

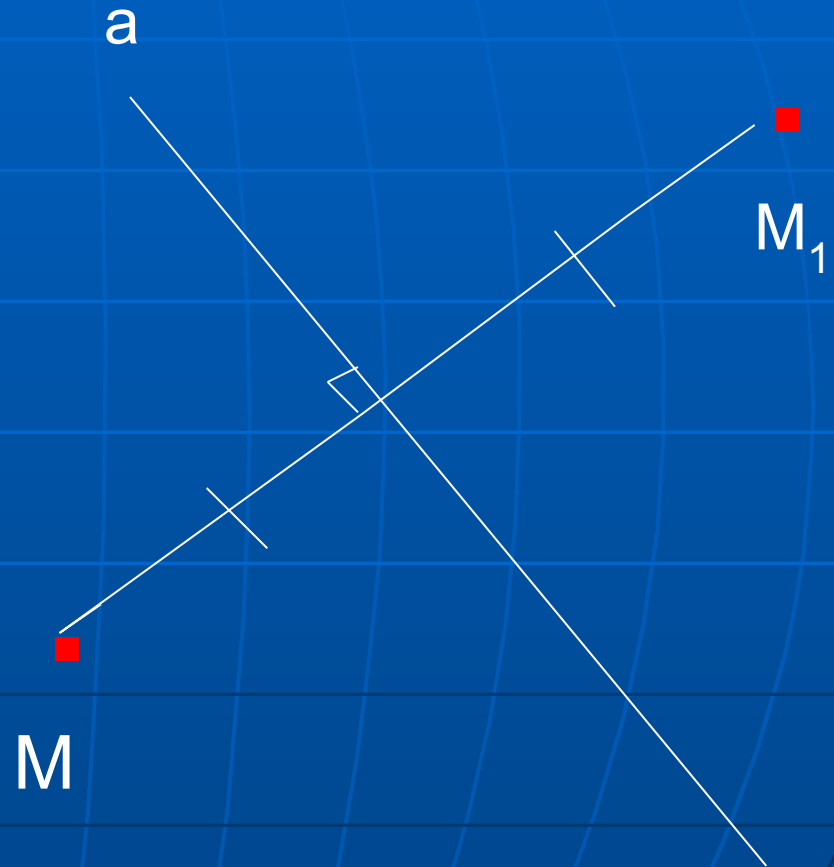
ОСВЯЩАЮЩИМ

Определение и  
теорема

Примеры

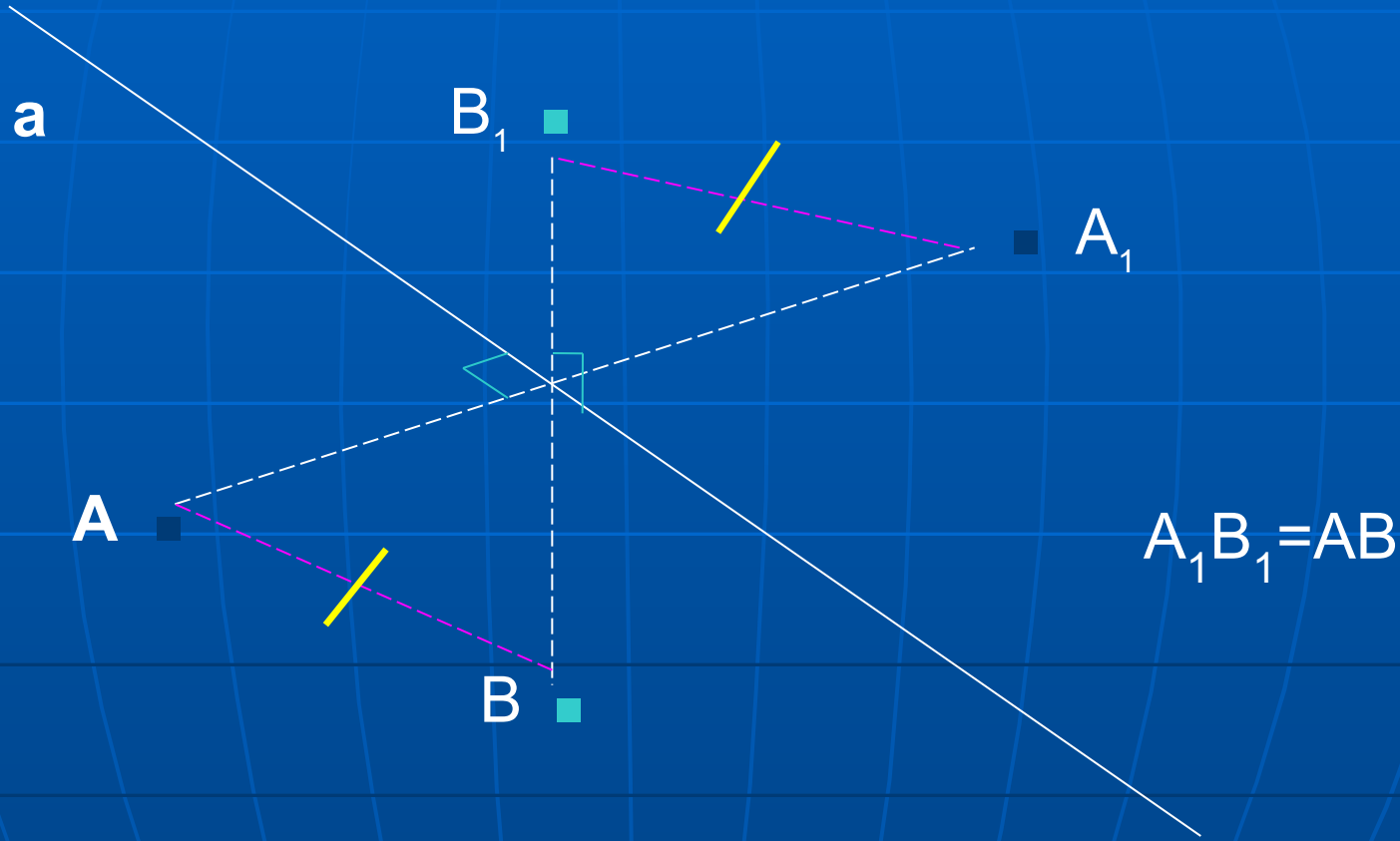
Задачи

- Осевой симметрией с осью  $\underline{a}$  называется такое отображение пространства на себя, при котором
- любая точка  $M$
- переходит в симметричную ей точку  $M_1$
- относительно оси  $\underline{a}$ .



Под движением пространства понимается отображение пространства на себя , при котором любые две точки  $A$  и  $B$  переходят в какие-то точки  $A_1$  и  $B_1$  так , что  $A_1B_1=AB$ .

*Движение пространства* - это отображение пространства на себя ,сохраняющее расстояние между точками.



# Теорема № 1

Дано:  $f$  — осевая симметрия;  $A \rightarrow A_1$ ;  $B \rightarrow B_1$ ;  $M \rightarrow M_1$ ;  $M(x; y; z)$ ,  $M_1(x_1; y_1; z_1)$ ;  $A(x_2; y_2; z_2)$ ;  $B(x_3; y_3; z_3)$

До-ть: что осевая симметрия является движением.  
( $AB = A_1B_1$ )

Решение:

Если  $M$  не принадлежит  $OZ$ , то ось  $OZ$ :

- 1) проходит через середину отрезка  $MM_1$ .
- 2) перпендикулярна к нему.

