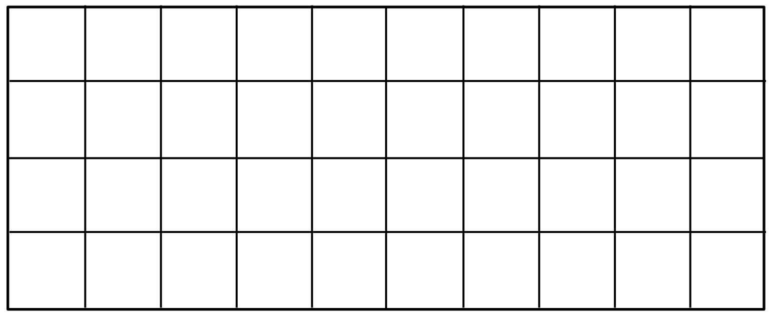
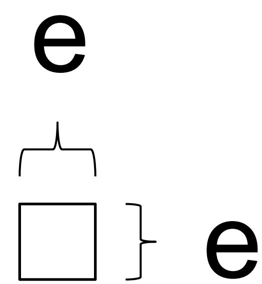
# Понятие объема многогранников. Объем прямоугольного параллелепипеда.

# 1. О понятие объема тела

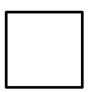
Аналогия с S $\qquad M \longrightarrow S(M)$

1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Площадь многоугольника равна сумме площадей составляющих его многоугольников, если они не имеют общих точек.
3. Площадь единичного квадрата равна единице.



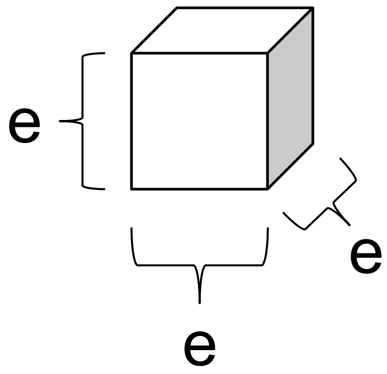



e – единица длины

 — Единичный квадрат

Пользуясь наличием единичного квадрата , площадь S любого многоугольника можно представить в виде $S = se^2$ , где s – количество «укладываемых» в многоугольник единичных квадратов.

# Введение понятие объема тела.



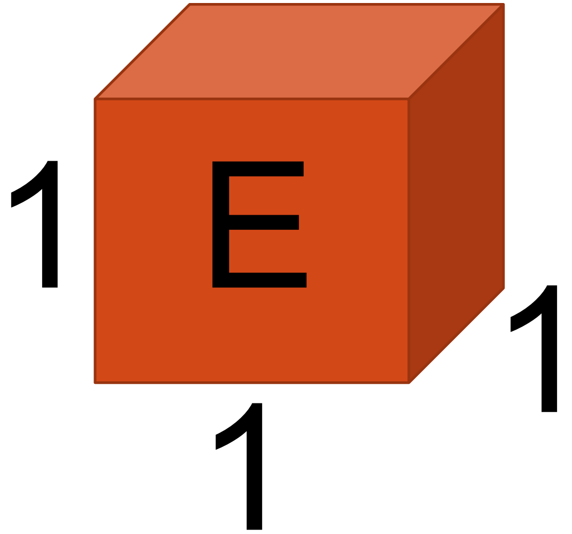

Единица измерения объемов – объем куба с ребром длины e , который обозначают $e^3$ , где e – единица измерения длин отрезков.

$$V = ve^3$$

Объем единичного куба с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают $см^3$. Аналогично определяются кубический дециметр ( $дм^3$) , кубический метр ($м^3$) и т.д.
При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом , которое показывается , сколько единиц измерения объемов и ее частей содержится в данном теле.

Задача измерения объемов тел ( в частности , многогранников ) состоит в том , чтобы при выбранной единице измерения каждому телу ***T*** (многограннику ***M*** ) поставить в соответствие определенное положительное число ***V(T)*** (***V(M)***) , называемое ***объемом тела T*** (многогранника M), так , что выполняются следующие условия .

