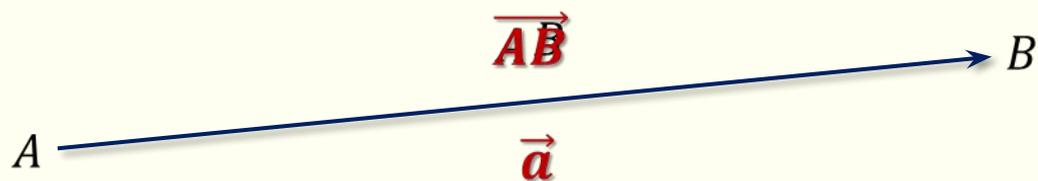


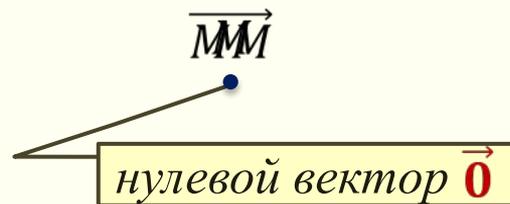
# Понятие вектора

**Определение.** Отрезок, для которого указано, какой из его концов является началом, а какой — концом, называется вектором.



Длина ненулевого вектора  $\overrightarrow{AB}$  равна *длине отрезка*  $AB$ .

$$|\overrightarrow{AB}| = AB$$

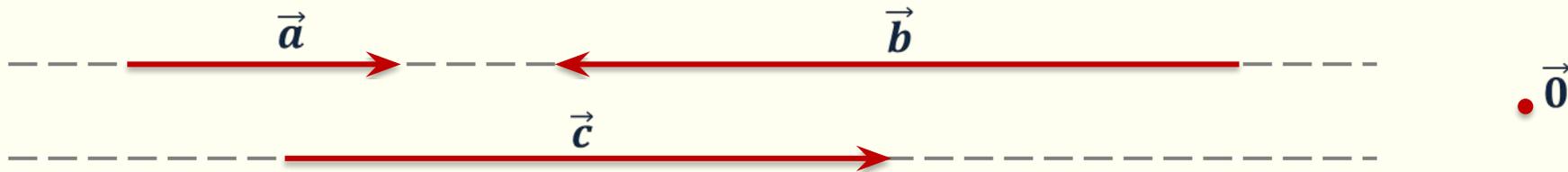


Длина нулевого вектора равна  $0$ .

$$|\vec{0}| = 0$$

Ненулевые векторы называются **коллинеарными**,  
если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Нулевой вектор коллинеарен любому вектору.



Коллинеарные векторы,  
имеющие одинаковые направления,  
называют **сонаправленными**.

$$\vec{a} \uparrow \vec{c} \quad \vec{0} \uparrow \vec{a} \quad \vec{0} \uparrow \vec{b} \quad \vec{0} \uparrow \vec{c}$$