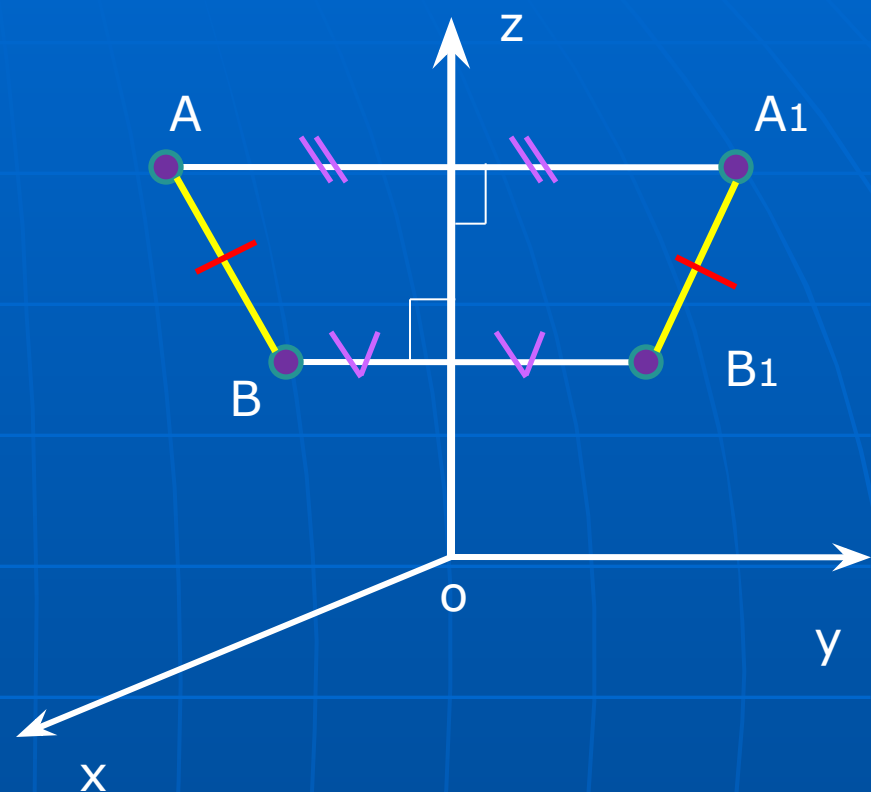
Из 1 усл. по формулам получаем  $(x+x_1)/2$  и  $(y+y_1)/2$ , откуда  $x_1 = -x$  и  $y_1 = -y$ .

Из усл. №2 :  $z_1 = z$ .

Полученные формулы равны если т-а  $M$  лежит на оси  $Oz$ .

$$A(x_2; y_2; z_2);$$
$$A_1(-x_2; -y_2; z_2)$$
$$A \overset{f}{\rightarrow} A_1$$

$$B(x_3; y_3; z_3);$$
$$B_1(-x_3; -y_3; z_3)$$
$$B \overset{f}{\rightarrow} B_1$$



По формулам м/у двумя  
точками получаем:

$$AB = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2},$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_3 + x_2)^2 + (-y_3 + y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}$$