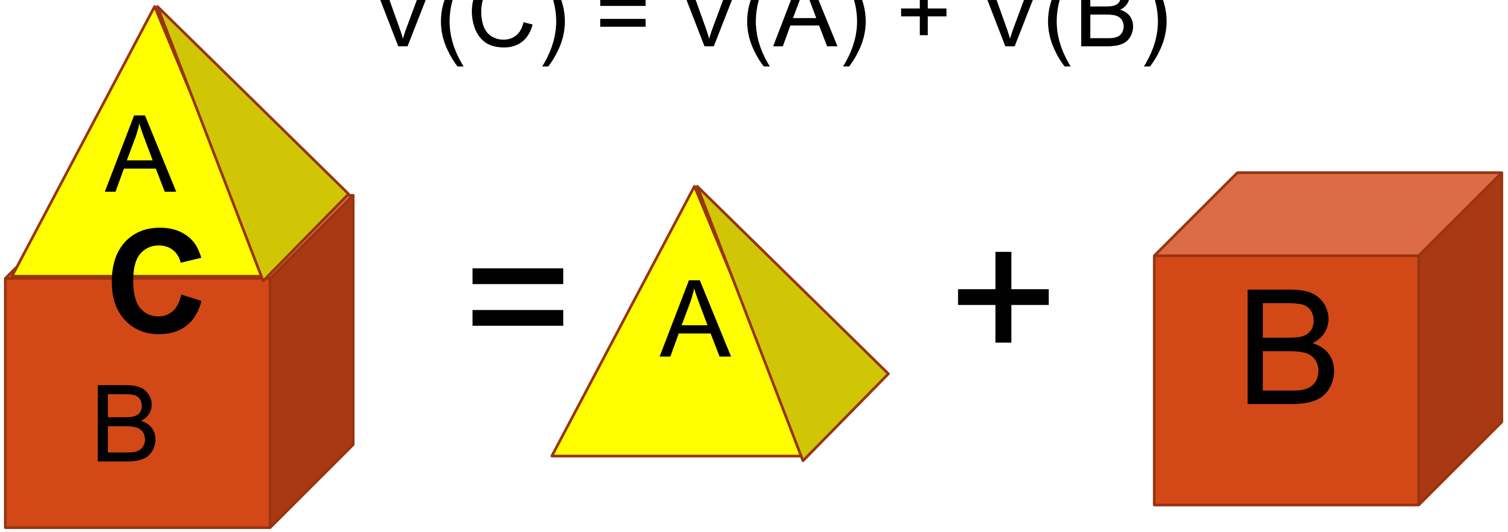
1) ***Объем куба Е , ребро которого равно единице измерения длин отрезков , равен единице и принимается за единицу измерения объемов : V(E)=1.***




V(E)=1

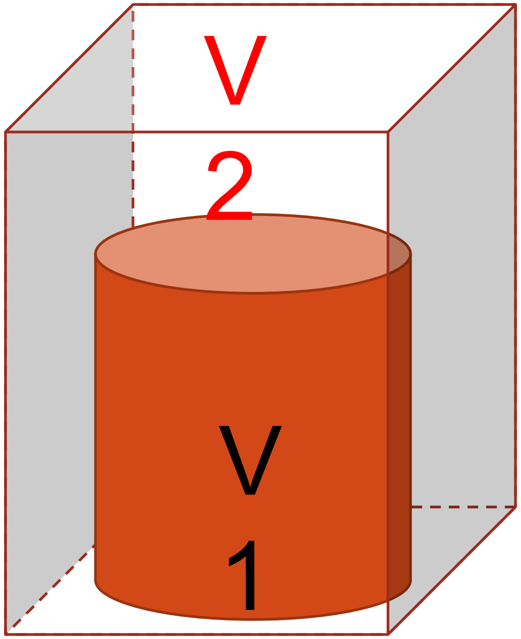
2)***Если тело Т является объединением нескольких тел, любые два из которых не имеют общих внутренних точек , то объем данного тела равен сумме объемов составляющих его тел*** (свойство аддитивности).

$$V(C) = V(A) + V(B)$$

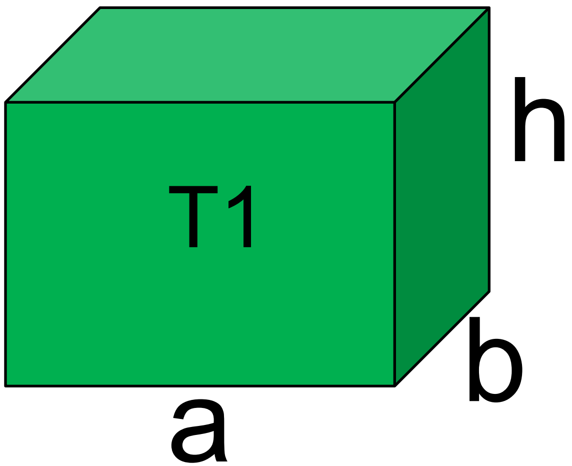


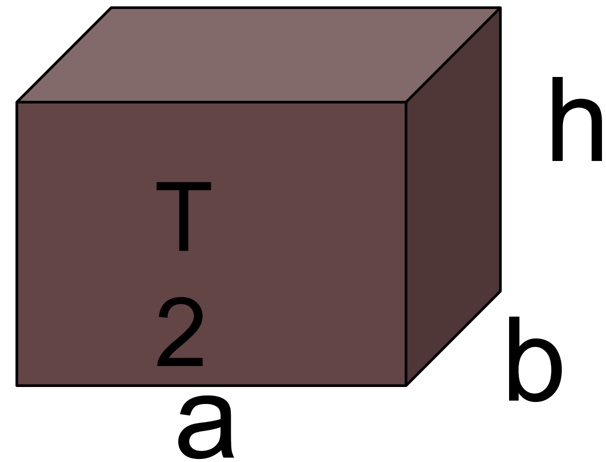
# Следствие из свойства 2.

