

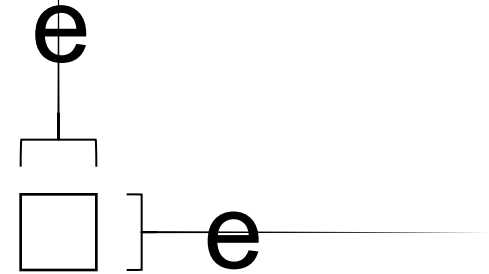
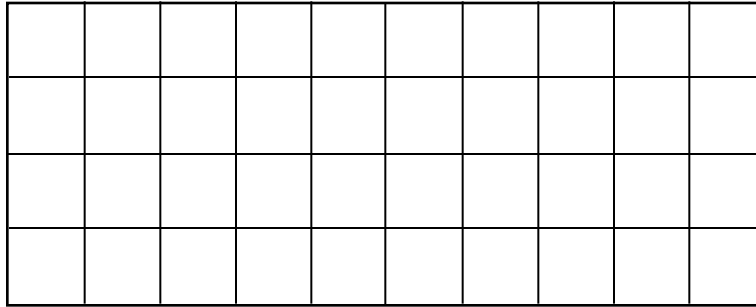
Понятие объема многогранников.
Объем прямоугольного
параллелепипеда.

1. О понятие объема тела


Аналогия с S

$$M \longrightarrow S(M)$$

1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Площадь многоугольника равна сумме площадей составляющих его многоугольников, если они не имеют общих точек.
3. Площадь единичного квадрата равна единице.

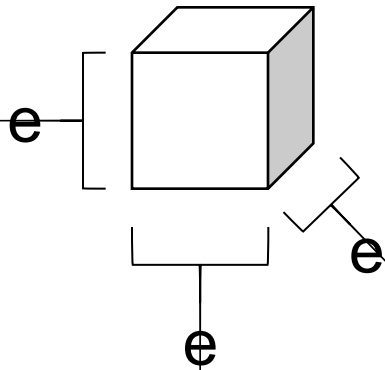


e – единица длины

 — Единичный квадрат

Пользуясь наличием единичного квадрата, площадь S любого многоугольника можно представить в виде $S = se^2$, где s – количество «укладываемых» в многоугольник единичных квадратов.

Введение понятие объема тела.



Единица измерения объемов – объем куба с ребром длины e , который обозначают e^3 , где e – единица измерения длин отрезков.

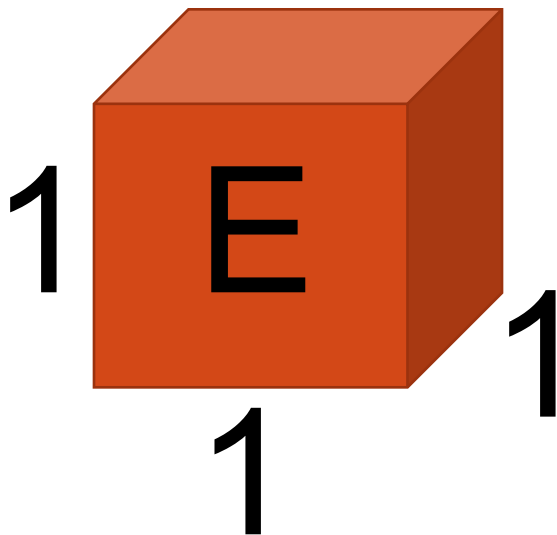
$$V = ve^3$$

Объем единичного куба с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см^3 . Аналогично определяются кубический дециметр (дм^3), кубический метр (м^3) и т.д.

При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом, которое показывает, сколько единиц измерения объемов и ее частей содержится в данном теле.

Задача измерения объемов тел (в частности , многогранников) состоит в том , чтобы при выбранной единице измерения каждому телу T (многограннику M) поставить в соответствие определенное положительное число $V(T)$ ($V(M)$) , называемое **объемом тела T** (многогранника M), так , что выполняются следующие условия .

