

МБОУ "Среднекибеческая СОШ
Канашского района ЧР

Проектно-исследовательская

работа на тему:

Комбинаторика

Выполнил: Прокопьев Кирилл

Руководитель: Тимофеева Г.Ф.

2012 год

optcloud.ru

Цели и задачи

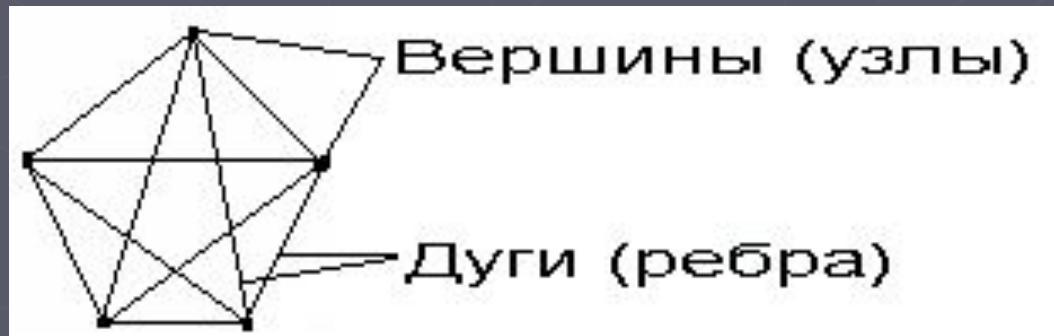
- ▶ Знакомство с новым разделом математики
- ▶ Рассмотреть все тонкости этого раздела
- ▶ Научиться решать задачи по комбинаторике

АКТУАЛЬНОСТЬ

- ▶ Комбинаторика очень нужный и сложный раздел математики. Он учит рассуждать, перебирая различные варианты решения задачи, учит мыслить нестандартно. Плюс к тому в заданиях ЕГЭ 2012 по математике будут задачи на комбинирование. Т.е. для хорошей сдачи экзаменов мы кроме всего остального должны знать и комбинаторику. К тому же, в жизни встречается масса задач связанных с комбинаторикой(мы их рассмотрим чуть позже)

КОМБИНАТОРИКА – область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

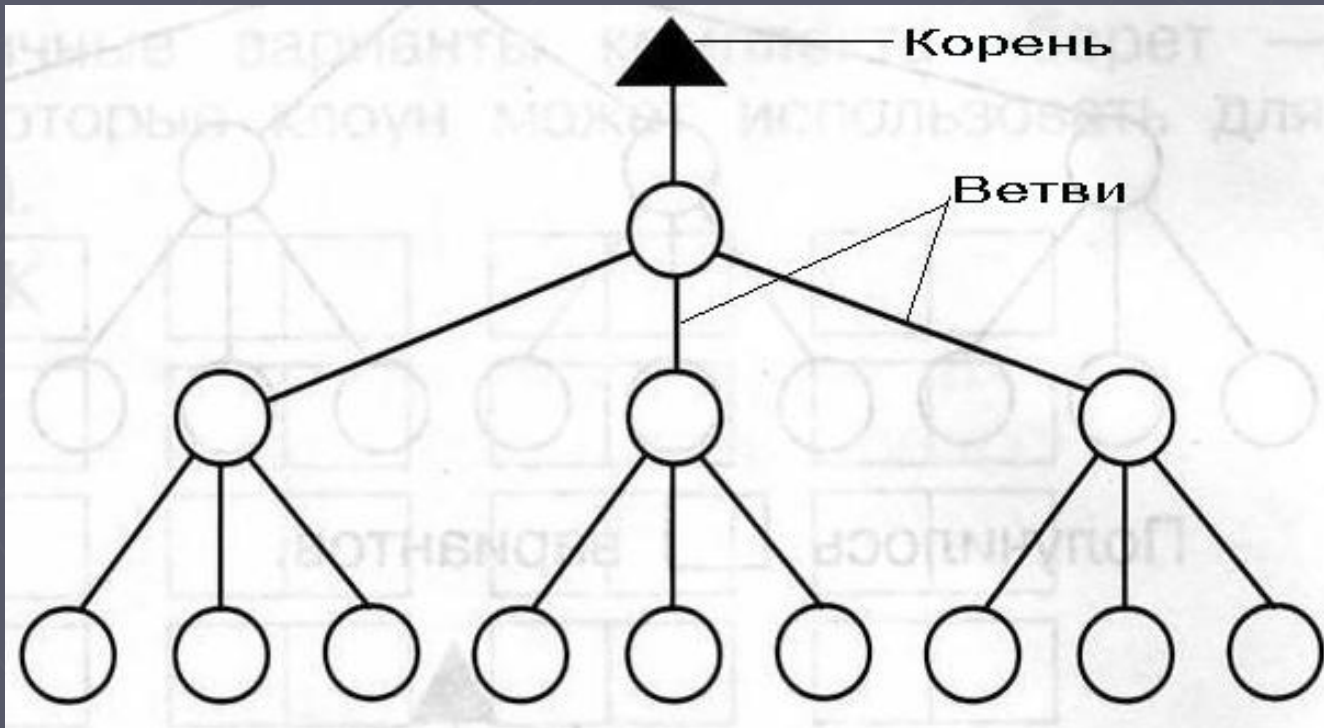
ГРАФ – совокупность объектов со связями между ними. Объекты представляются как *вершины*, или *узлы графа*, а связи – как *дуги*, или *ребра*. Исследование графов ведется **комбинаторными методами** математики.