***Если тело с объемом V1 содержится в теле с объемом V2 , то V1 ≤ V2*** ( свойство монотонности объемов )



# *3)Равные тела имеют равные объемы* (свойство инвариантности)

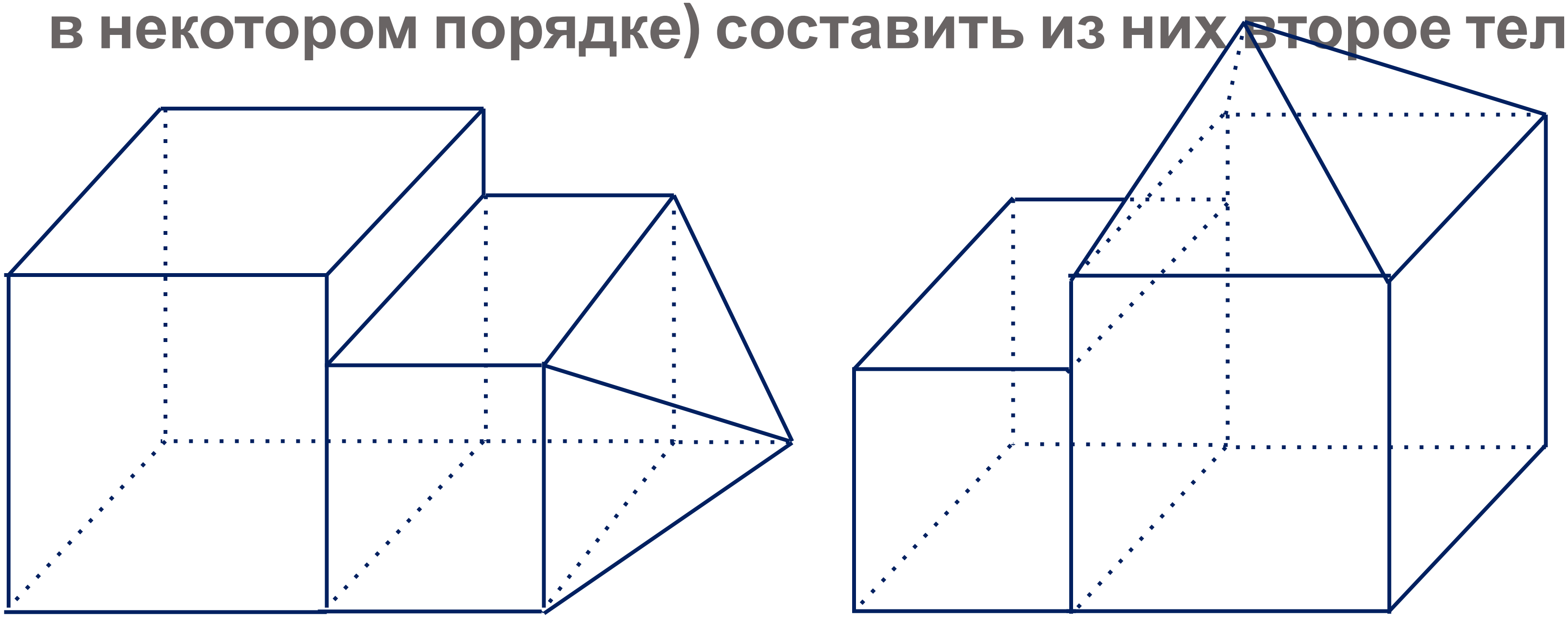



*Объемы тел вычисляются с помощью формул , зависящих от элементов данных тел , поэтому если тела равные (идентичные) , то и объемы тел равны.*

