

МОУ « Средняя школа № 30»

Презентация по алгебре на тему: «Понятие функции»

Выполнила:

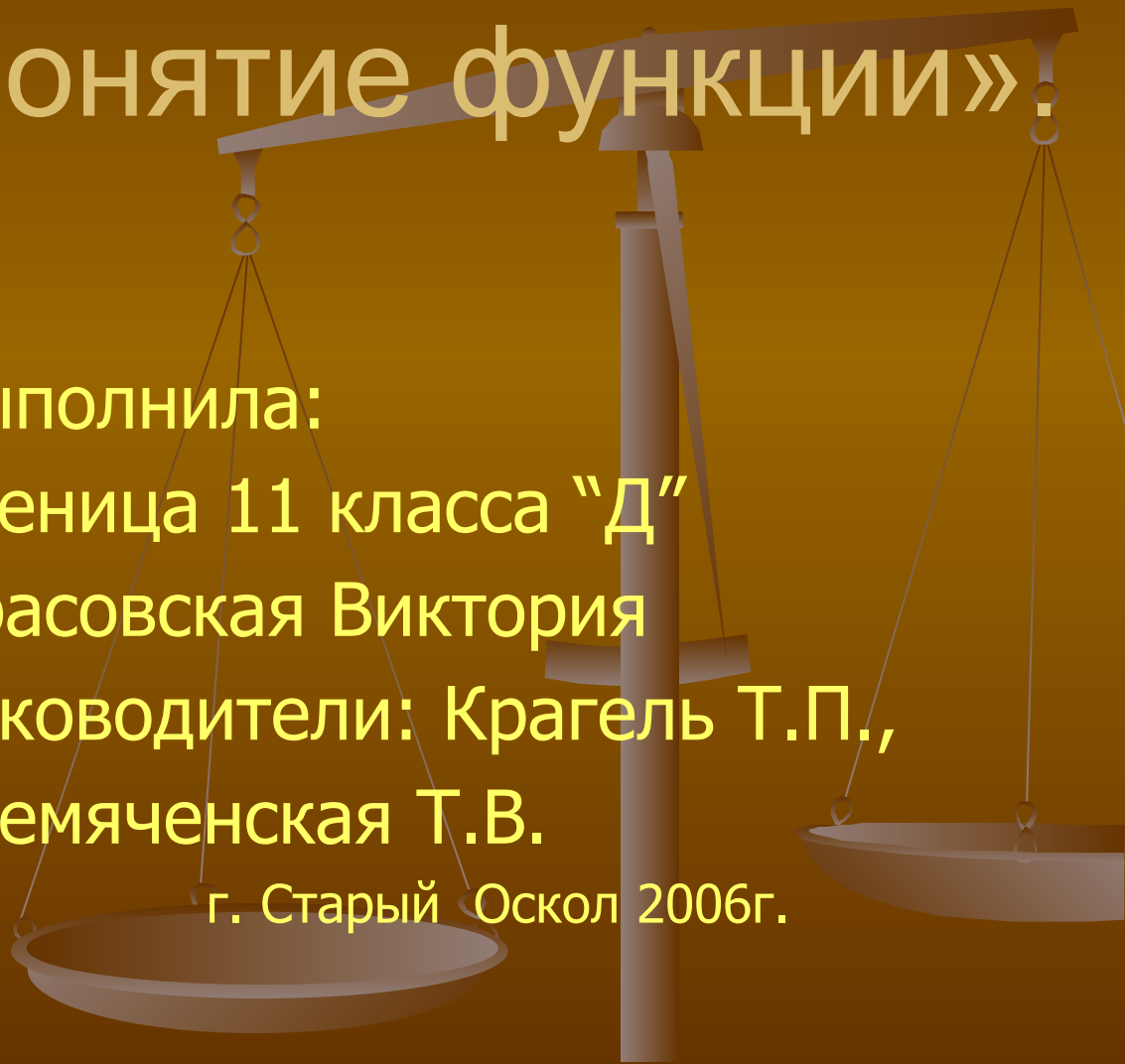
ученица 11 класса "Д"