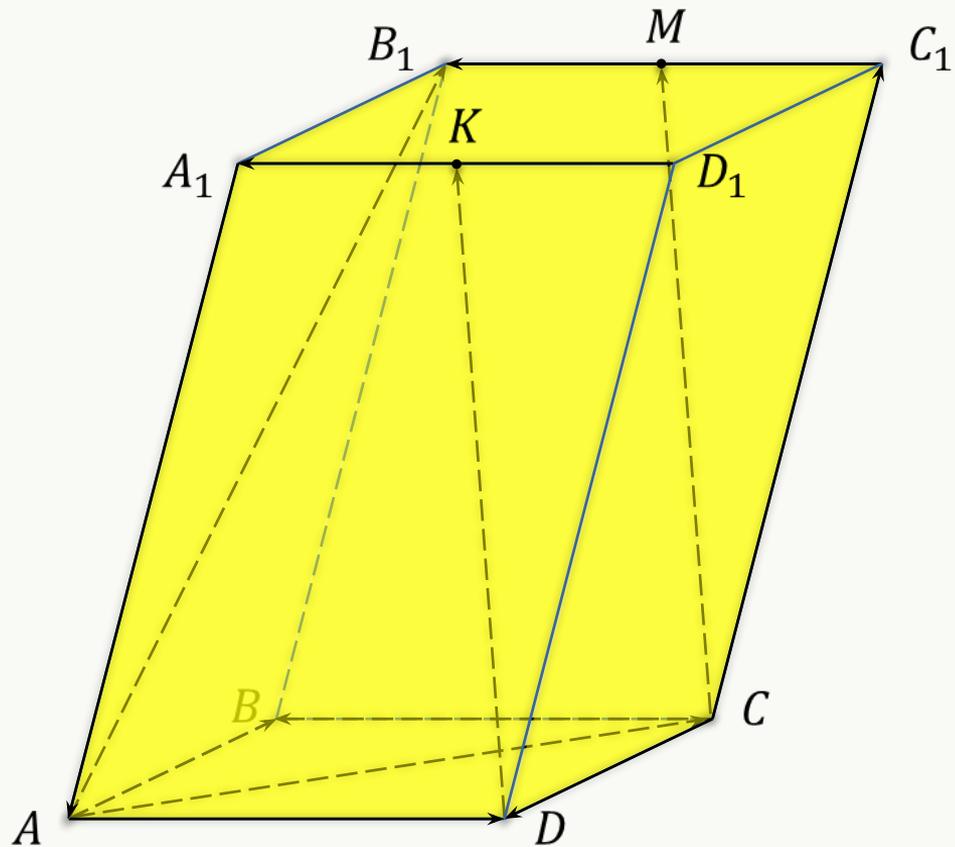
Коллинеарные векторы,  
имеющие противоположные направления,  
называют **противоположно направленными**.

$$\vec{a} \uparrow \vec{b} \quad \vec{b} \uparrow \vec{c}$$

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

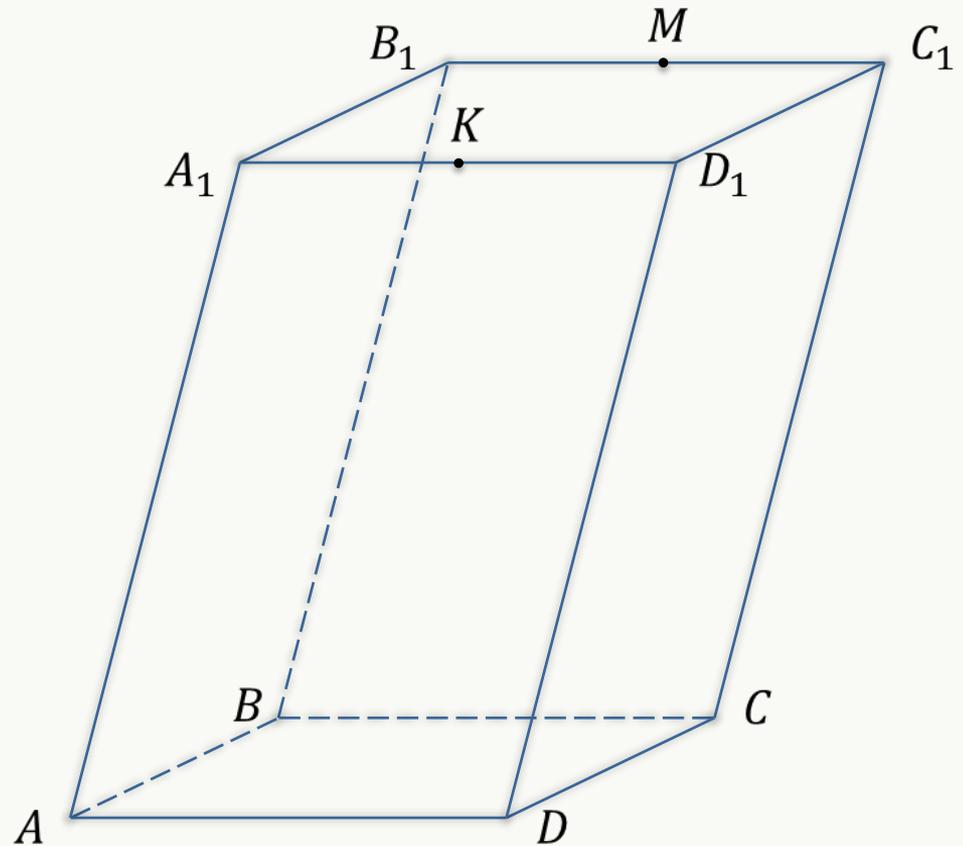
Противоположно направленные:



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

Противоположно направленные:

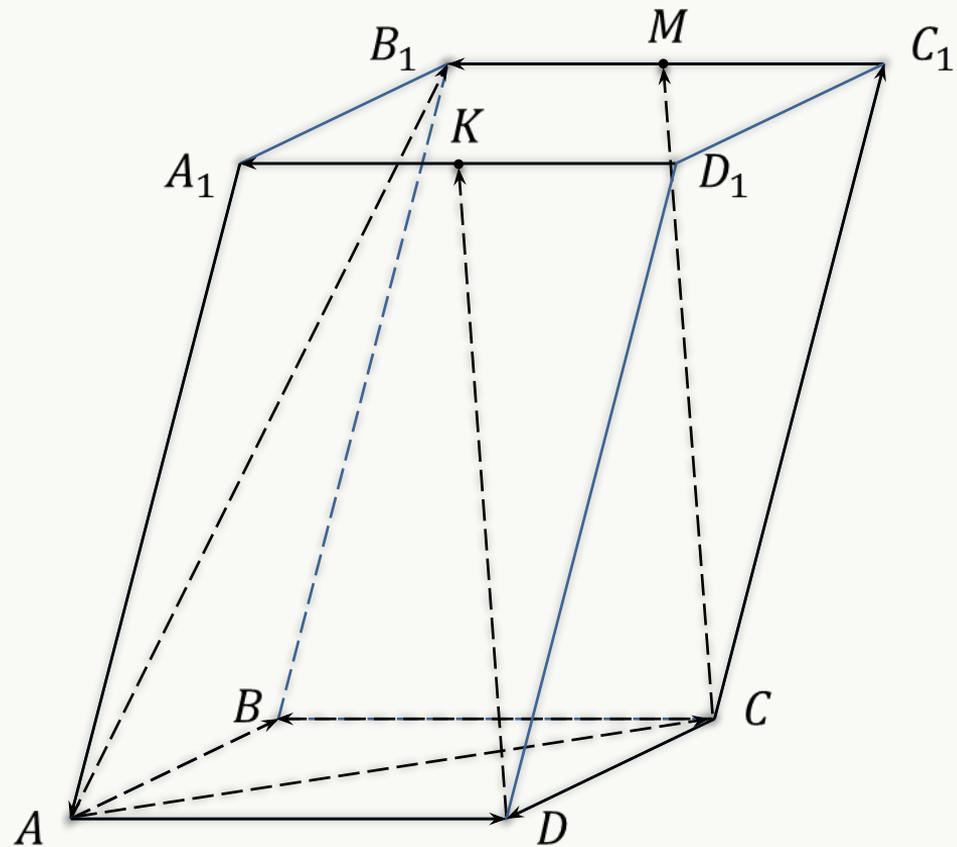


$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \updownarrow \overrightarrow{C C_1}$$





$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \parallel \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \parallel \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{C_1 B_1}$$