V(T1) = V(T2 ) , если T1 = T2

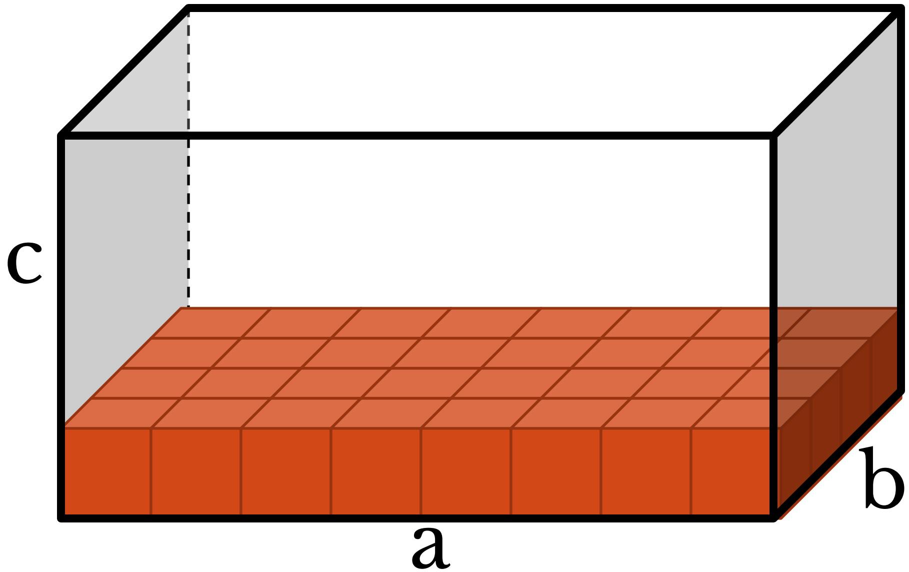
**Тела , имеющие равные объемы, называются *равновеликими*.**
**Два тела называют *равносоставленными* , если , определенным образом разбив одно из них на конечное число частей , можно (распологая эти части в некотором порядке) составить из них второе тело.**



*Равносоставленные тела равновелики . Обратное не всегда верно.*

# Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Натуральные a,b,c.
2) $V_к = 1$
3) V= a*b
4) V=a*b*c



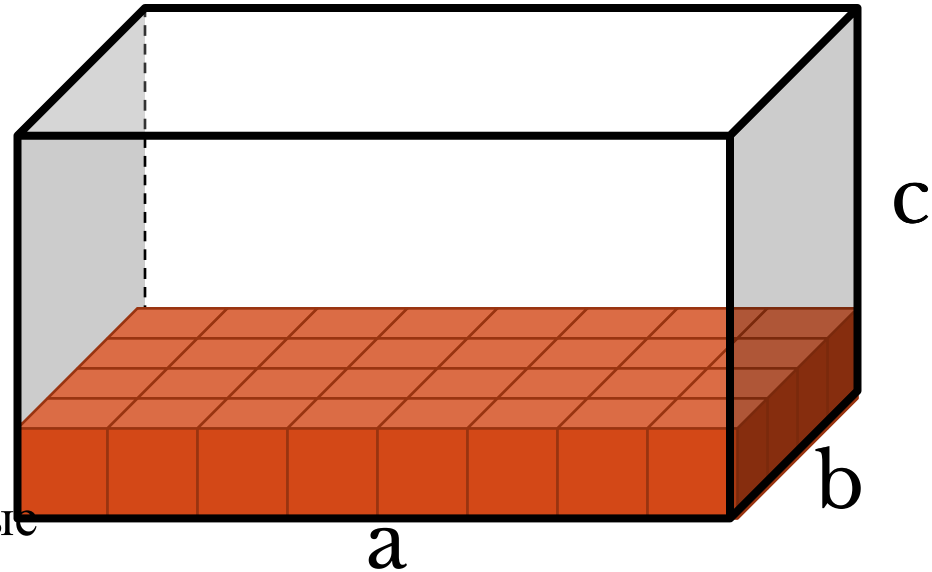
# Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Рациональные a,b,c.

$$a = \frac{m}{n} = \frac{mqn}{pqn} = mqn * \frac{1}{pqn}$$

$$b = \frac{r}{q} = \frac{rnp}{pqn} = rnp * \frac{1}{pqn}$$

$$c = \frac{s}{p} = \frac{sqn}{pqn} = sqn * \frac{1}{pqn}$$




m, n, s, r, q, p - натуральные

$$V_{êóá.} = \left(\frac{1}{pqn}\right)^3$$

$$V = mqn * \frac{1}{pqn} * rnp * \frac{1}{pqn} * sqn * \frac{1}{pqn} = \frac{m}{n} * \frac{r}{q} * \frac{s}{p} = a * b * c$$

# Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Иррациональные a, b, c.

$a_{n-} < a < a_{n+}$
$b_{n-} < b < b_{n+}$
$c_{n-} < c < c_{n+}$
n-натуральное, точность приближения
Где $a_{n-}$, $a_{n+}$, $b_{n-}$, $b_{n+}$
$c_{n-}$, $c_{n+}$
рациональные
Тогда $a_{n-} * b_{n-} * c_{n-} < a*b*c < a_{n+} * b_{n+} * c_{n+}$
*устремляя n в бесконечность*
$V = a*b*c$