

МОУ « Средняя школа № 30»

# Презентация по алгебре на тему: «Понятие функции»

Выполнила:

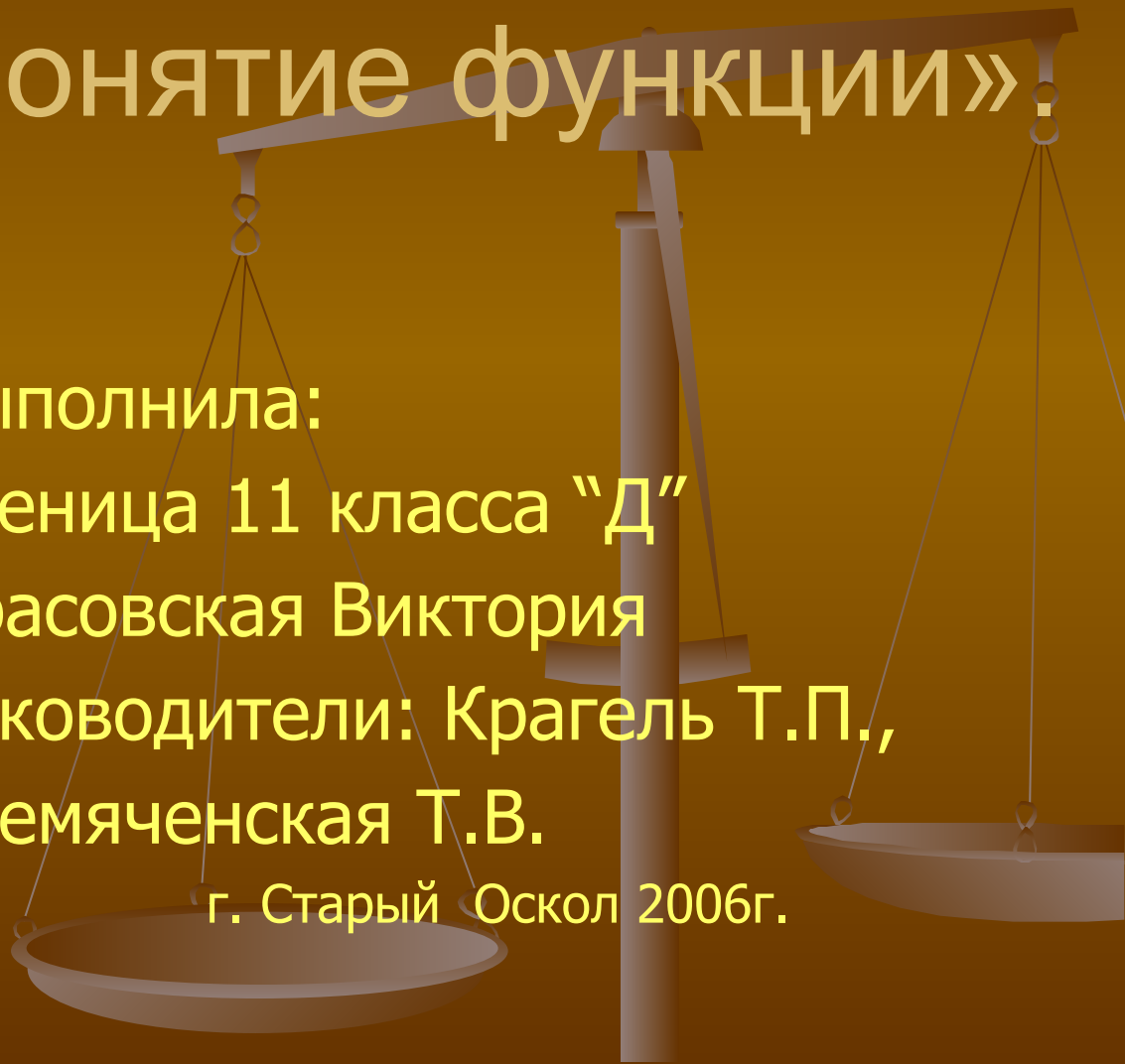
ученица 11 класса "Д"