Красовская Виктория

Руководители: Крагель Т.П.,

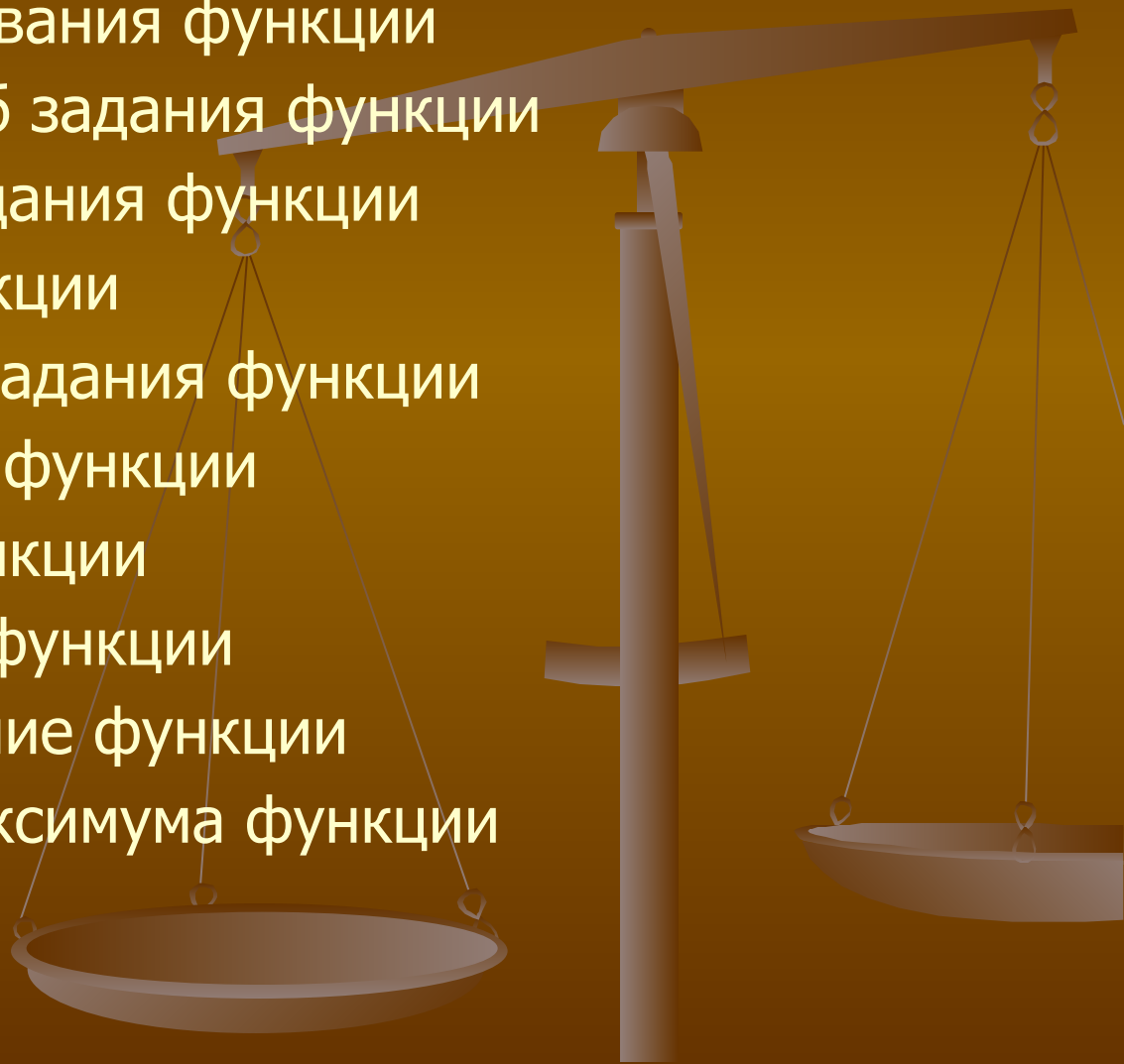
Гремяченская Т.В.