ДЕРЕВО ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ –

граф, схема, отражающая структуру задачи, упорядочения многошагового процесса принятия решений.

Ветви дерева отображают различные события, которые могут иметь место, а *корень* дерева – состояние, в котором возникает необходимость выбора.



КОМБИНАТОРНАЯ ЗАДАЧА – задача, требующая осуществления перебора всех возможных вариантов или подсчета их числа.

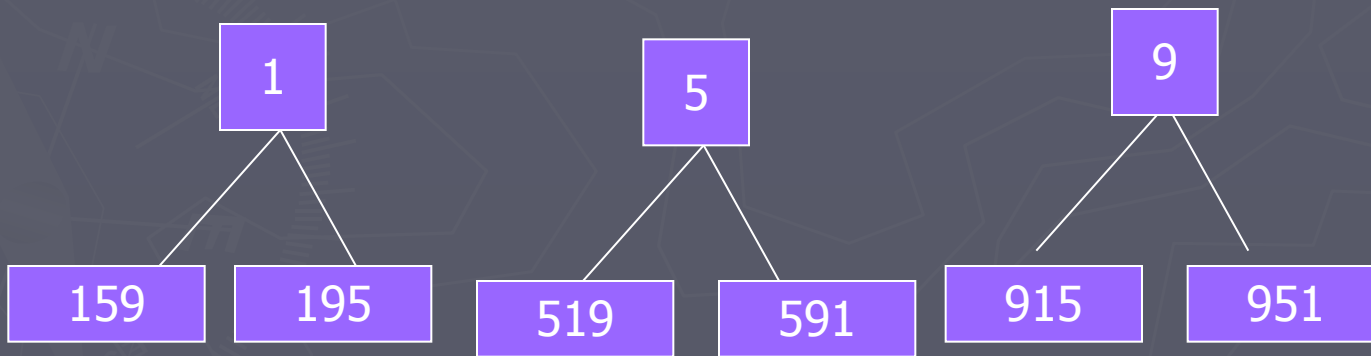
ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПЕРЕБОР – строгий порядок разбора всех случаев, возможных решений.