Красовская Виктория

Руководители: Крагель Т.П.,

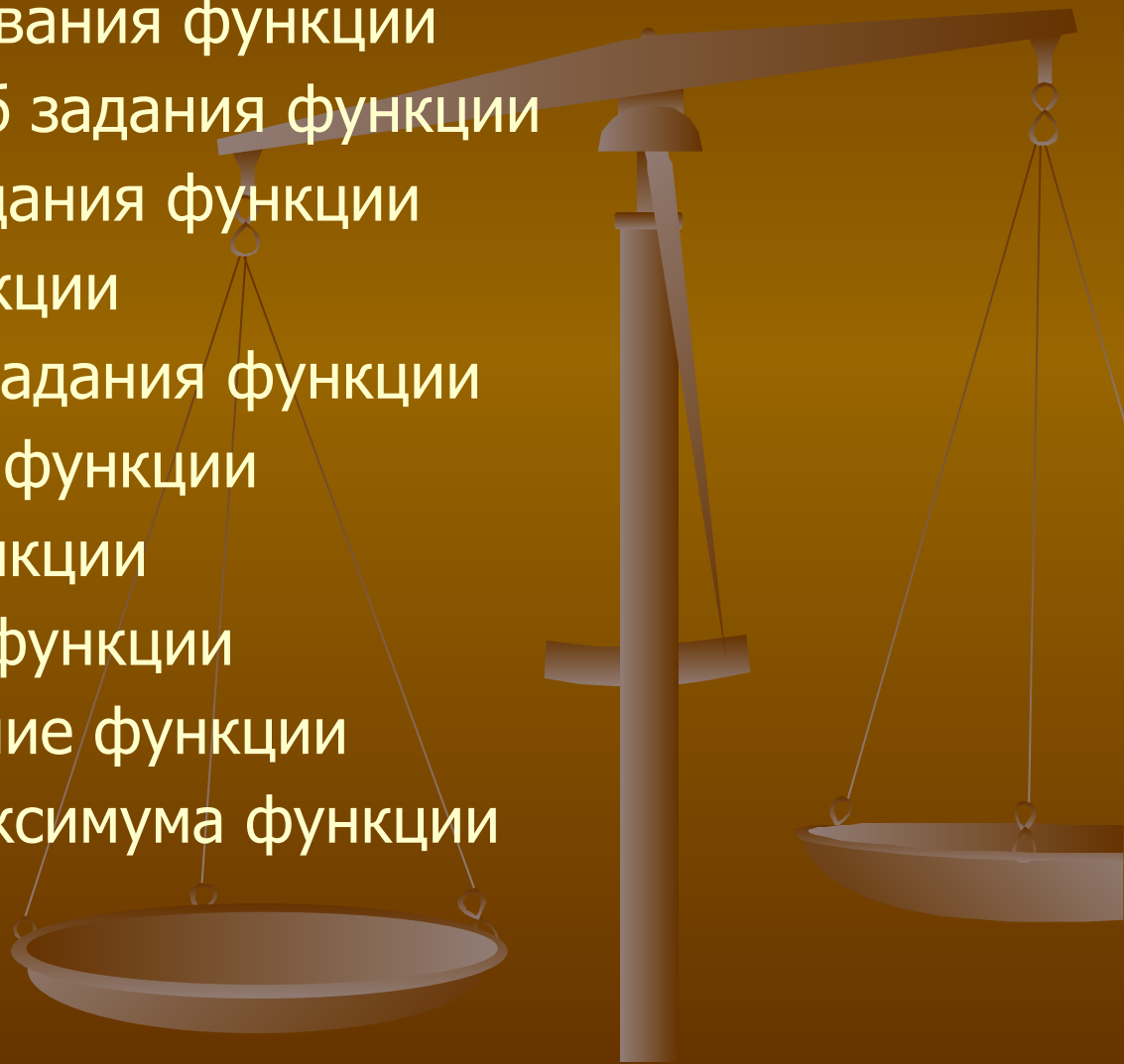
Гремяченская Т.В.