$$\Rightarrow AB = A_1B_1$$



# ПРИМЕР

Треугольник

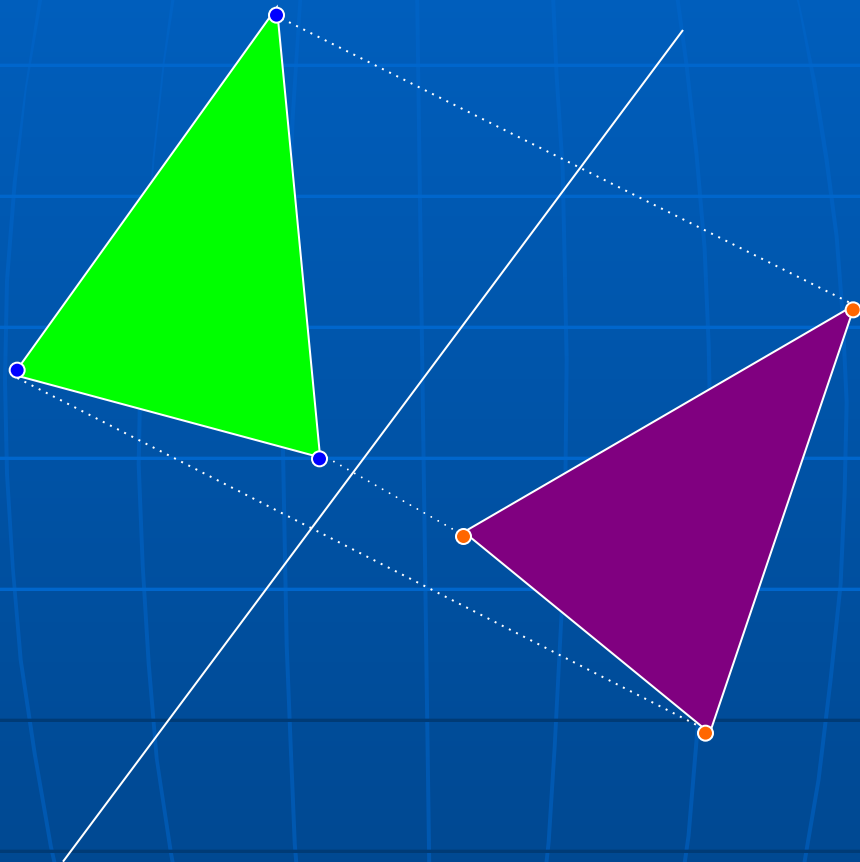
Равнобедренный  
треугольник

Ромб  
Квадрат