г. Старый Оскол 2006г.



Содержание:

- что такое функция
- история создания названия функции
- аналитический способ задания функции
- табличный способ задания функции
- способ описания функции
- графический способ задания функции
- область определения функции
- область значения функции
- четность нечетность функции
- возрастание и убывание функции
- точки минимума и максимума функции



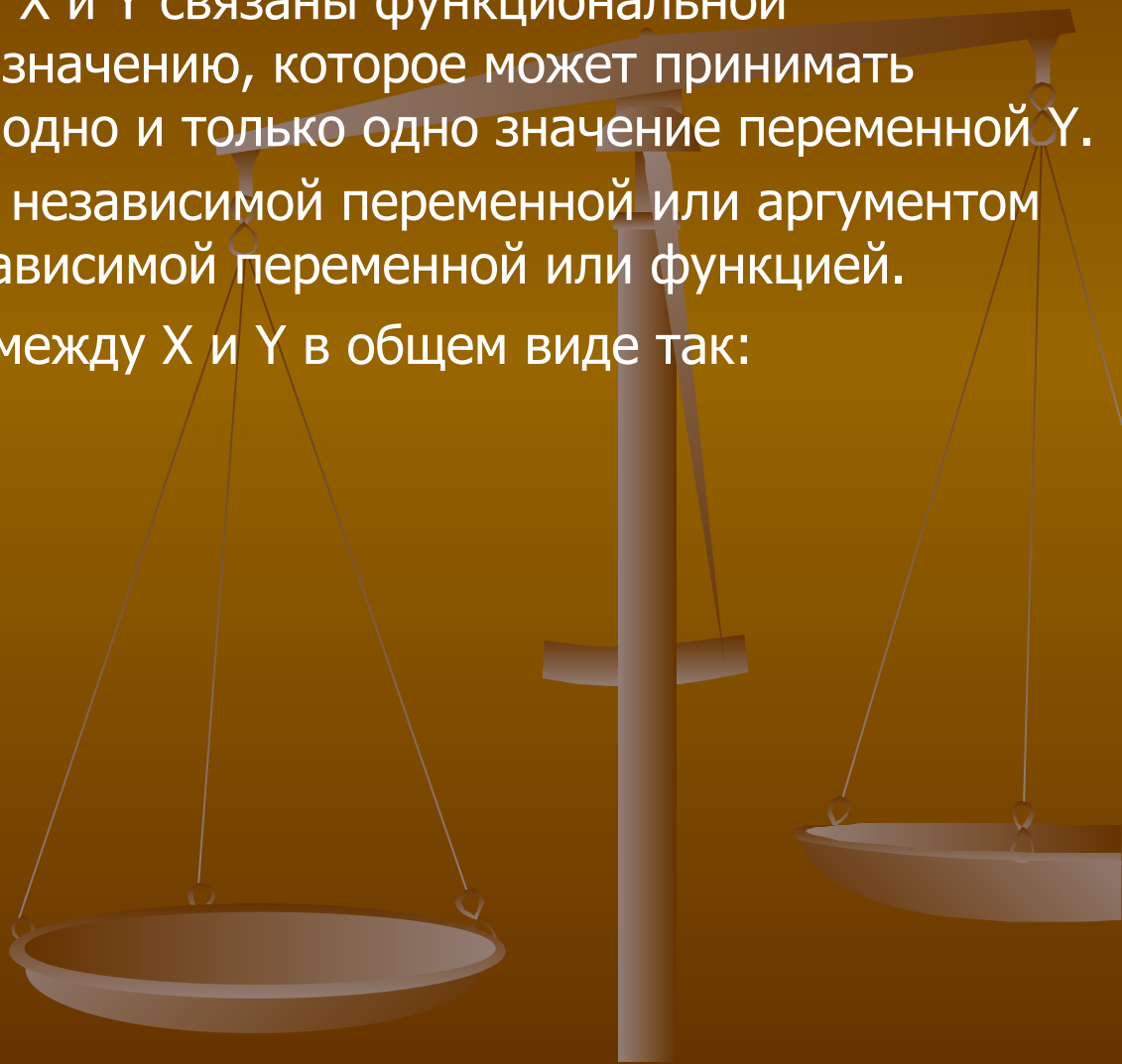
Что такое функция

Две переменные величины X и Y связаны функциональной зависимостью, если каждому значению, которое может принимать переменная X , соответствует одно и только одно значение переменной Y .

Переменная X называется независимой переменной или аргументом функции, а переменная Y – зависимой переменной или функцией.

Записывают соотношение между X и Y в общем виде так:

$$y=f(x) \text{ или } y=y(x)$$



История создания названия функции



Г.В.Лейбниц

Термин функция впервые появился в 1692 году у Лейбница и употреблялся в узком смысле (различные отрезки, связанные с кривой – например, абсциссы её точки). Современное понятие функции, как выражения зависимости одних переменных величин от других сформировалось в первой половине 19 века благодаря исследованиям таких крупных математиков, как Лобачевский, Дирихле, Фурье. Одним из важнейших достижений в области математического анализа в 19 веке стало рождение теории аналитических функций (Огюсте Коши) и функции комплексного переменного.

