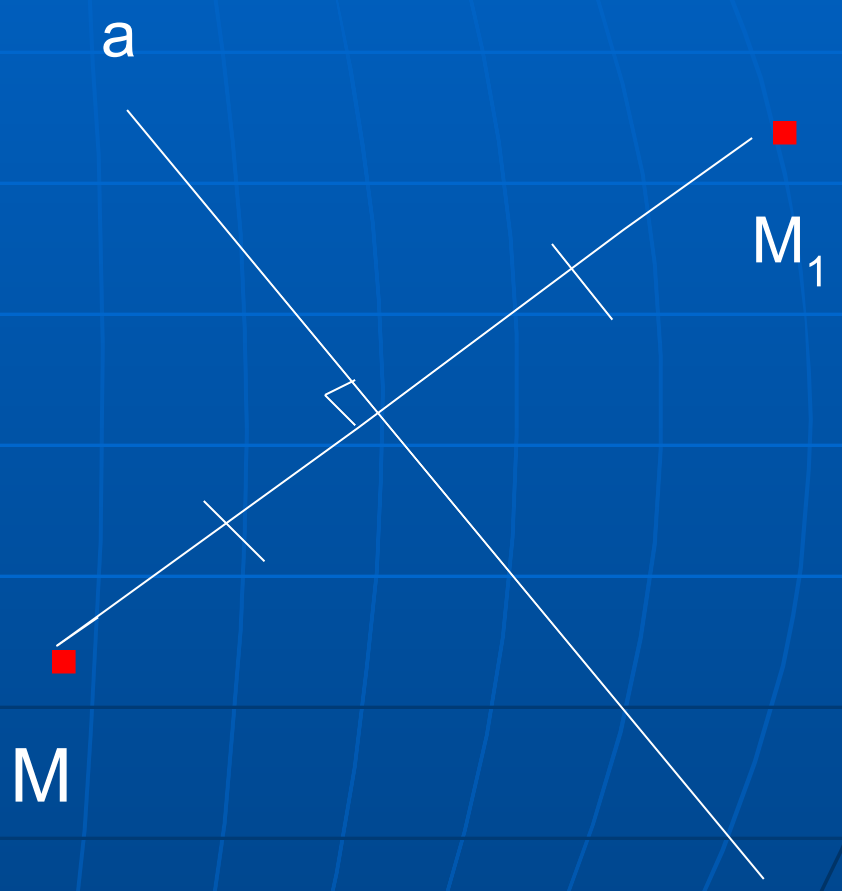
Осевая симметрия

Определение и теорема

Примеры

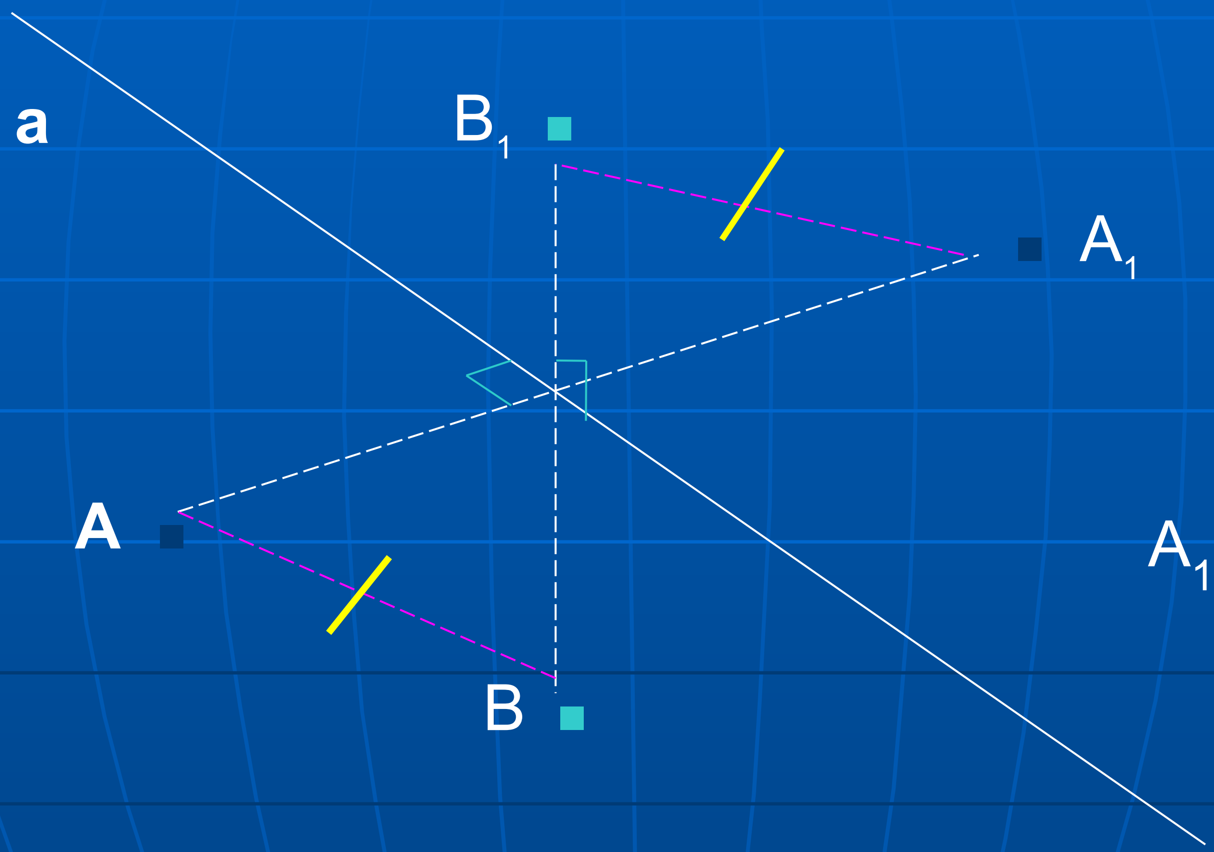
Задачи

- Осевой симметрией с осью *a* называется такое отображение пространства на себя , при котором
- любая точка *M*
- переходит в симметричную ей точку M_1
- относительно оси *a*.



Под движением пространства понимается отображение пространства на себя , при котором любые две точки A и B переходят в какие-то точки A_1 и B_1 так , что $A_1B_1=AB$.

Движение пространства - это отображение пространства на себя ,сохраняющее расстояние между точками.



$A_1B_1=AB$

Теорема № 1

Дано:f—осевая симметрия; A—>A_1; B—>B_1;M—>M_1; M (x;y;z), $M_1(x_1;y_1;z_1)$; $A(x_2;y_2;z_2)$; $B(x_3;y_3;z_3)$

До-ть:что осевая симметрия является движением. ($AB=A_1B_1$)

Решение:

Если M не принадлежит OZ ,то ось OZ:

1)проходит через середину отрезка MM_1.

2)перпендикулярна к нему.

Из 1усл.по формулам получаем $(x+x_1)/2$ и $(y+y_1)/2$, откуда $x_1=-x$ и $y_1=-y$.

Из усл. №2 :$z_1=z$.

Полученные формулы равны если т-а M лежит на оси Oz.

$A(x_2;y_2;z_2)$;