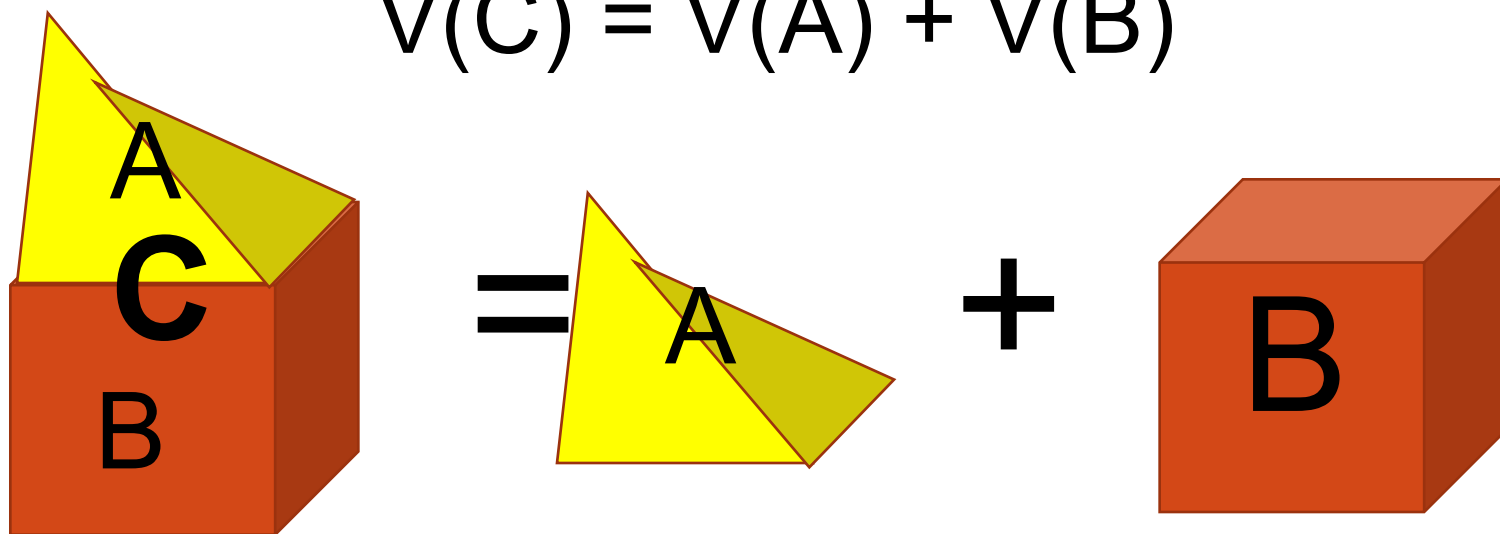
1) Объем куба E , ребро которого равно единице измерения длин отрезков , равен единице и принимается за единицу измерения объемов : $V(E)=1$.



$$V(E)=1$$

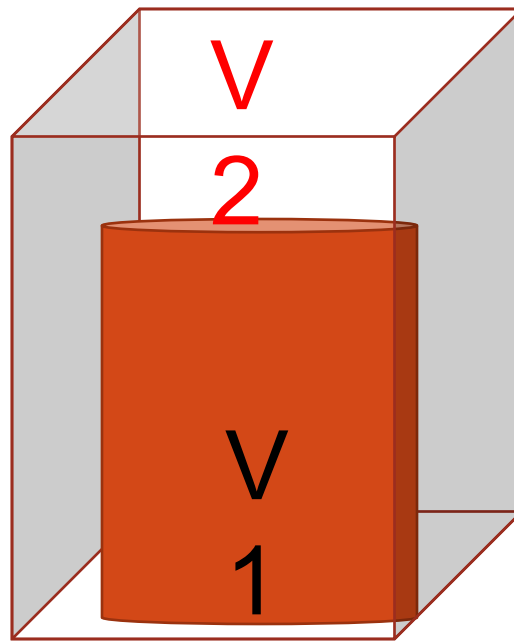
2) Если тело T является объединением нескольких тел, любые два из которых не имеют общих внутренних точек, то объем данного тела равен сумме объемов составляющих его тел (свойство аддитивности).

$$V(C) = V(A) + V(B)$$

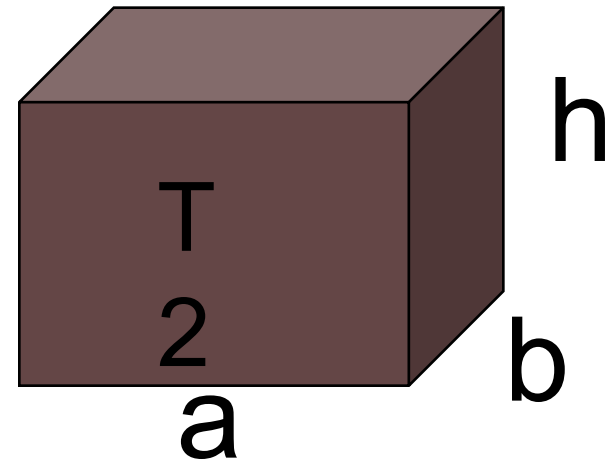
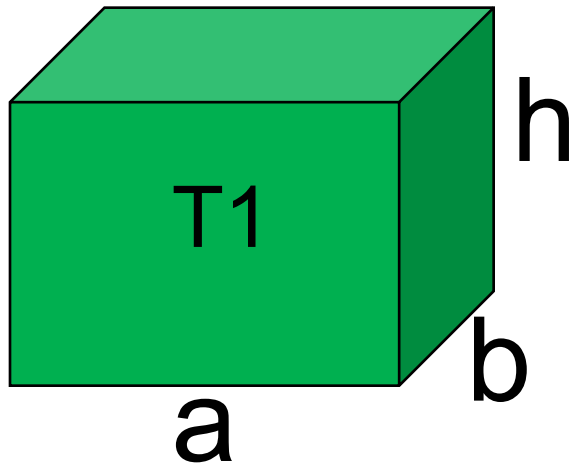


Следствие из свойства 2.

