

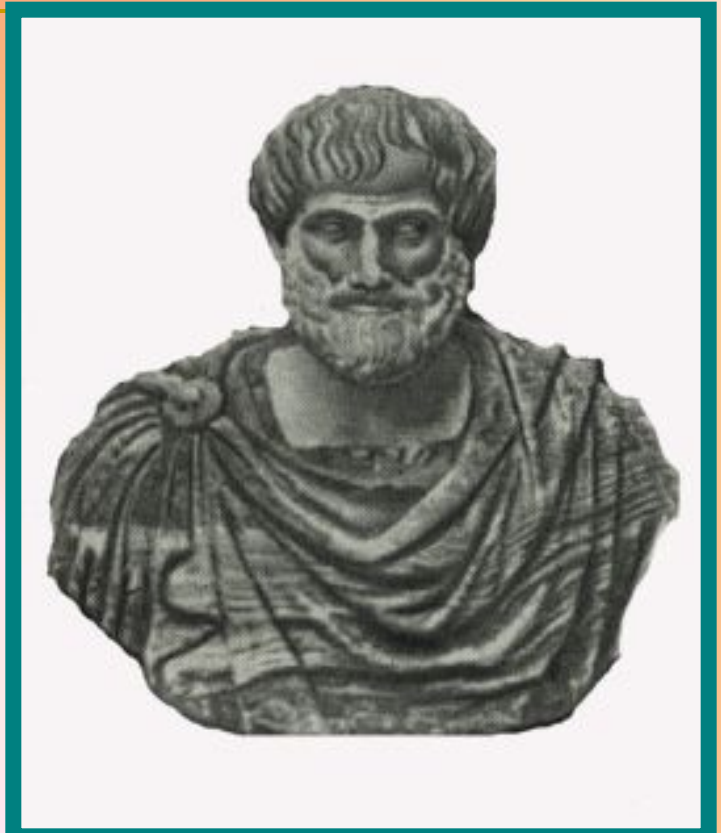
ОСНОВЫ ЛОГИКИ



- Как человек мыслит?
- Что в нашей обыденной речи является высказыванием, а что – нет? Предложение «Кто последний?» - высказывание или нет?
- Арифметическое умножение и логическое умножения. В чем сходство и различие?



В основе современной логики лежат учения, созданные еще **древнегреческими мыслителями**, хотя первые учения о формах и способах мышления возникли в Древнем Китае и Индии. Основателем формальной логики является **Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.**



Аристотель родился в Стагире (384г. до н.э.), греческой колонии, расположенной на северо-западном побережье Эгейского моря. Его отец Никомах, принадлежавший к роду врачей Асклепиадов, был придворным врачом Аминты III - македонского царя.

Логика – это наука о формах и способах мышления. Это учение о способах рассуждений и доказательств.

Понятие – это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других.

Пример 1.

Прямоугольник, компьютер, книга, проливной дождь.



Высказывание – это формулировка своего понимания окружающего мира. Высказывание является повествовательным предложением, в котором что - либо утверждается или отрицается.

Пример 2

1. Истинное высказывание: «Буква «ю» - гласная».
2. Ложное высказывание: «Компьютер был изобретен в середине XIX века».

Какие из предложений являются высказываниями? Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте информацию.
3. Делайте утреннюю зарядку!
4. Назовите устройства вывода информации.
5. Кто сегодня отсутствует?
6. Париж- столица Канады.
7. Число 11 является составным.
8. $4+5=9$
9. Сложите числа 2 и 5.
10. Некоторые медведи живут на севере.
11. Все медведи белые.
12. Чему равно расстояние от Москвы до Ленинграда.



Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (знание или вывод).

Пример 3

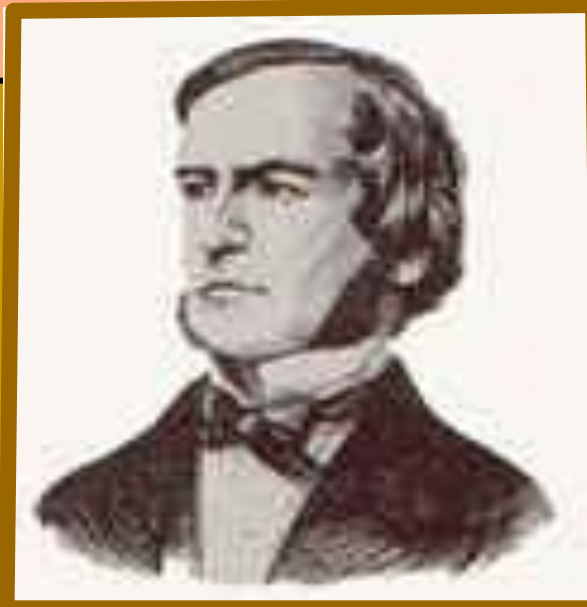
Дано высказывание: «Все углы равнобедренного треугольника равны». Получить высказывание «Этот треугольник равносторонний» путем умозаключений.