г. Старый Оскол 2006г.



# Содержание:

- что такое функция
- история создания названия функции
- аналитический способ задания функции
- табличный способ задания функции
- способ описания функции
- графический способ задания функции
- область определения функции
- область значения функции
- четность нечетность функции
- возрастание и убывание функции
- точки минимума и максимума функции



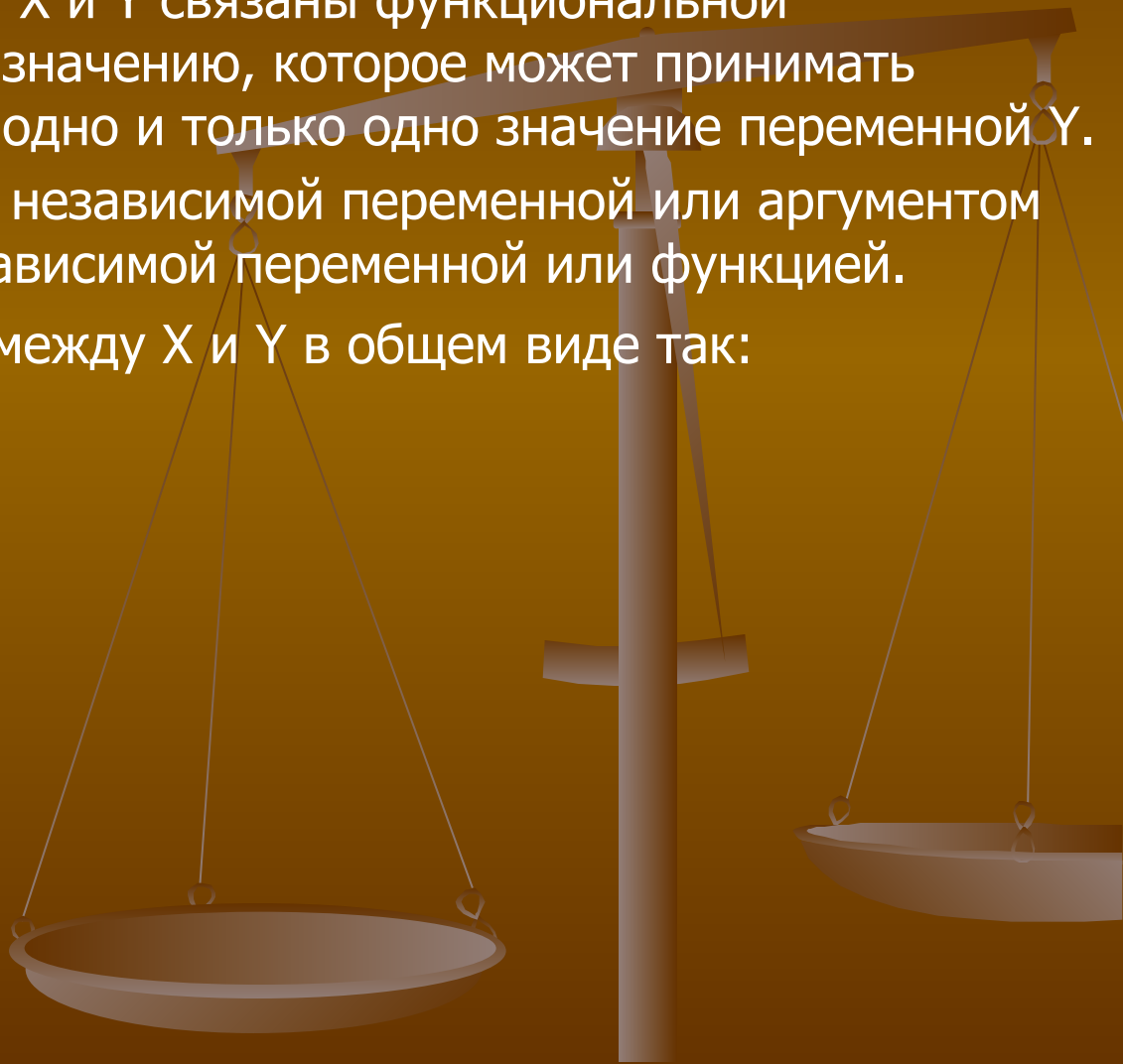
# Что такое функция

Две переменные величины  $X$  и  $Y$  связаны функциональной зависимостью, если каждому значению, которое может принимать переменная  $X$ , соответствует одно и только одно значение переменной  $Y$ .

Переменная  $X$  называется независимой переменной или аргументом функции, а переменная  $Y$  – зависимой переменной или функцией.

Записывают соотношение между  $X$  и  $Y$  в общем виде так:

$$y=f(x) \text{ или } y=y(x)$$



# История создания названия функции



Г.В.Лейбниц

Термин функция впервые появился в 1692 году у Лейбница и употреблялся в узком смысле (различные отрезки, связанные с кривой – например, абсциссы её точки). Современное понятие функции, как выражения зависимости одних переменных величин от других сформировалось в первой половине 19 века благодаря исследованиям таких крупных математиков, как Лобачевский, Дирихле, Фурье. Одним из важнейших достижений в области математического анализа в 19 веке стало рождение теории аналитических функций (Огюсте Коши) и функции комплексного переменного.