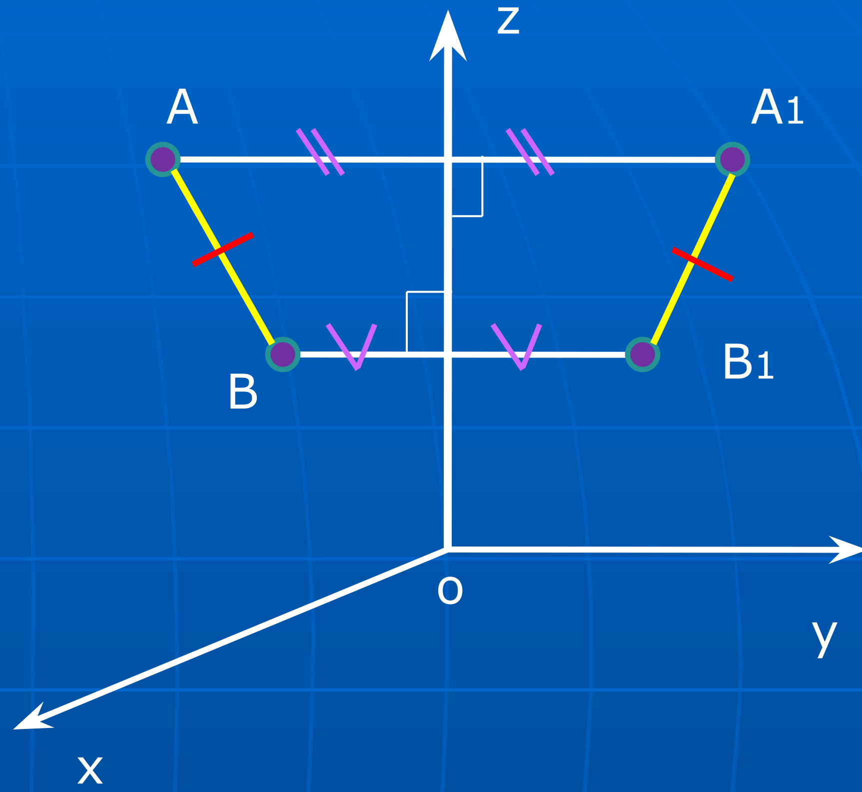
$A_1(-x_2;-y_2;z_2)$

$A \xrightarrow{f} A_1$

$B(x_3;y_3;\ z_3)$;

$B_1(-x_3;-y_3;\ z_3)$

$B \xrightarrow{f} B_1$



По формулам м/у двумя точками получаем:

$$AB=\sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2+(z_3-z_2)^2},$$

$$A_1B_1=\sqrt{(-x_3+x_2)^2+(-y_3+y_2)^2+(z_3-z_2)^2}$$

$\Rightarrow AB=A_1B_1$

ПРИМЕР

Треугольник

Равнобедренный

треугольник

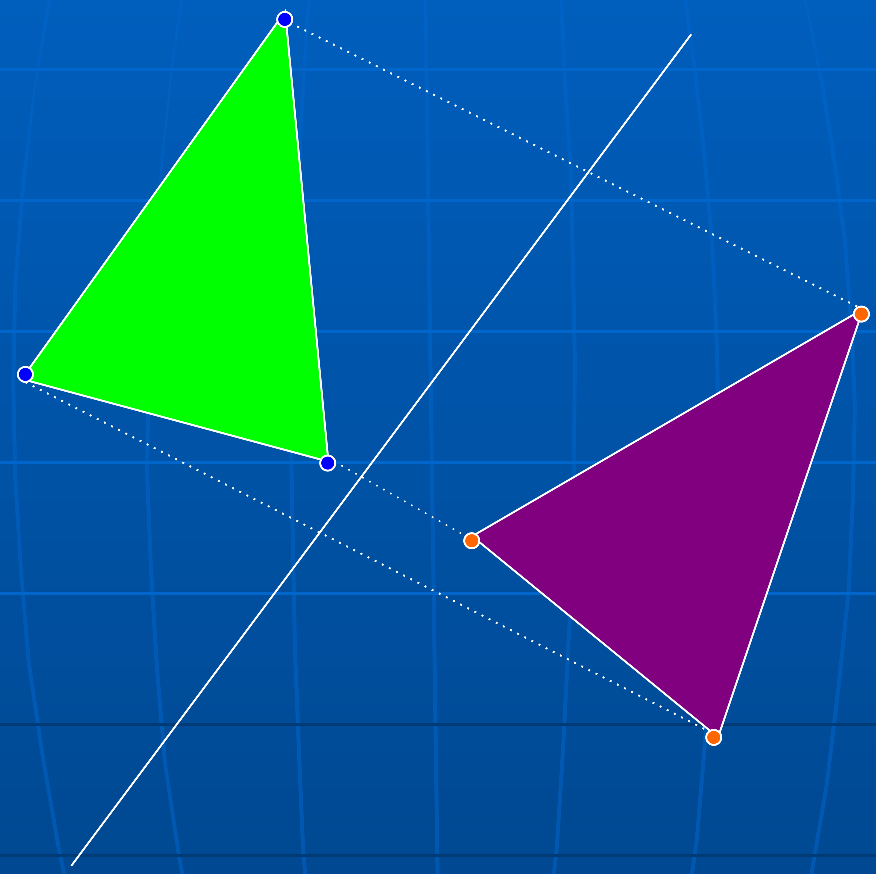
Ромб

Квадрат

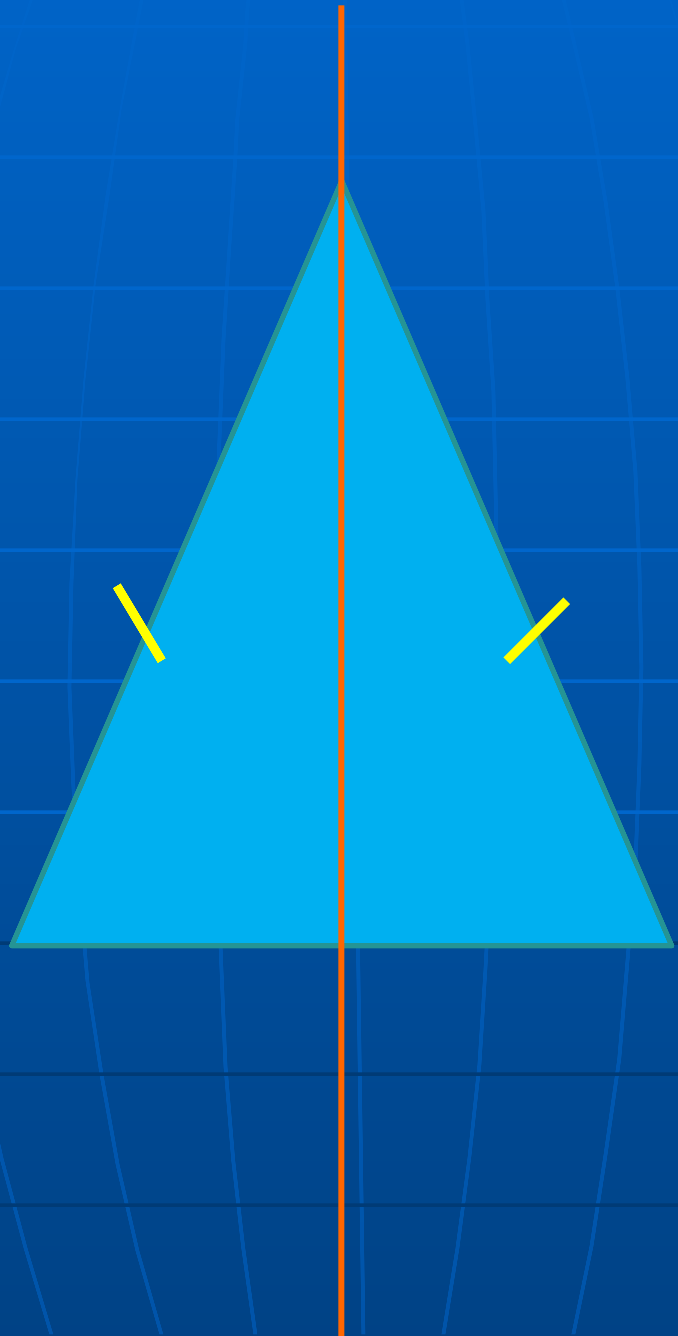
Круг

Сложные

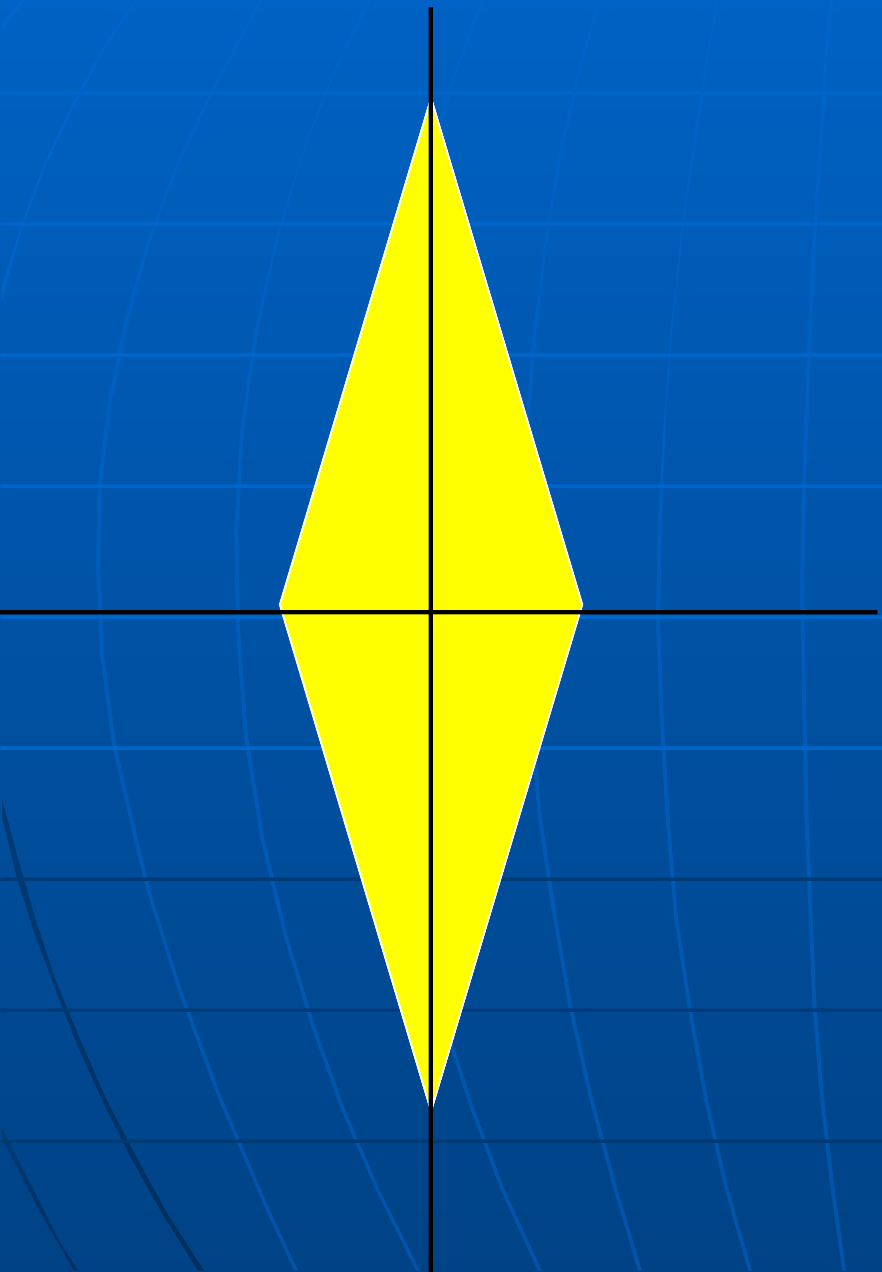
примеры