Пусть основанием треугольника является сторона c . Тогда, $a=b$. Так как в треугольнике все углы равны, следовательно, основанием может быть любая другая сторона, например a . Тогда $b=c$. Следовательно, $a=b=c$. Треугольник равносторонний.

Алгебра – это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются не только над числами, но и над другими математическими объектами, в том числе и над высказываниями. Такая алгебра называется **алгеброй логики**.

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний и принимает во внимание только истинность или ложность высказывания.

Поскольку основы алгебры логики были заложены в трудах английского математика Джорджа Буля (XIX век),



Дж.
Буль

то алгебра логики получила название булевой алгебры.

Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль. Её символическое обозначение – латинская буква (например, А, В, Х, Y и т. д). значениями логической переменной могут быть только константы **ИСТИНА** и **ЛОЖЬ** (0 и 1).

Составное высказывание – **логическая функция**, которая содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций. Ее символическое обозначение – $F(A, B, \dots)$.

Логические операции –
логические действия.

Базовые логические операции –
конъюнкция, дизъюнкция, и
отрицание и дополнительные –
импликация и эквивалентность.



| | | | | | |
|---------------------------|--|--|---|--|---|
| | Конъюнкция (от лат. conjunctio - связываю) | Дизъюнкция (от лат. disjunctio - различаю) | Инверсия (от лат. inversio - переворачиваю) | Импликация (от лат. implicatio - тесно связывать) | Эквивалентность (от лат. aequivalens - равноценное) |
| Название | Логическое умножение | Логическое сложение | Отрицание | Логическое следование | Логическое равенство |
| Обозначение | $A \& B$ или $A \wedge B$ | $A \vee B$ | $\neg A$ или \bar{A} | $A \rightarrow B$ A (условие) B (следствие) | $A \equiv B$ или $A \leftrightarrow B$ |
| Союз в естественном языке | А и В | А или В | Не А | Если А, то В; когда А, тогда В; коль скоро А то В | А тогда и только тогда, когда В |

Примеры.

| | Конъюнкция | Дизъюнкция | Инверсия | Импликация | Эквивалентность |
|--|--|---|--|---|---|
| <p>A – «Число 10 – четное»; B- «Число 10 – отрицательное»</p> | <p>«Число 10 – четное и отрицательное» = ЛОЖЬ</p> | <p>«Число 10 – четное или отрицательное» =ИСТИНА</p> | <p>«Неверно , что число 10 – четное»= ЛОЖЬ; «Неверно , что число 10 отрицательное» = ИСТИНА</p> | <p>«Если число 10 - четное, то оно является отрицательным» = Ложь,</p> | <p>«Число 10 – четное тогда и только тогда, когда отрицательное» =ЛОЖЬ</p> |

| | | | | | |
|--|-------------------|-------------------|-----------------|-------------------|------------------------|
| | Конъюнкция | Дизъюнкция | Инверсия | Импликация | Эквивалентность |
|--|-------------------|-------------------|-----------------|-------------------|------------------------|

Таблица истинности - таблица, определяющая значение сложного высказывания

| A | B | A&B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

| A | B | A∨B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

| A | ¬A |
|---|----|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

| A | B | A→B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

| A | B | A≡B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

при всех возможных значениях простых высказываний

Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны

Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, и истинным в остальных случаях

Вывод: результат будет ложным, если исходное выражение истинно, и наоборот

Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (A) следует ложное следствие (B)

Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

Если составное высказывание (логическую функцию) выразить в виде формулы, в которую войдут логические переменные и знаки логических операций, то получится **логическое выражение**, значение которого можно вычислить. Значением логического выражения могут быть только ЛОЖЬ или ИСТИНА. При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- 1) действия в скобках;
- 2) инверсия, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность

Пример 4.

Записать в виде логического выражения следующее высказывание: «Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку».

Проанализируем составное высказывание. оно состоит из следующих простых высказываний: «Петя поедет в деревню», «Будет хорошая погода», «Он пойдет на рыбалку», обозначим их через логические переменные:

A= Петя поедет в деревню;

B = Будет хорошая погода;

C = Он пойдет на рыбалку.

Запишем высказывание в виде логического выражения, учитывая порядок действий. Если

необходимо, расставим скобки: **$F=A \& (B \rightarrow C)$** .

Упражнение 2

Есть два простых высказывания:

А - «Число 10 – четное»;

В - «Волк травоядное животное».

Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность.