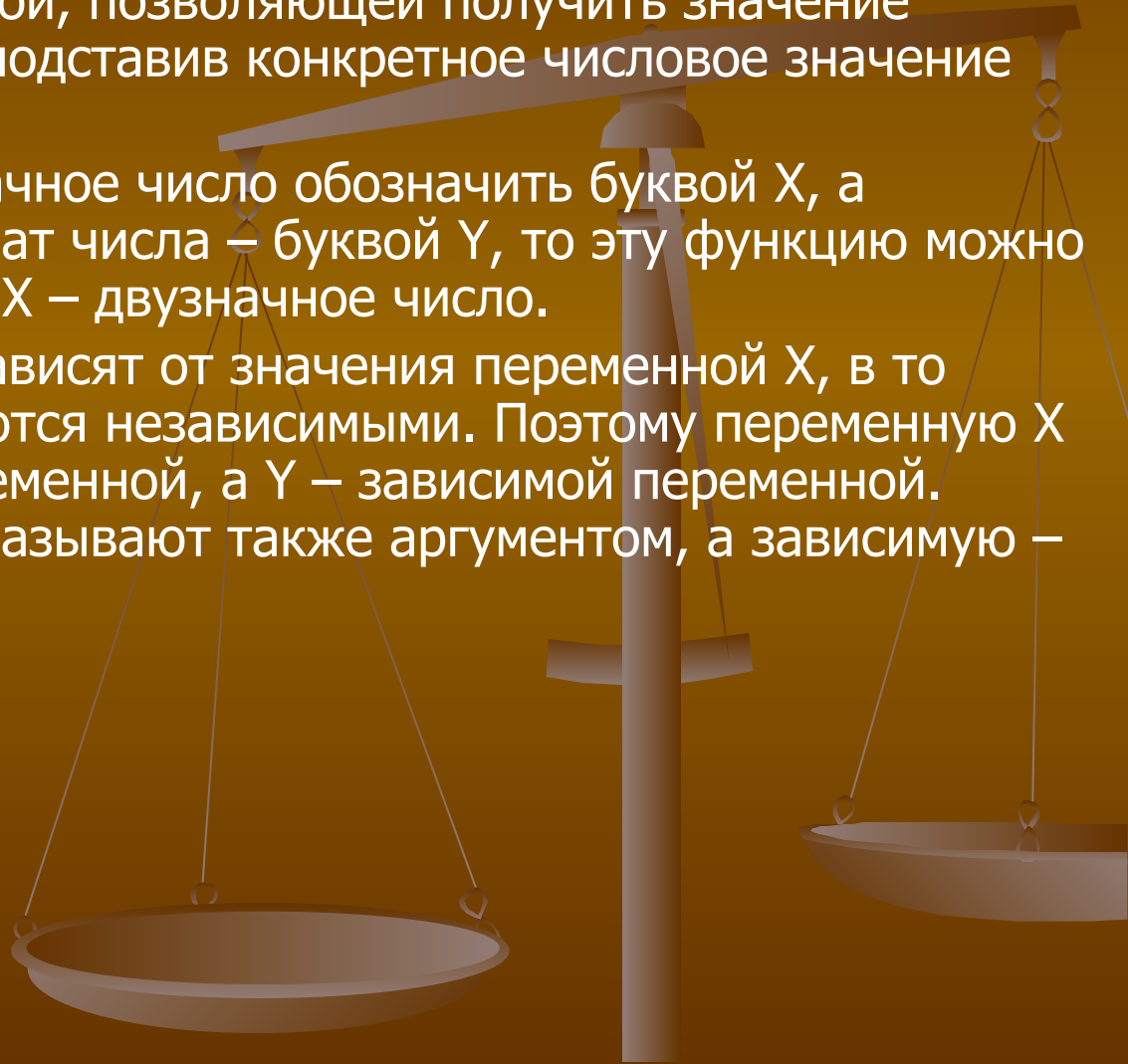
# Аналитический способ задания функций

Функция задается формулой, позволяющей получить значение зависимой переменной ( $Y$ ), подставив конкретное числовое значение аргумента ( $X$ ).

Если произвольное двузначное число обозначить буквой  $X$ , а соответствующий ему квадрат числа – буквой  $Y$ , то эту функцию можно задать формулой  $Y=X^2$ , где  $X$  – двузначное число.

Значения переменной  $Y$  зависят от значения переменной  $X$ , в то время как значения  $X$  являются независимыми. Поэтому переменную  $X$  называют независимой переменной, а  $Y$  – зависимой переменной. Независимую переменную называют также аргументом, а зависимую – функцией.

ПРИМЕР 1:  $Y=X^2$



# Табличный способ задания функции

При этом способе задания функции заполняется таблица, в верхней строке которой значения независимой переменной ( $X$ ), в нижней – соответствующие значения зависимой переменной ( $Y$ ).

Таблицы значений чаще составляют для построения графиков функций, заданных формулами. При этом для нескольких, произвольно выбранных, значений независимой переменной вычисляют соответствующие значения зависимой переменной.

