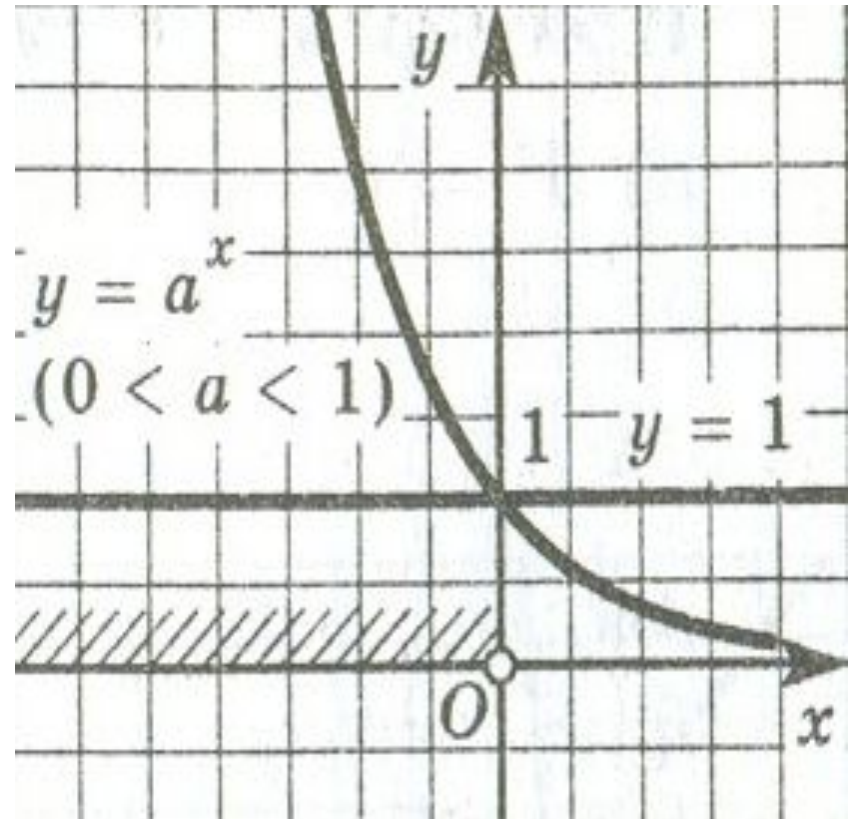
# Свойства функции $y = a^x$ , где $a > 1$

1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (0; +\infty)$ ;
3. Не является ни чётной, ни нечётной;
4. Возрастает;
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7. Непрерывна;
8. Выпукла вниз.



# Свойства функции $y = a^x$ , где $0 < a < 1$

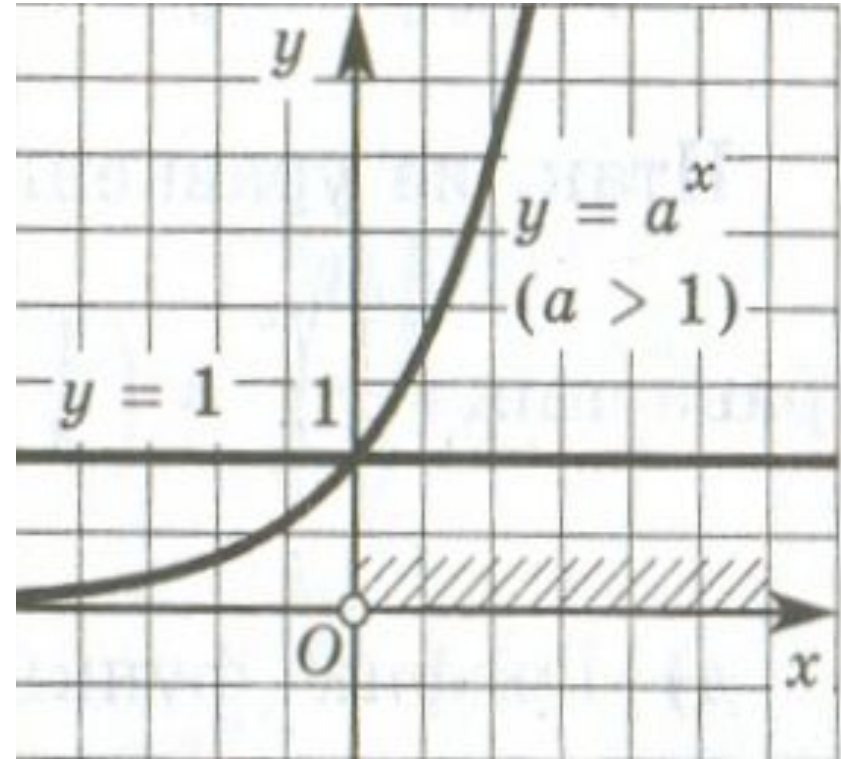
1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (0; +\infty)$ ;
3. Не является ни чётной ни нечётной;
4. Убывает;
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
6. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7. Непрерывна;
8. Выпукла вниз.