Если тело с объемом V_1 содержится в теле с объемом V_2 , то $V_1 \leq V_2$ (свойство монотонности объемов)



3) Равные тела имеют равные объемы (свойство инвариантности)

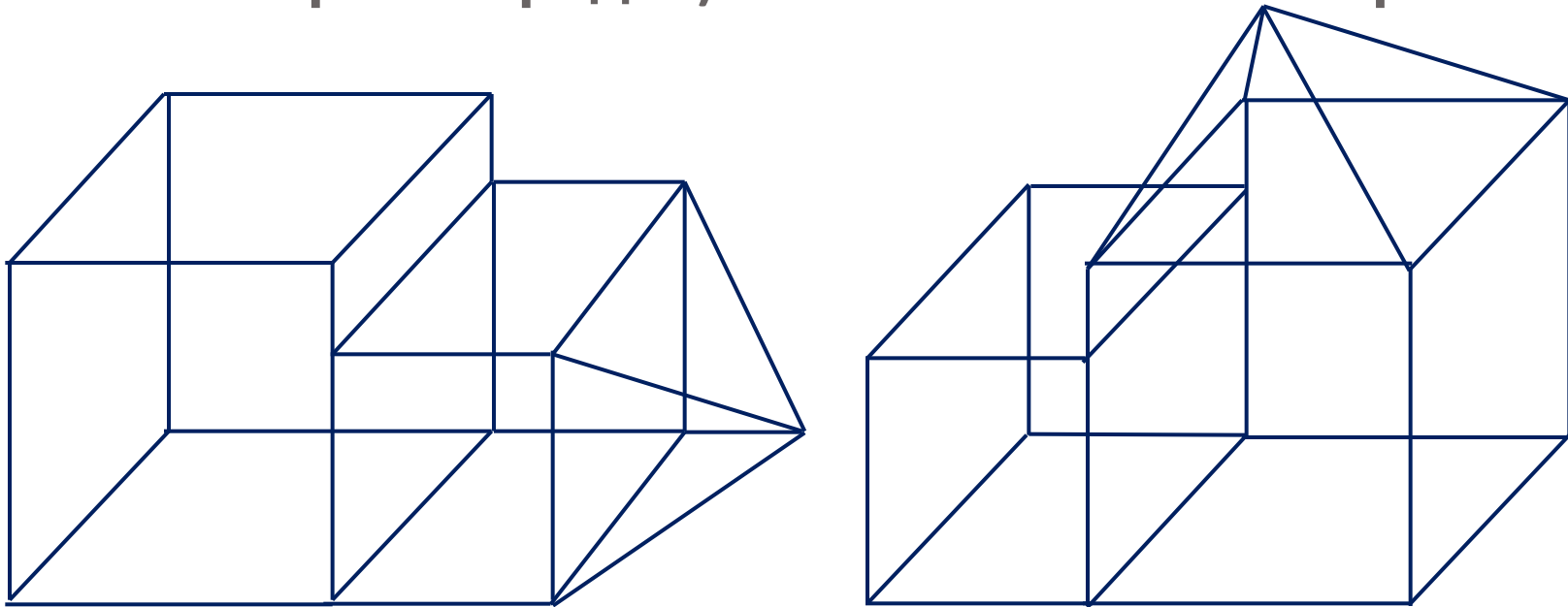


Объемы тел вычисляются с помощью формул , зависящих от элементов данных тел , поэтому если тела равные (идентичные) , то и объемы тел равны.

$$V(T1) = V(T2) , \text{ если } T1 = T2$$

Тела , имеющие равные объемы, называются равновеликими.

Два тела называют равносоставленными , если , определенным образом разбив одно из них на конечное число частей , можно (располагая эти части в некотором порядке) составить из них второе тело.



Равносоставленные тела равновелики . Обратное не всегда верно.