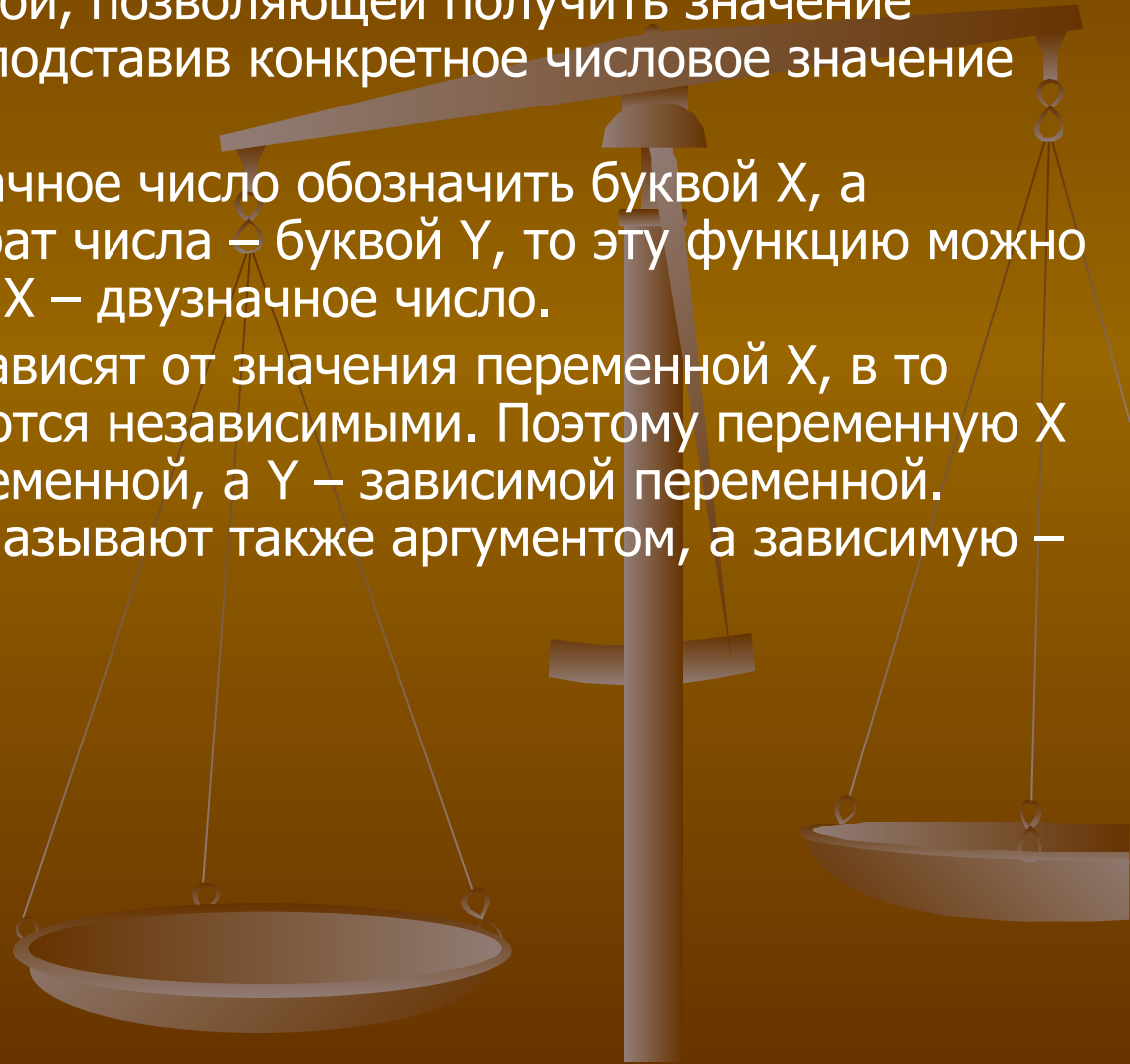
Аналитический способ задания функций

Функция задается формулой, позволяющей получить значение зависимой переменной (Y), подставив конкретное числовое значение аргумента (X).

Если произвольное двузначное число обозначить буквой X , а соответствующий ему квадрат числа – буквой Y , то эту функцию можно задать формулой $Y=X^2$, где X – двузначное число.

Значения переменной Y зависят от значения переменной X , в то время как значения X являются независимыми. Поэтому переменную X называют независимой переменной, а Y – зависимой переменной. Независимую переменную называют также аргументом, а зависимую – функцией.

ПРИМЕР 1: $Y=X^2$



Табличный способ задания функции

При этом способе задания функции заполняется таблица, в верхней строке которой значения независимой переменной (X), в нижней – соответствующие значения зависимой переменной (Y).

Таблицы значений чаще составляют для построения графиков функций, заданных формулами. При этом для нескольких, произвольно выбранных, значений независимой переменной вычисляют соответствующие значения зависимой переменной.

ПРИМЕР 1: $Y=X^2$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	9	4	1	0	1	4	9