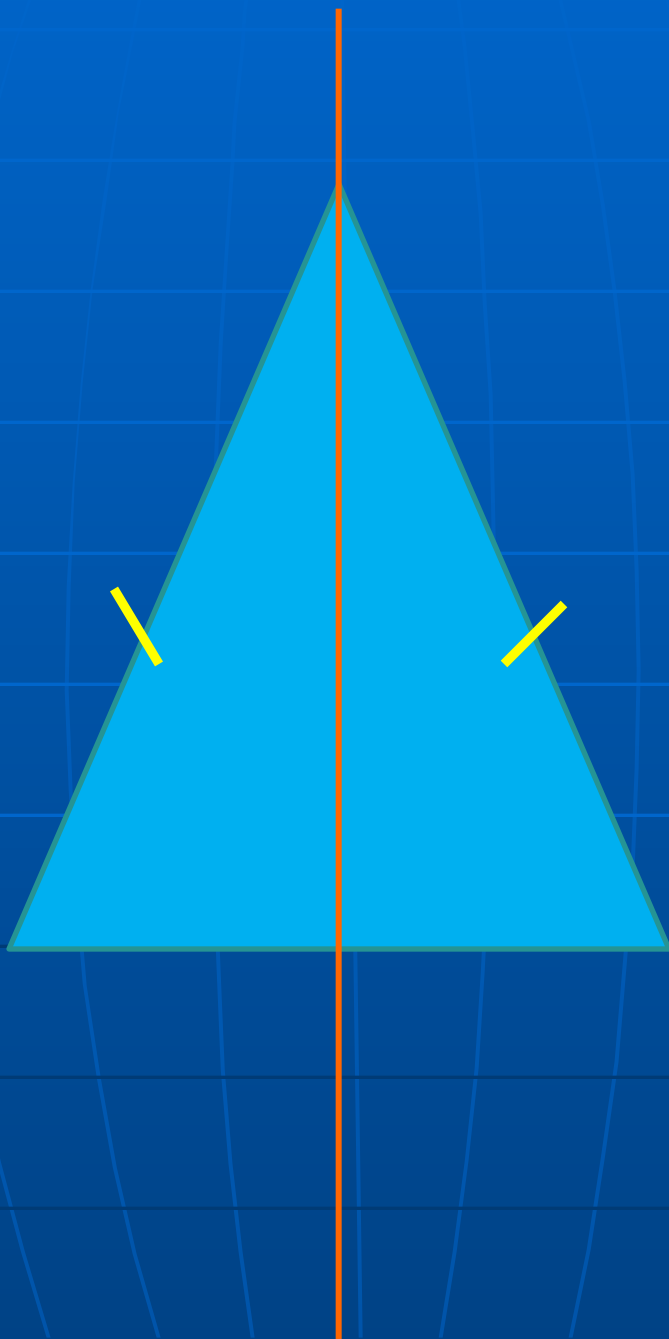
Круг

Сложные  
примеры

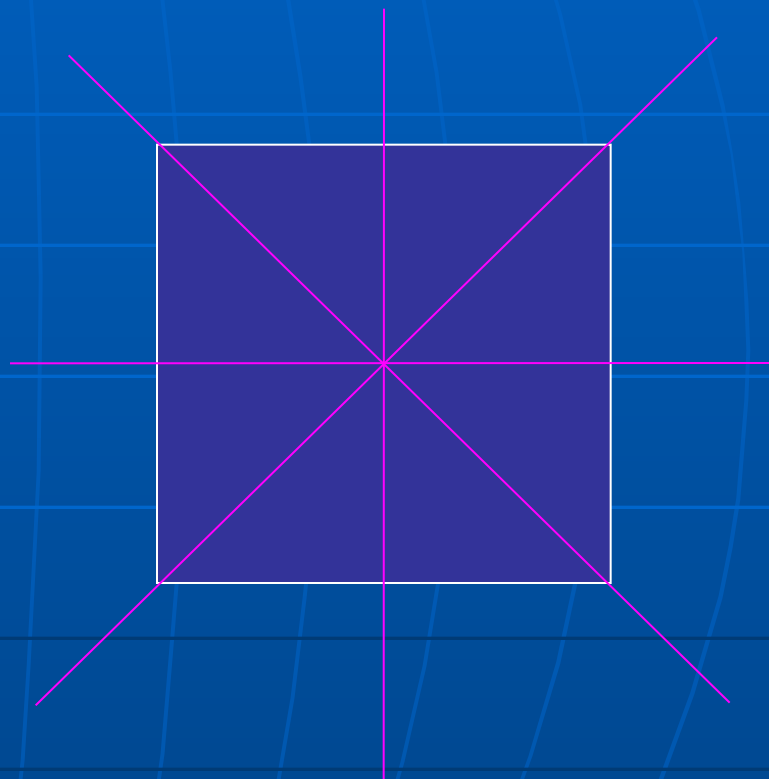
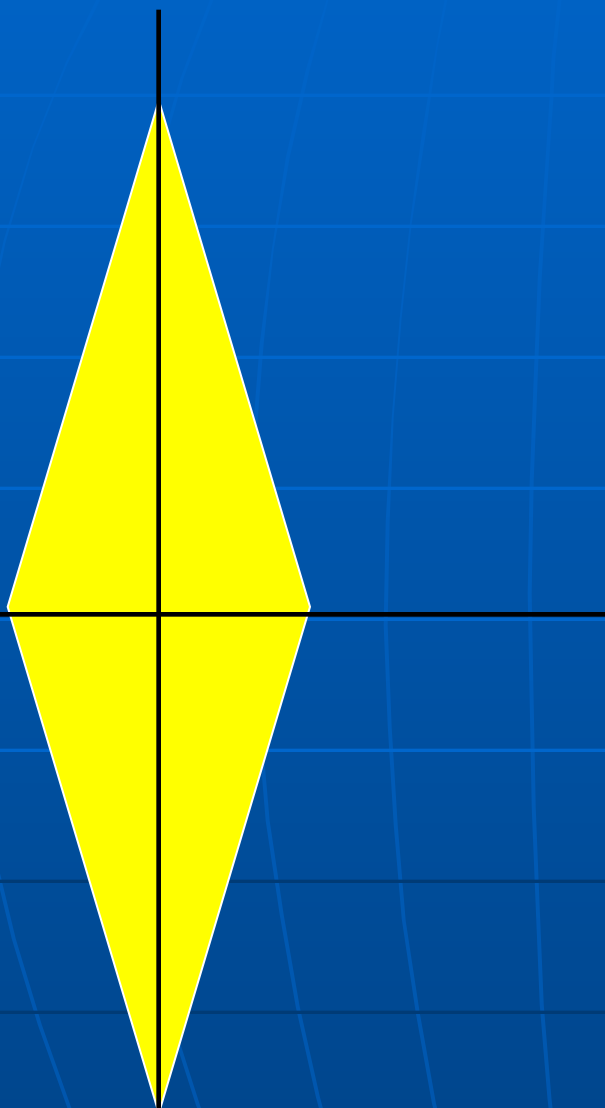