Ответ:

| A&B | A ∨ B | ¬ A | ¬ B | A→B | A↔B |
|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| ЛОЖЬ (0) | ИСТИНА (1) | ЛОЖЬ (0) | ИСТИНА (1) | ЛОЖЬ (0) | ЛОЖЬ (0) |

Упражнение 3

Запишите следующие высказывания в виде логических выражений.

- Число 13 нечетное и двузначное.
- Неверно, что корова хищное животное.
- На уроке информатики ученики выполняли практическую работу и сообщали результаты учителю.
- Если число делится на 2, то оно четное.
- Если Маша сестра Саши, то Саша – брат Маши.
- Водительские права можно получать тогда и только тогда, когда тебе исполнится 18 лет.
- Компьютер выполняет вычисления, если он включен.

Упражнение 4

Даны высказывания: А - « r делится на 5» и В- « r - нечетное число». Найти множество значений r при которых результат

- а) логического сложения и
- б) логического умножения будет:
 - 1) истинным;
 - 2) ложным.

Ответ:

1. а) (15, 17, 20, ..), б) (15, 25, 35, 45,...).

2. а) (5, 10, 17, 6,..), б) (15, 20, 45,..)

Упражнение 5

Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций.

1. Неверно, что $10 > Y > 5$ и $Z < 0$.
2. A является $\max(A, B, C)$.
3. Все числа X, Y, Z равны 12.
4. Любое из чисел X, Y, Z отрицательно.

| | |
|---|---|
| 1 | $(\neg (Y < 10) \& (Y > 5) \& (Z < 0))$ |
| 2 | $(A > B) \& (A > C)$ |
| 3 | $(X = 12) \& (Y = 12) \& (Z = 12).$ |
| 4 | $(X < 0) \vee (Y < 0) \vee (Z < 0)$ |

Упражнение 6

Найдите значение
логических выражений:

1. $F=(0\vee 0)\vee(1\vee 1)$

2. $F=(1\vee 1)\vee(1\vee 0)$

3. $F=(0\& 0)\&(1\& 1)$

4. $F=\neg 1\&(1\vee 1)\vee(\neg 0\& 1)$

1. (ответ: 1)

2. (ответ: 1)

3. (ответ: 0)

4. (ответ: 1)



Домашнее задание

Выучить основные определения, знать обозначения.

Задача 1

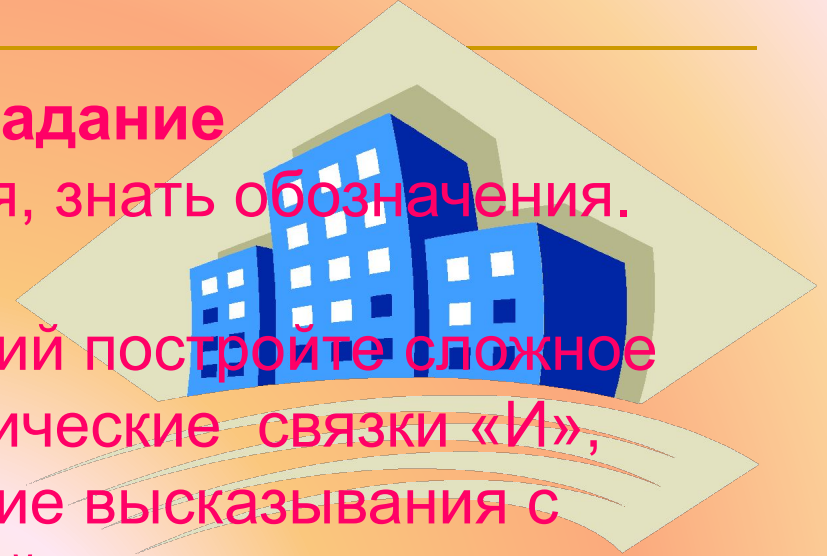
Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «И», «ИЛИ». Запишите логические высказывания с помощью логических операций и определите их истинность.

Андрей старше Светы. Наташа старше Светы.

Один десятый класс идет на экскурсию в музей. Второй десятый класс идет в театр.

На полке стоят учебники. На полке стоят справочники.

Часть детей – девочки. Остальные – мальчики.



Задача 2

Для логических выражений сформулируйте составные высказывания на обычном языке:

$(Y > 1 \text{ и } Y < 3)$ или $(Y < 8 \text{ и } Y > 4)$

$(X = Y)$ и $(X = Z)$

Не $(X < 0)$ или $(X < B)$

$(X > A)$ или $(X > B)$

Приведите примеры составных высказываний из приведенных ниже школьных предметов и запишите их с помощью логических операций:

- 1) биология
- 2) география
- 3) алгебра
- 4) информатика
- 5) литература
- 6) геометрия
- 7) русский язык