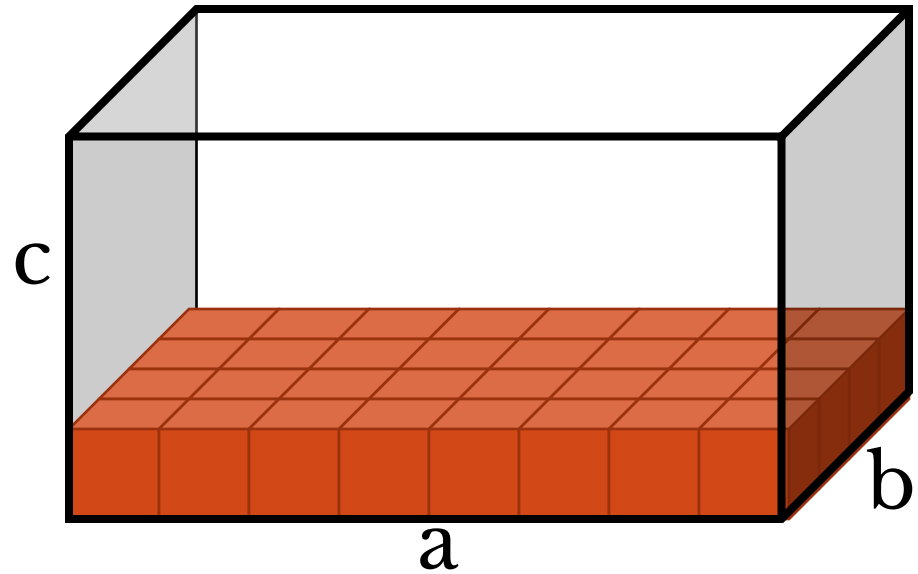
Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Натуральные a, b, c .

2) $V_{\text{к}} = 1$

3) $V = a * b$

4) $V = a * b * c$



Объем прямоугольного параллелепипеда.

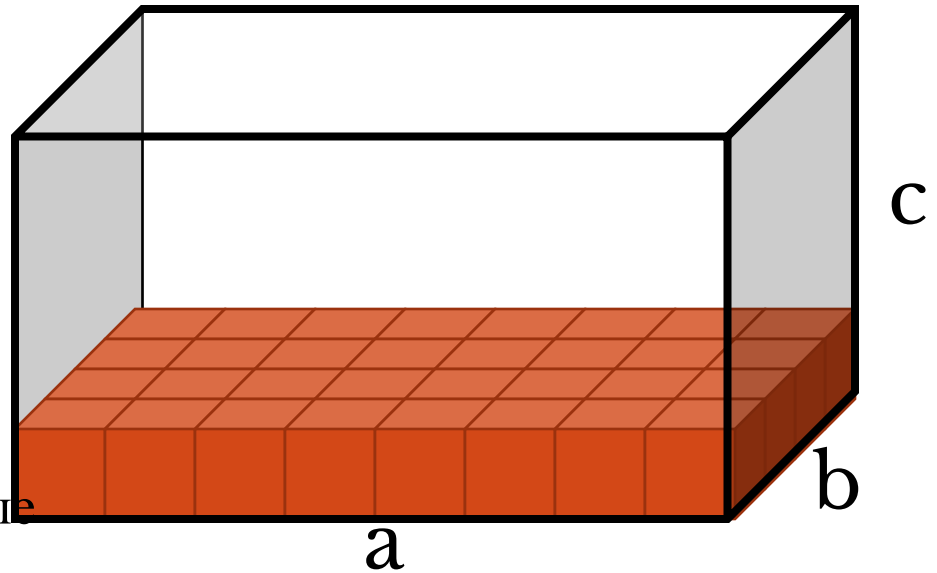
1) Рациональные a, b, c .

$$a = \frac{m}{n} = \frac{mqn}{pqn} = mqn * \frac{1}{pqn}$$

$$b = \frac{r}{q} = \frac{rnp}{pqn} = rnp * \frac{1}{pqn}$$

$$c = \frac{s}{p} = \frac{sqn}{pqn} = sqn * \frac{1}{pqn}$$

m, n, s, r, q, p - натуральные



$$V_{\text{общ.}} = \left(\frac{1}{pqn} \right)^3$$

$$V = mqn * \frac{1}{pqn} * rnp * \frac{1}{pqn} * sqn * \frac{1}{pqn} = \frac{m}{n} * \frac{r}{q} * \frac{s}{p} = a * b * c$$

Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Иррациональные
 $a, b, c.$

$$a_{n-} < a < a_{n+}$$

$$b_{n-} < b < b_{n+}$$

$$c_{n-} < c < c_{n+}$$

n -натуральное,
точность приближения

Где $a_{n-}, a_{n+}, b_{n-}, b_{n+}$

c_{n-}, c_{n+}

рациональные

Тогда $a_{n-} * b_{n-} * c_{n-} < a * b * c < a_{n+} * b_{n+} * c_{n+}$

устремляя n в бесконечность

$$V = a * b * c$$