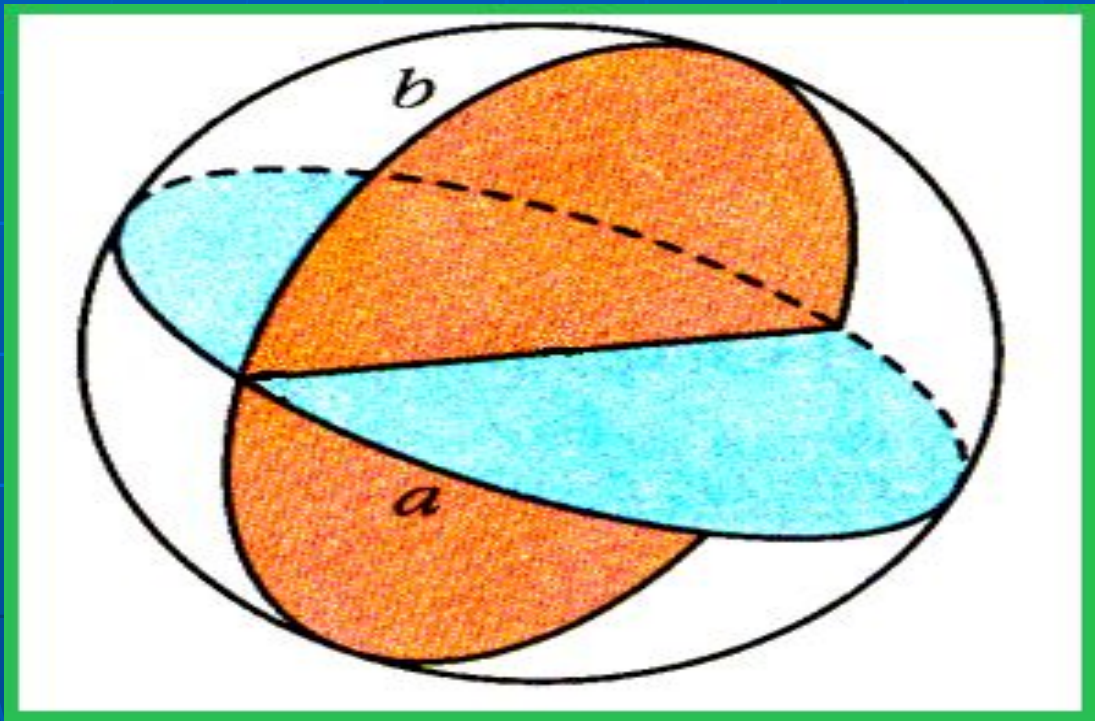
**НАЗАД**



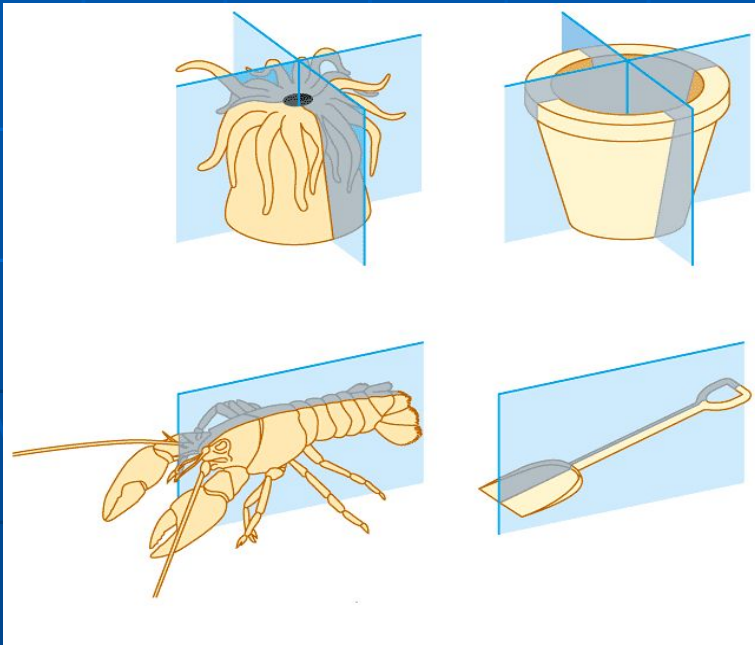
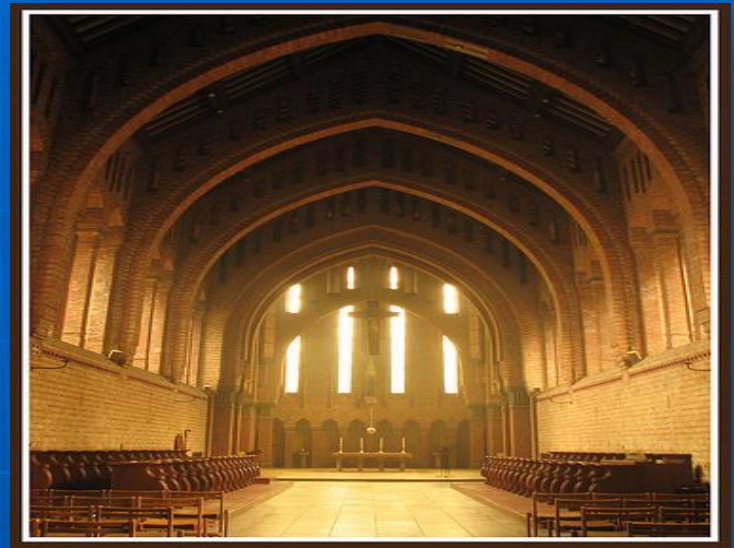
**НАЗАД**