ПРИМЕР 1:  $Y=X^2$

$X$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$Y$	9	4	1	0	1	4	9

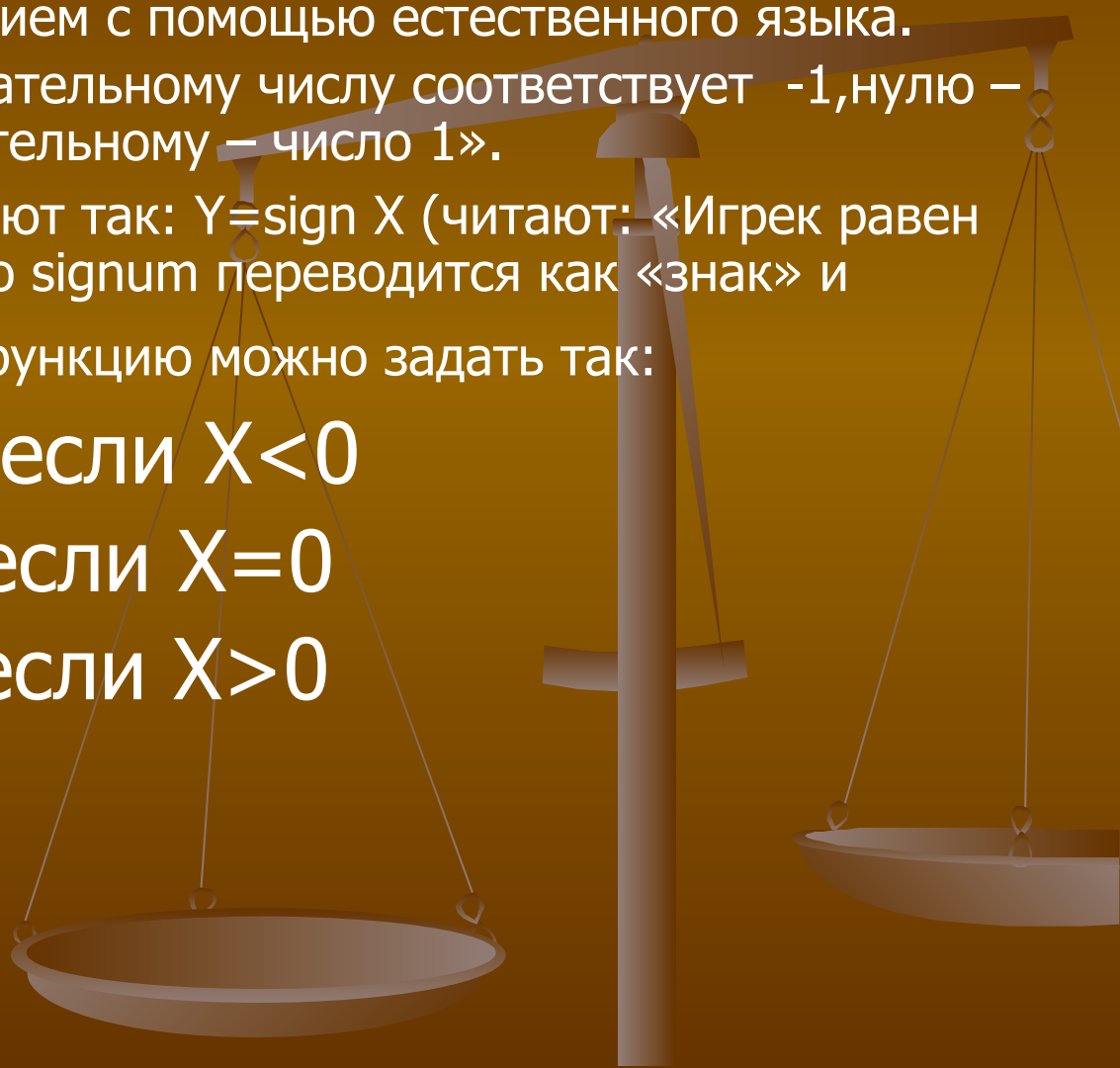
# Способ задания функции описанием

Функцию можно задать описанием с помощью естественного языка.

Например: «Каждому отрицательному числу соответствует  $-1$ , нулю – число  $0$ , а каждому положительному – число  $1$ ».

Обычно эту функцию обозначают так:  $Y = \text{sign } X$  (читают: «Игрек равен сигнум  $X$ »). Латинское слово *signum* переводится как «знак» и указывает знак числа. Эту функцию можно задать так:

$$Y = \begin{cases} -1, & \text{если } X < 0 \\ 0, & \text{если } X = 0 \\ 1, & \text{если } X > 0 \end{cases}$$