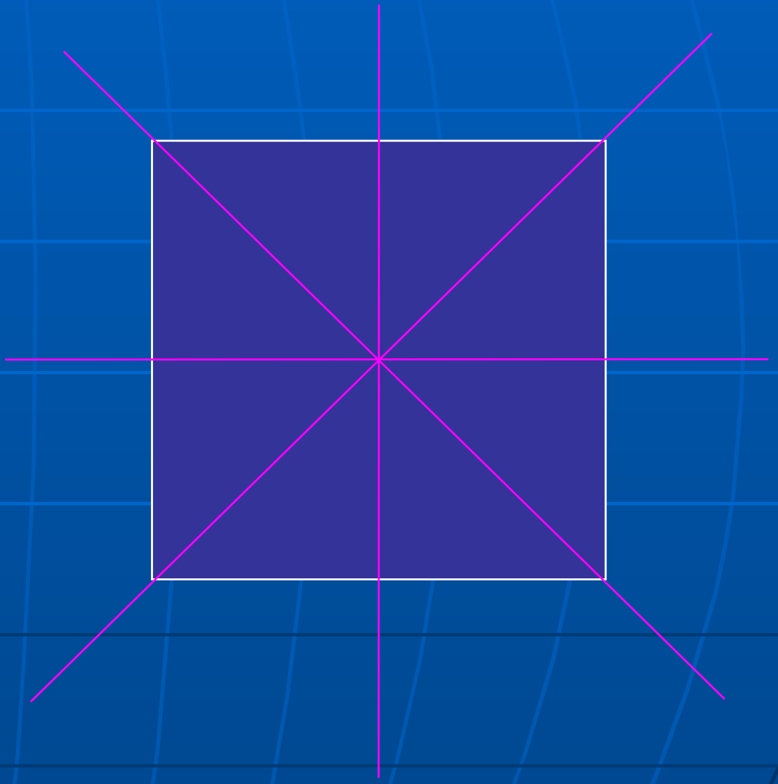


НАЗАД

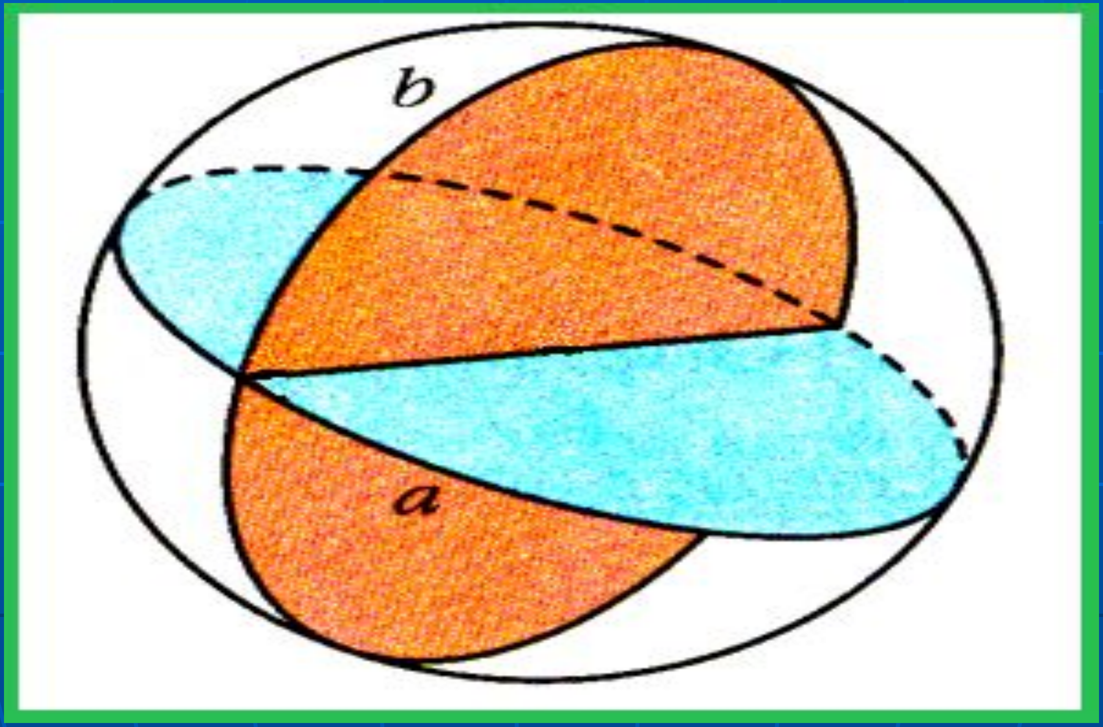


НАЗАД

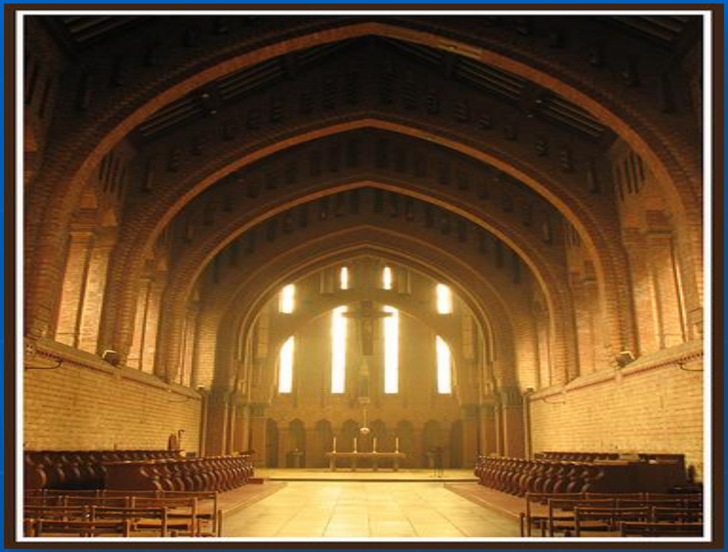


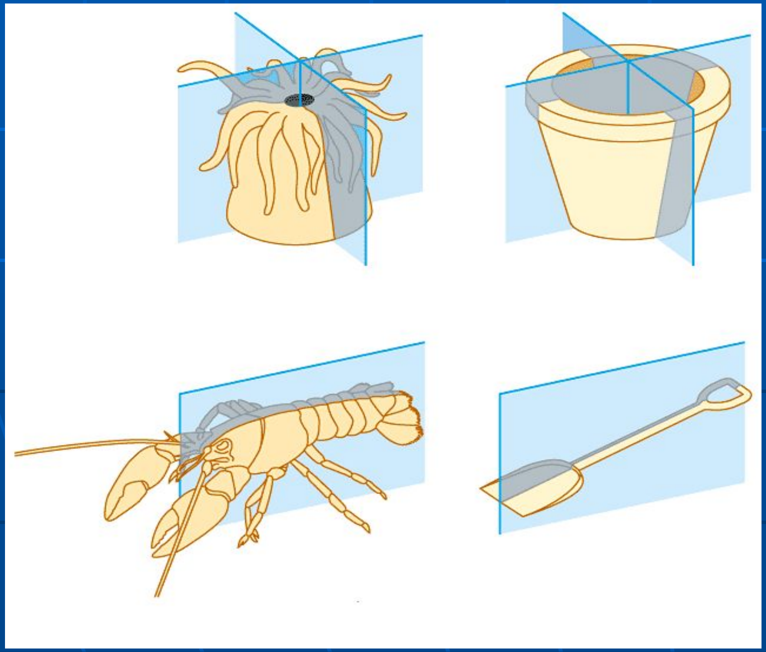


НАЗАД



НАЗАД





НАЗАД

- Найдите координаты точек, в которые переходят точки A(0;1;2) , B(3;-1;4) , C(1;0;-2) при: осевой симметрии относительно координатных осей.

Дано: A(0;1;2) , B(3;-1;4) , C(1;0;-2)