# Теоремы

Теорема 1. Если  $a > 1$ , то равенство  $a^t = a^s$  справедливо тогда и только тогда, когда  $t = s$ .

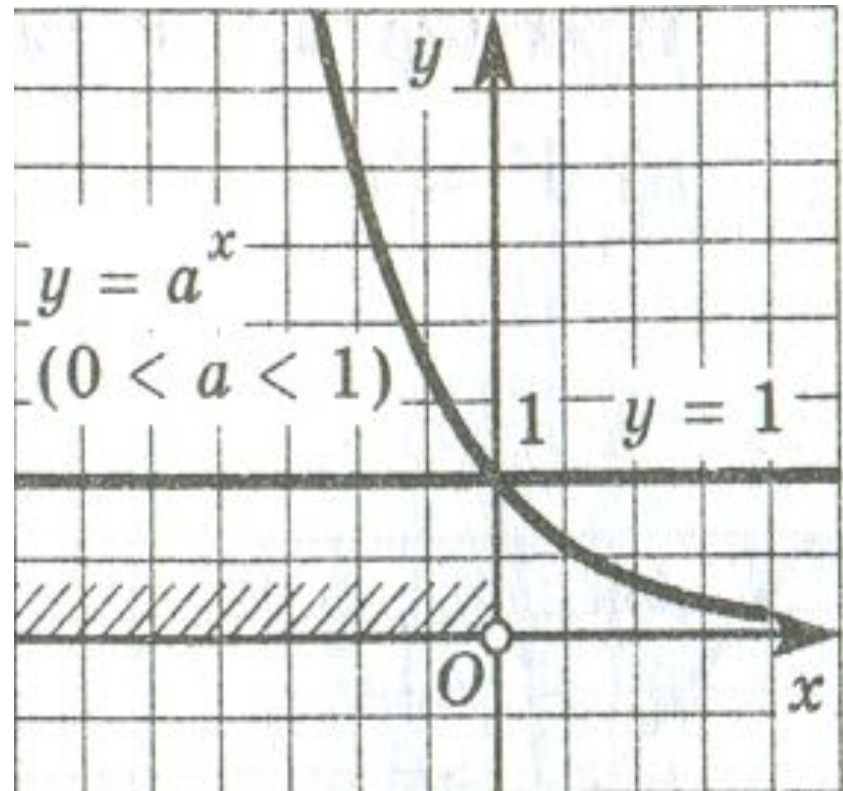
Теорема 2. Если  $a > 1$ , то неравенство  $a^x > 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x > 0$ ; неравенство  $a^x < 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x < 0$ .



# Теоремы

Теорема 3. Если  $0 < a < 1$ , то равенство  $a^t = a^s$  справедливо тогда и только тогда, когда  $t = s$ .

Теорема 4. Если  $0 < a < 1$ , то неравенство  $a^x > 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x < 0$ ; неравенство  $a^x < 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x > 0$ .



# Заключение

В природе, технике и экономике встречаются многочисленные процессы, в ходе которых значение величины меняется по закону показательной функции. Эти процессы называются процессами органического роста или затухания. Законом органического роста подчиняется рост вкладов в банке, восстановление гемоглобина в крови донора или раненого, рост дрожжей, ферментов, микроорганизмов. По этому же закону изменяется количество древесины в дереве, что имеет большое значение для рационального ведения лесного хозяйства. Закон органического роста или затухания выражается формулой ( ). То есть если бы все маковые зёрна давали всходы, то через 5 лет число потомков одного растения равнялось бы  $243 \cdot$  или приблизительно 2000 растений на  $1 \text{ м}^2$