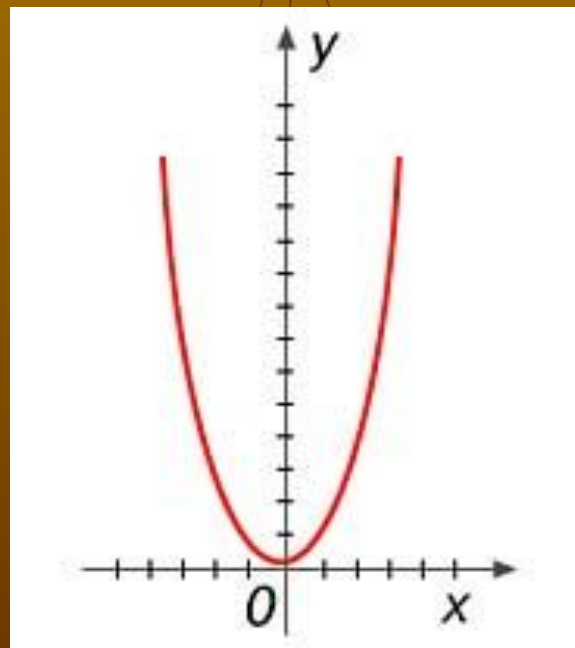


# Графический способ задания функции

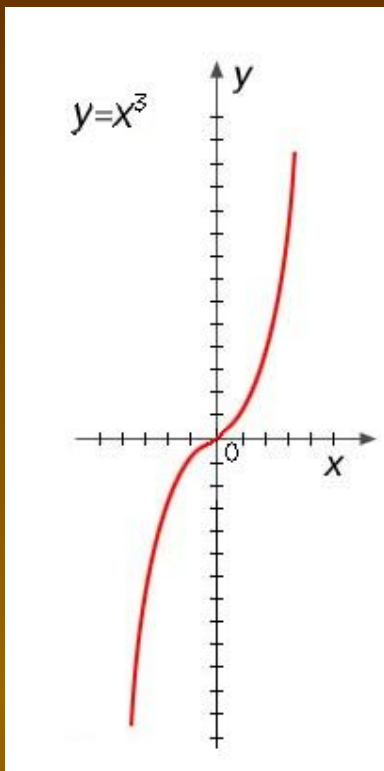
График функции – это множество тех и только тех точек  $(X;Y)$  координаты которых обращают уравнение  $Y=f(x)$  в верное равенство.

График функции позволяет не только с его помощью находить значения функции, но и видеть многие её свойства: в каких точках функция обращается в нуль, на каких промежутках она принимает отрицательные или положительные значения, где она возрастает или убывает и др.

ПРИМЕР 1:  $Y=X^2$





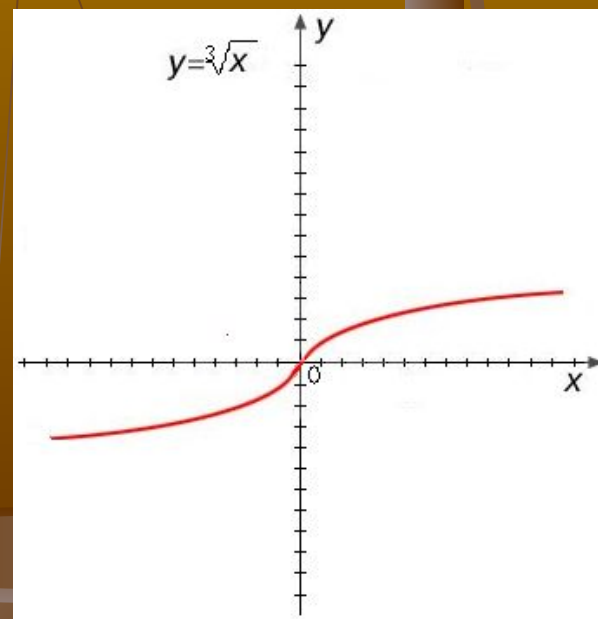


Примеры:  
Функция:  $Y = X^3$

X	2	1	0	-1	-2
Y	8	1	0	-1	-8

Функция:  $Y = \sqrt[3]{x}$

X	8	1	0	-1	-8
Y	2	1	0	-1	-2



# Область определения функции

Область определения функции  $f(x)$  называется множеством всех действительных значений независимой переменной  $x$ , при которых функция определена (имеет смысл).

Обозначение:  $D(f)$  (англ. Define – определять).

**Пример:** Найдите область определения функции  
$$Y = \log_{0,5}(3-2x)$$

**Решение:** По определению логарифма получаем  $3-2x > 0$ , следовательно,  $3 > 2x$ , т.е.  $x < 1,5$ . Значит  $(-\infty; 1,5)$

# ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Областью значений функции  $Y=f(x)$  называется множество всех действительных значений, которые принимает зависимая переменная  $Y$ .