Решение элементарных задач

Из чисел 1, 5, 9 составить трёхзначное число без повторяющихся цифр

Решение: (воспользуемся деревом возможных вариантов)

Дерево возможных вариантов



Ответ: 6 комбинаций

Пример 2

- ▶ Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1,4,7

Решение: сначала запишем числа начинающиеся с цифры 1, затем 4 и 7

11	14	17
41	44	47
71	74	77

Ответ:9

9 Правил комбинаторики

1 Правило суммы:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$, n -мощность множеств

$n(A)$ - число элементов во множестве

Пример: На одной полке книжного шкафа стоит 45 различных книг, а на другой – 55 различных книг (и не таких, как на первой полке), сколькими способами можно выбрать одну книгу из стоящих на этих полках? Решение:

$n(A) = 45$ (книги первой полки)

$n(B) = 55$ (книги второй полки)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 45 + 55 = 100$$

Ответ: 100 вариантов

2. Правило произведения

$$n(A*B)=n(A)*n(B)$$

На столе лежат 5 груш, 7 яблок и 6 мандаринов. Сколькими способами ребёнок может выбрать для себя набор из этих фруктов(при этом размеры каждого фрукта различны)

A-множество груш

B-множество яблок

C-множество мандаринов

$$N(A*B*C)=n(A)*n(B)*n(C)=5*7*6=210$$

Ответ: 210 вариантов

3. Формула включений и исключений

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

В сентябре было 12 дождливых дней, 8 ветряных, 10 холодных, 6 и дождливых, и ветреных; 7 и дождливых, и холодных; 5 и ветреных, и холодных; 3 дня и дождливых, и ветреных и холодных. Сколько дней в сентябре была хорошая погода?

Решение

А-мн.дождл. Дней $n(A)=12$

В-мн. Ветреных $n(B)=8$

С-мн. Холодных $n(C)=10$

D-мн.хороших дней

$n(AB)=6$, $n(AC)=7$, $n(BC)=5$, $n(ABC)=3$

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(AB) - n(AC) - n(BC) + n(ABC) = 12 + 8 + 10 - 6 - 7 - 5 + 3 = 15$

$D = 30 - 15 = 15$

Ответ: 15 дней

Правило размещения

$$A_{\overline{m}}^n = n^m$$

Где:

«-»-элемент повторения

m-количество используемых элементов

n- из скольких элементов состоит

Если порядок важен используется A, если нет, то C
(познакомимся чуть позже)

Задача

На вокзальных путях стоит 6 светофоров, имеющих три разных цвета. Сколькими способами можно дать различные сигналы на этих путях

Решение:

В данном случае важен порядок и есть повторение, то

$$A_3^6 = 3^6 = 729$$

Ответ: 729

Размещение без повторения

$$A_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Абонент набирая номер знакомого по телефону забыл последние 2 цифры и помня лишь, что они различны, набрал его наугад. Сколько возможных вариантов существует для абонента набрать верный номер

$$A_{10}^2 = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10*9*8*...*1}{8*7*6*5*4*3*2*1} = 90$$

Ответ:90

Правило перестановки


$$P_n = n!$$

Сколько всего четырёхзначных чисел(в которых цифры не повторяются) можно написать используя числа 2,3,4,9

$$P_4 = 4! = 4 * 3 * 2 = 24$$

Ответ: 24

Сочетание без повторения


$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

- ▶ Ежедневно из 30-ти учеников для дежурства выделяются 2 ученика по списку. Можно ли составить график на весь учебный год, чтобы никакие 2 ученика не дежурили вместе дважды в течение учебного года(уч. год 210 дн)

Решение

$$\begin{aligned} C_{30}^2 &= \frac{30!}{2!(30-2)!} = \frac{30*29*28*27...*2}{2(28*27*...*2)} \\ &= 435 \end{aligned}$$

Ответ:435

Сочетание с повторением

$$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^n$$

В магазине есть 5 белых роз, 6 чайных, 4 жёлтых, 2 бордовых. Сколькими способами можно составить букет из этих роз?

$$\overline{C}_{17}^9 = C_{17+9-1}^{17} = \frac{25!}{17! \cdot 8!}$$

$$\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 360525$$

Вывод

Итак, мы научились решать комбинаторные задачи. Но то, что мы посмотрели, это лишь капля в море. Для того, чтобы уметь хорошо решать комбинаторные и иные задачи надо прежде всего много сидеть самому.

Литература

- ▶ Свободная энциклопедия
Википедия
- ▶ Журнал «Математика в
школе»