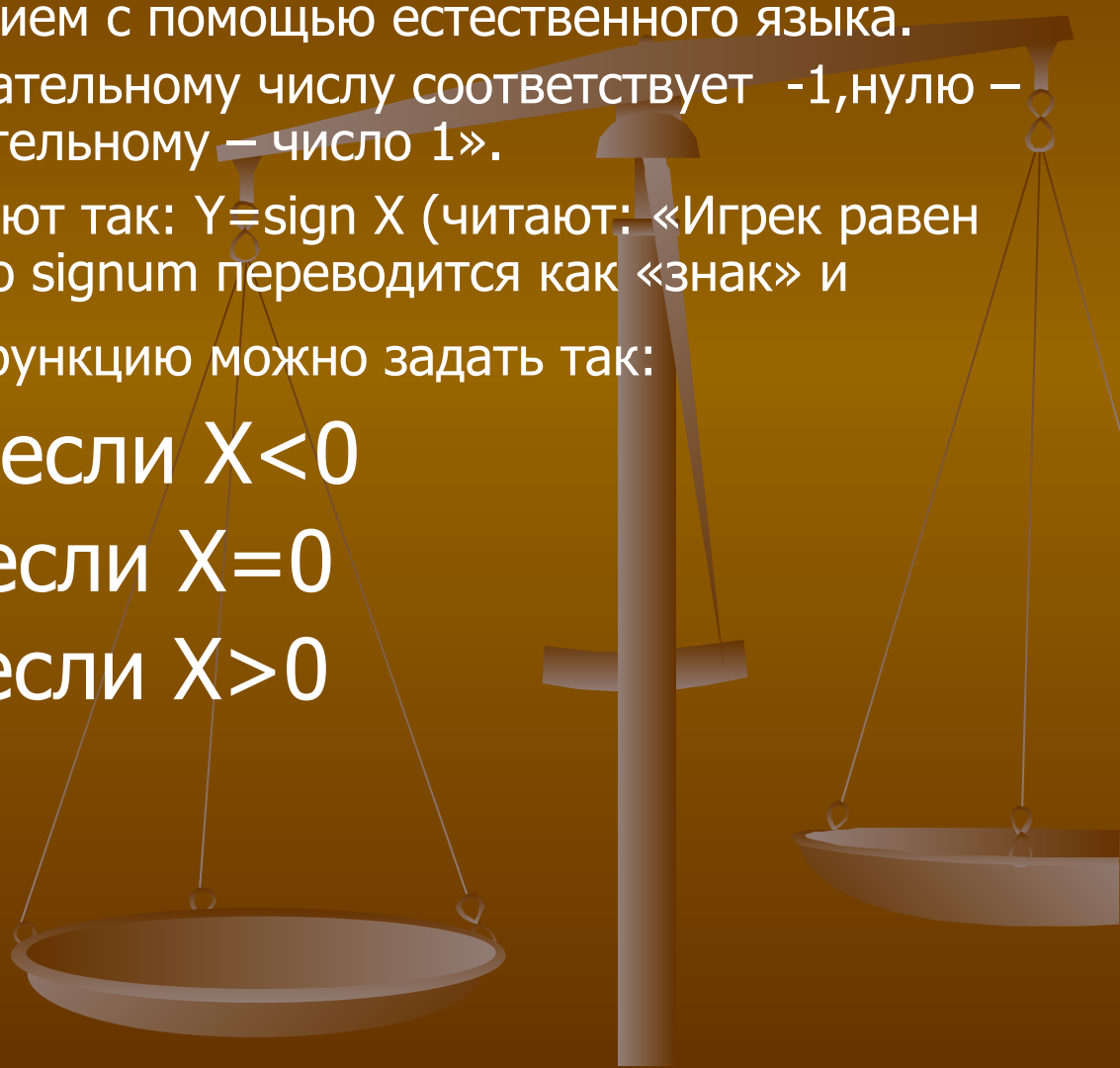
Способ задания функции описанием

Функцию можно задать описанием с помощью естественного языка.

Например: «Каждому отрицательному числу соответствует -1 , нулю – число 0 , а каждому положительному – число 1 ».

Обычно эту функцию обозначают так: $Y = \text{sign } X$ (читают: «Игрек равен сигнум X »). Латинское слово *signum* переводится как «знак» и указывает знак числа. Эту функцию можно задать так:

$$Y = \begin{cases} -1, & \text{если } X < 0 \\ 0, & \text{если } X = 0 \\ 1, & \text{если } X > 0 \end{cases}$$