Обозначение  $E(f)$  (англ. exist-существовать).

**Пример:** Найдите область значений функции  
 $f(x)=-5\cos x$

**Решение:** Областью значений функции  $y=\cos x$  является промежуток  $[-1;1]$ , т.е.  $-1\leq\cos x\leq 1$ . Умножая все члены неравенства на  $-5$  и меняя знак неравенства на противоположный, получаем:  $-5\leq-5\cos x\leq 5$

# Примеры области определения и значения функции:

**Пример 1:** Найдите область определения функции  $Y=2x/x-3$ .

**Решение:** На нуль делить нельзя, то  $X-3 \neq 0$ , а  $X \neq 3$  (т.к. при  $X=3$  выражение не имеет смысла). Значит  $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$ .

**Пример 2:** Найдите область значений функции  $Y=7\sin X$ .

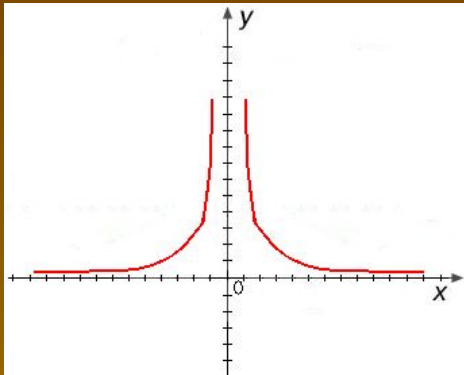
**Решение:** Областью значений  $Y=7\sin X$  является промежуток  $[-1; 1]$ , т.е.  $-1 \leq \sin X \leq 1$ . Умножая все члены неравенства на 7 получаем  $-7 \leq 7\sin X \leq 7$ .

# Чётность, нечётность возрастание и убывание функции

Функцию  $f$  называют чётной (соответственно нечётной), если её график симметричен относительно оси ординат (соответственно начала координат).

Функцию  $f$  называют возрастающей (соответственно убывающей) на множестве  $X$ , если на этом множестве при увеличении аргумента увеличиваются (соответственно уменьшаются) значения функции.

# Примеры четности, нечетности, возрастания и убывания функции:



Функция возрастает на промежутке  $(-\infty; 0)$  и убывает на промежутке  $(0; +\infty)$ .

**Пример:** Определите какая из функций является четной

$$f(x) = 3\cos^3 x + 5\sin^2 x \quad \text{или} \quad f(x) = 9x^3 - \sin x + x$$

**Решение:**  $f(-x) = 9(-x)^3 - \sin(-x) + (-x) = -9x^3 + \sin x - x = -(9x^3 - \sin x + x)$ ,

т.е.  $f(x) = -f(x)$ . Значит функция  $f(x) = 9x^3 - \sin x + x$  является нечетной

$$f(-x) = 3\cos^3(-x) + 5\sin^2(-x) = 3\cos^3 x + 5\sin^2 x$$

т.е.  $f(x) = f(x)$ . Значит функция  $f(x) = 3\cos^3 x + 5\sin^2 x$  является четной

# Точки минимума и максимума функции.

Пусть функция  $y=f(x)$  определена во всех точках интервала  $(a;b)$  и  $X_0 \in (a;b)$ .

Если для всех точек  $x$   $(a;b)$  таких, что  $x \neq x_0$ , выполняется неравенство  $f(x) < f(x_0)$ , то  $x_0$  называется точкой максимума функции  $y=f(x)$ , значение  $Y_0=f(x_0)$  называется максимумом функции  $y=f(x)$ .

Обозначение:  $Y_{\max}$

Если же выполняется неравенство  $f(x) > f(x_0)$  то  $x_0$  называется точкой минимума функции  $y=f(x)$ , значение  $Y_0=f(x_0)$  называется минимумом функции  $y=f(x)$

Обозначение:  $Y_{\min}$