Найти: A_1 , B_1 , C_1

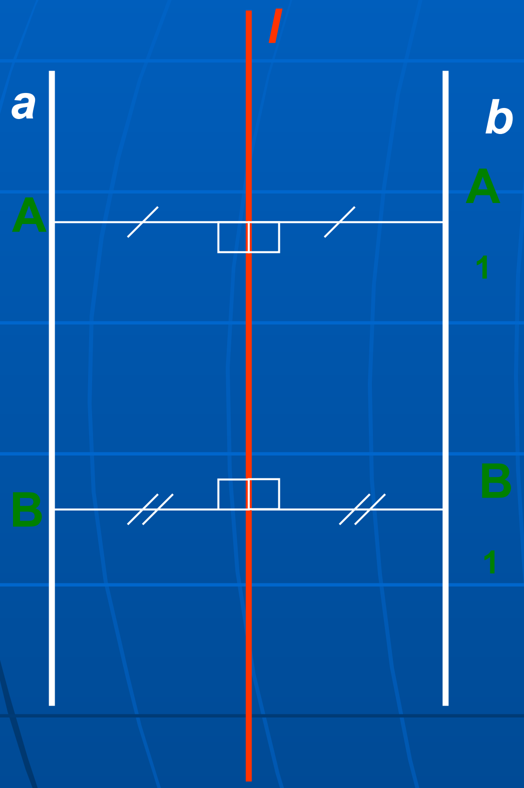
Решение : Выберим произвольную ось симметрии Oz.Если т-и не лежат на оси симметрии ,то ось Oz проходит ч/з середину отрезка AA_1 , BB_1 и CC_1 $\perp$ к ним =>

$x_1=-x$ и $y_1=-y$ и $z_1=z$ =>

A(0;-1;2), B(-3;1;4), C(-1;0;-2)

Ответ: A(0;-1;2), B(-3;1;4), C(-1;0;-2)

Докажите, что при осевой симметрии плоскости прямая, параллельная оси симметрии, отображается на прямую, параллелью оси симметрии



Дано: *l* – ось симметрии,

a ║ *l*,

Доказать: b ║ *l*

Доказательство:

Если a II l, то симметричная прямая b тоже II l,

при осевой симметрии сохраняется расстояние между точками: АА1 перпендикулярно l; ВВ1 перпендикулярно l, следовательно b II a;

Так как a II l; a II b, то есть b II l. ч. т. д.

НАЗАД