**НАЗАД**



**НАЗАД**



**НАЗАД**

- Найдите координаты точек, в которые переходят точки  $A(0;1;2)$  ,  $B(3;-1;4)$  ,  $C(1;0;-2)$  при: осевой симметрии относительно координатных осей.

Дано:  $A(0;1;2)$  ,  $B(3;-1;4)$  ,  $C(1;0;-2)$

---

Найти:  $A_1$  ,  $B_1$  ,  $C_1$

Решение : Выберем произвольную ось симметрии  $Oz$ . Если т-и не лежат на оси симметрии ,то ось  $Oz$  проходит ч/з середину отрезка  $AA_1$  ,  $BB_1$  и  $CC_1$   $\perp$  к ним  $\Rightarrow$

$$x_1 = -x \text{ и } y_1 = -y \text{ и } z_1 = z \quad \Rightarrow$$

$$A(0;-1;2), B(-3;1;4), C(-1;0;-2)$$

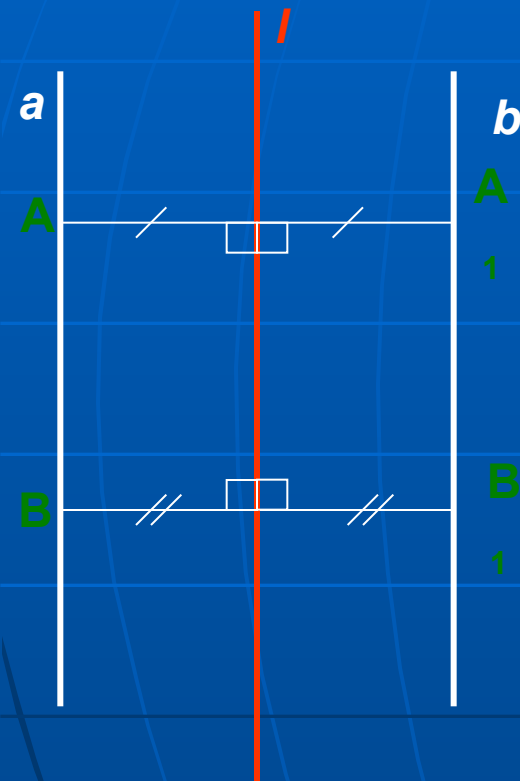
Ответ:  $A(0;-1;2)$ ,  $B(-3;1;4)$ ,  $C(-1;0;-2)$





**Дано:**  $l$  – ось симметрии,  
 $a \parallel l$ ,

**Доказать:**  $b \parallel l$



**Доказательство:**

Если  $a \parallel l$ , то симметричная прямая  $b$  тоже  $\parallel l$ ,

**В** при осевой симметрии  
1 сохраняется расстояние  
между точками:  $AA_1$

$AA_1$  перпендикулярно  $l$ ;  $BB_1$   
перпендикулярно  $l$ , следовательно  
 $b \parallel a$ ;

Так как  $a \parallel l$ ;  $a \parallel b$ , то есть  $b \parallel l$ . ч.  
т. д.

[НАЗАД](#)