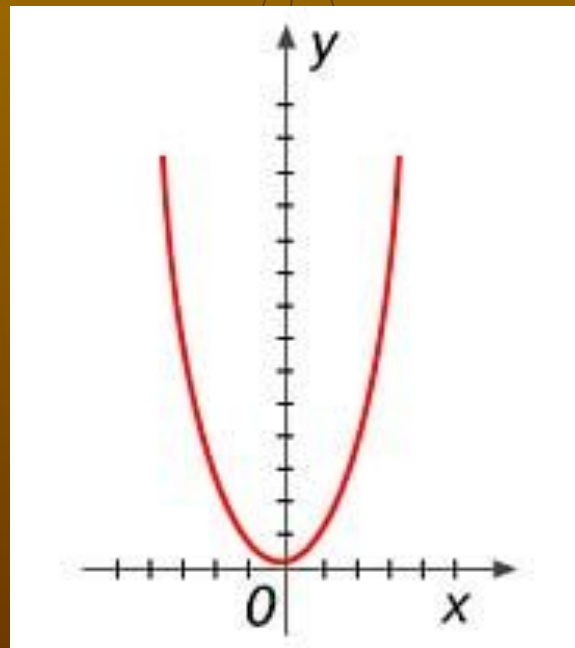


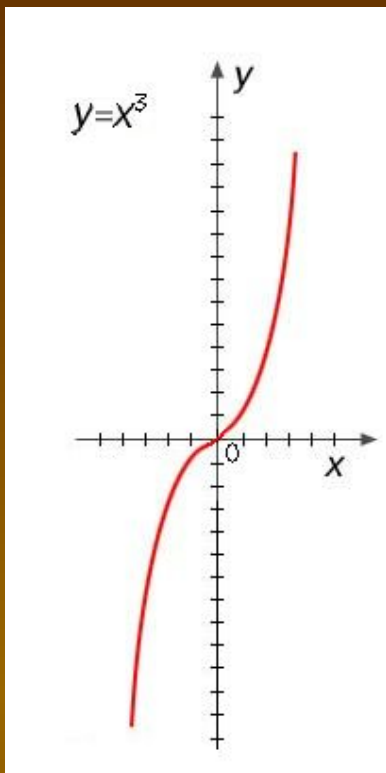
Графический способ задания функции

График функции – это множество тех и только тех точек $(X;Y)$ координаты которых обращают уравнение $Y=f(x)$ в верное равенство.

График функции позволяет не только с его помощью находить значения функции, но и видеть многие её свойства: в каких точках функция обращается в нуль, на каких промежутках она принимает отрицательные или положительные значения, где она возрастает или убывает и др.

ПРИМЕР 1: $Y=X^2$





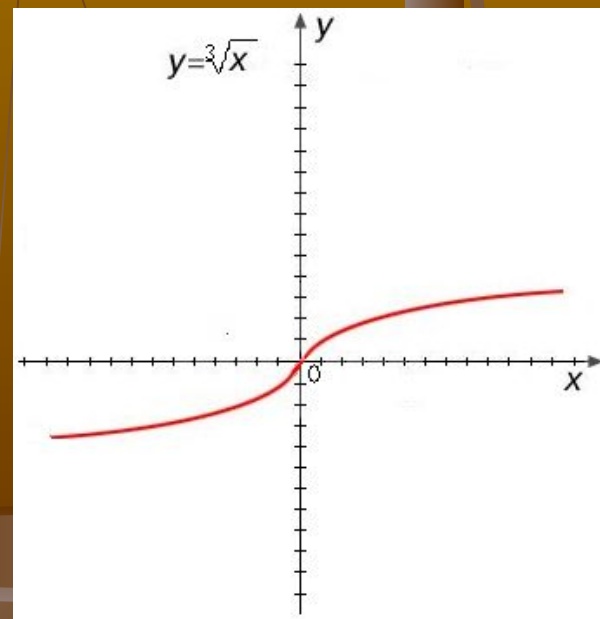
Примеры:

Функция: $Y = X^3$

X	2	1	0	-1	-2
Y	8	1	0	-1	-8

Функция: $Y = \sqrt[3]{x}$

X	8	1	0	-1	-8
Y	2	1	0	-1	-2



Область определения функции

Область определения функции $f(x)$ называется множеством всех действительных значений независимой переменной x , при которых функция определена (имеет смысл).

Обозначение: $D(f)$ (англ. Define – определять).

Пример: Найдите область определения функции
$$Y = \log_{0,5}(3-2x)$$

Решение: По определению логарифма получаем $3-2x > 0$, следовательно, $3 > 2x$, т.е. $x < 1,5$. Значит $(-\infty; 1,5)$

ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Областью значений функции $Y=f(x)$ называется множество всех действительных значений, которые принимает зависимая переменная Y .

Обозначение $E(f)$ (англ. exist-существовать).

Пример: Найдите область значений функции
 $f(x) = -5\cos x$

Решение: Областью значений функции $y = \cos x$ является промежуток $[-1; 1]$, т.е. $-1 \leq \cos x \leq 1$. Умножая все члены неравенства на -5 и меняя знак неравенства на противоположный, получаем: $-5 \leq -5\cos x \leq 5$

Примеры области определения и значения функции:

Пример 1: Найдите область определения функции $Y=2x/x-3$.

Решение: На нуль делить нельзя, то $X-3 \neq 0$, а $X \neq 3$ (т.к. при $X=3$ выражение не имеет смысла). Значит $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$.

Пример 2: Найдите область значений функции $Y=7\sin X$.

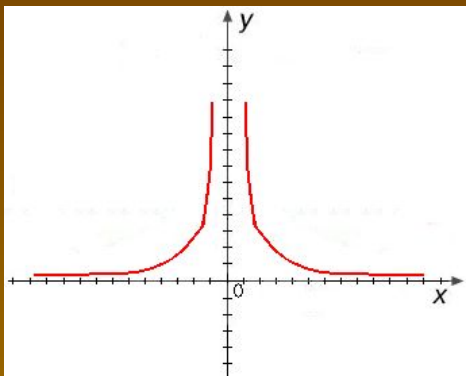
Решение: Областью значений $Y=7\sin X$ является промежуток $[-1; 1]$, т.е. $-1 \leq \sin X \leq 1$. Умножая все члены неравенства на 7 получаем $-7 \leq 7\sin X \leq 7$.

Чётность, нечётность возрастание и убывание функции

Функцию f называют чётной (соответственно нечётной), если её график симметричен относительно оси ординат (соответственно начала координат).

Функцию f называют возрастающей (соответственно убывающей) на множестве X , если на этом множестве при увеличении аргумента увеличиваются (соответственно уменьшаются) значения функции.

Примеры четности, нечетности, возрастания и убывания функции:



Функция возрастает на промежутке $(-\infty; 0)$ и убывает на промежутке $(0; +\infty)$.

Пример: Определите какая из функций является четной

$$f(x) = 3\cos^3 x + 5\sin^2 x \quad \text{или} \quad f(x) = 9x^3 - \sin x + x$$

Решение: $f(-x) = 9(-x)^3 - \sin(-x) + (-x) = -9x^3 + \sin x - x = -(9x^3 - \sin x + x)$,

т.е. $f(x) = -f(x)$. Значит функция $f(x) = 9x^3 - \sin x + x$ является нечетной

$$f(-x) = 3\cos^3(-x) + 5\sin^2(-x) = 3\cos^3 x + 5\sin^2 x$$

т.е. $f(x) = f(x)$. Значит функция $f(x) = 3\cos^3 x + 5\sin^2 x$ является четной

Точки минимума и максимума функции.

Пусть функция $y=f(x)$ определена во всех точках интервала $(a;b)$ и $X_0 \in (a;b)$.

Если для всех точек x $(a;b)$ таких, что $x \neq x_0$, выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$, то x_0 называется точкой максимума функции $y=f(x)$, значение $Y_0=f(x_0)$ называется максимумом функции $y=f(x)$.

Обозначение: Y_{\max}

Если же выполняется неравенство $f(x) > f(x_0)$ то x_0 называется точкой минимума функции $y=f(x)$, значение $Y_0=f(x_0)$ называется минимумом функции $y=f(x)$

Обозначение: Y_{\min}