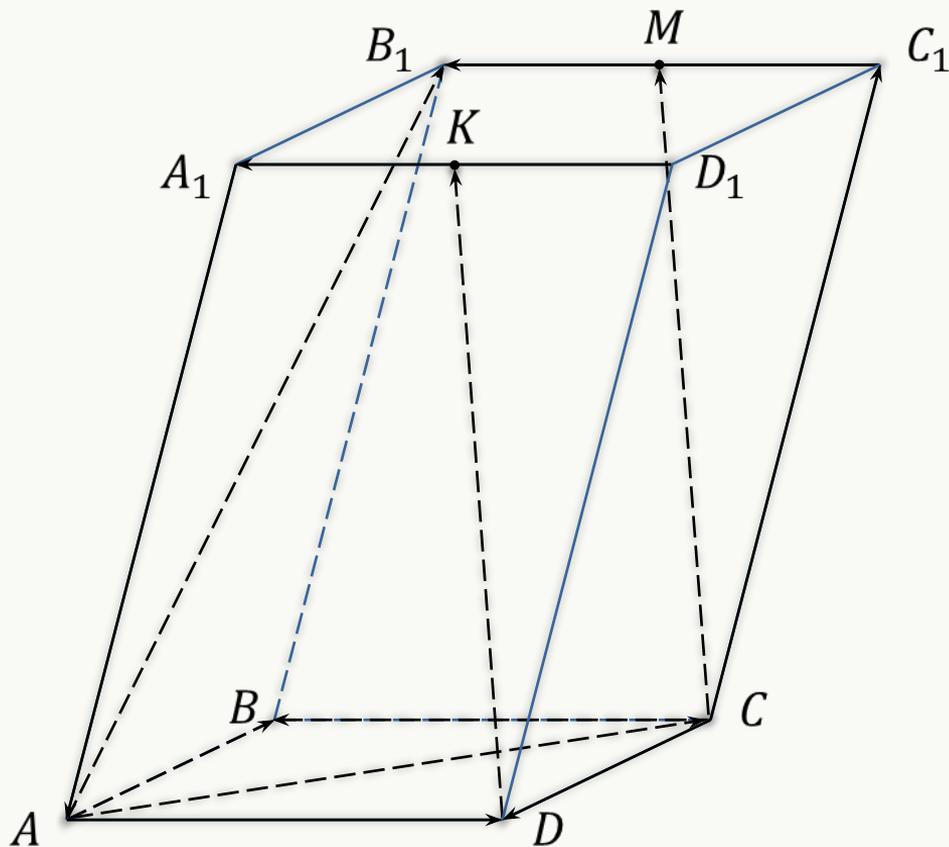
Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \updownarrow \overrightarrow{C C_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \updownarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \updownarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \updownarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

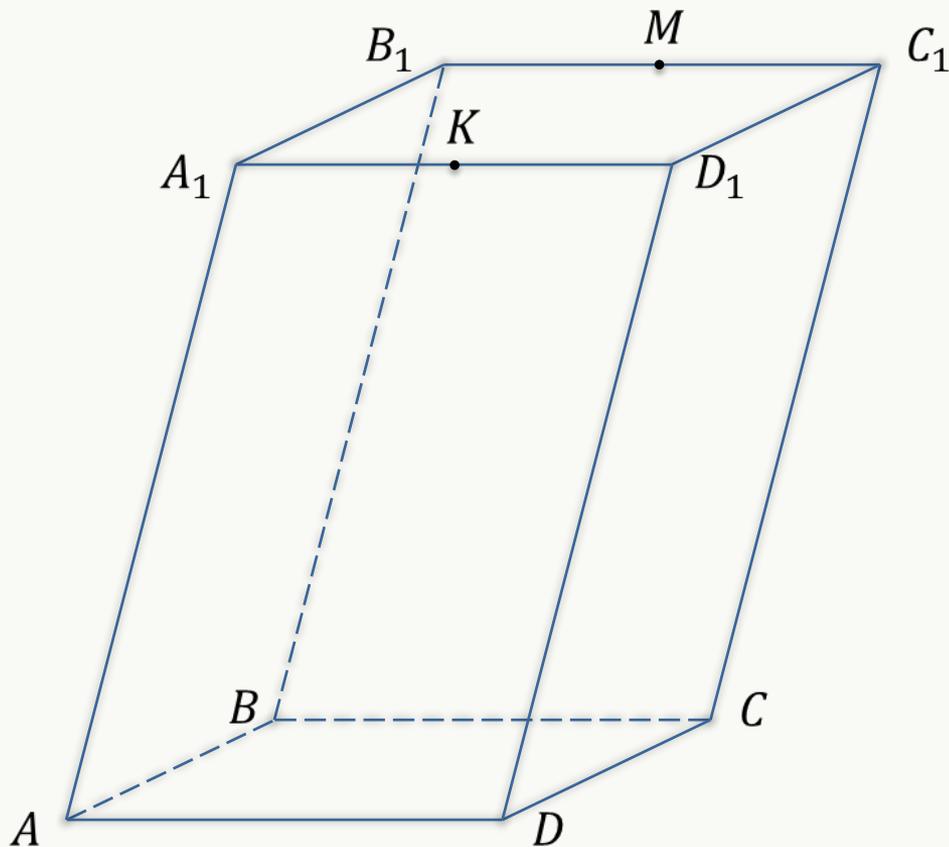
Противоположно направленные:

$$\overrightarrow{A_1 A} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CC_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

Противоположно направленные:

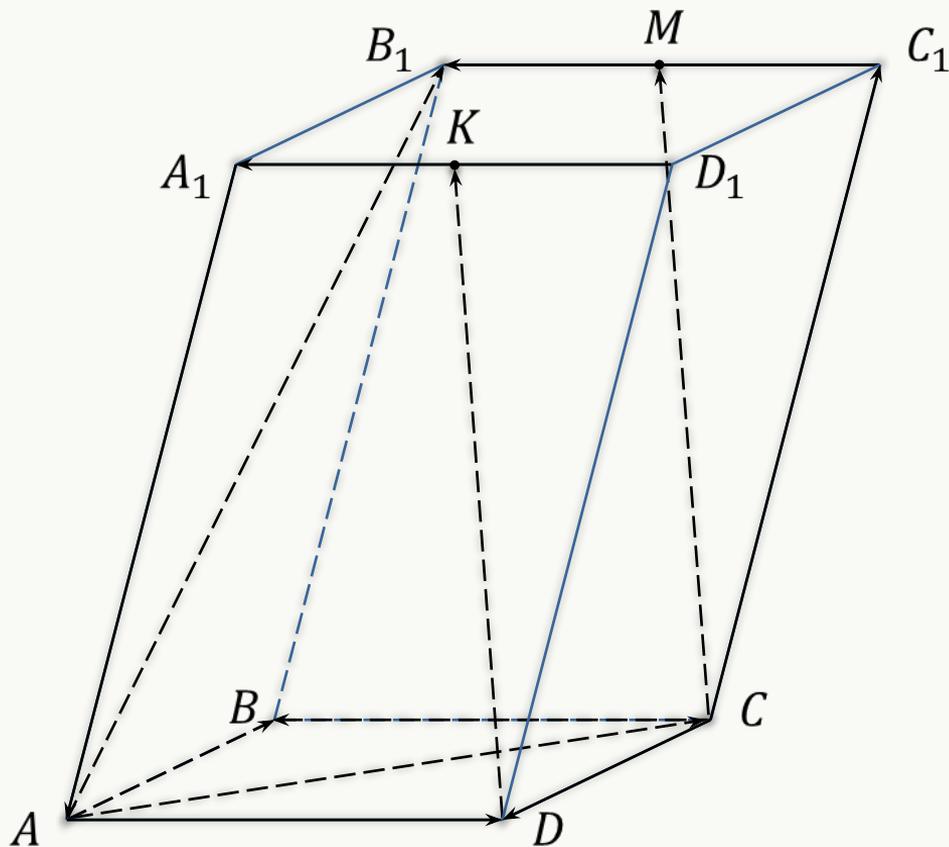
$$\overrightarrow{A_1 A} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C C_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD}$$



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед

Сонаправленные:

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{D_1 A_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{DK} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CM}$$

Противоположно направленные:

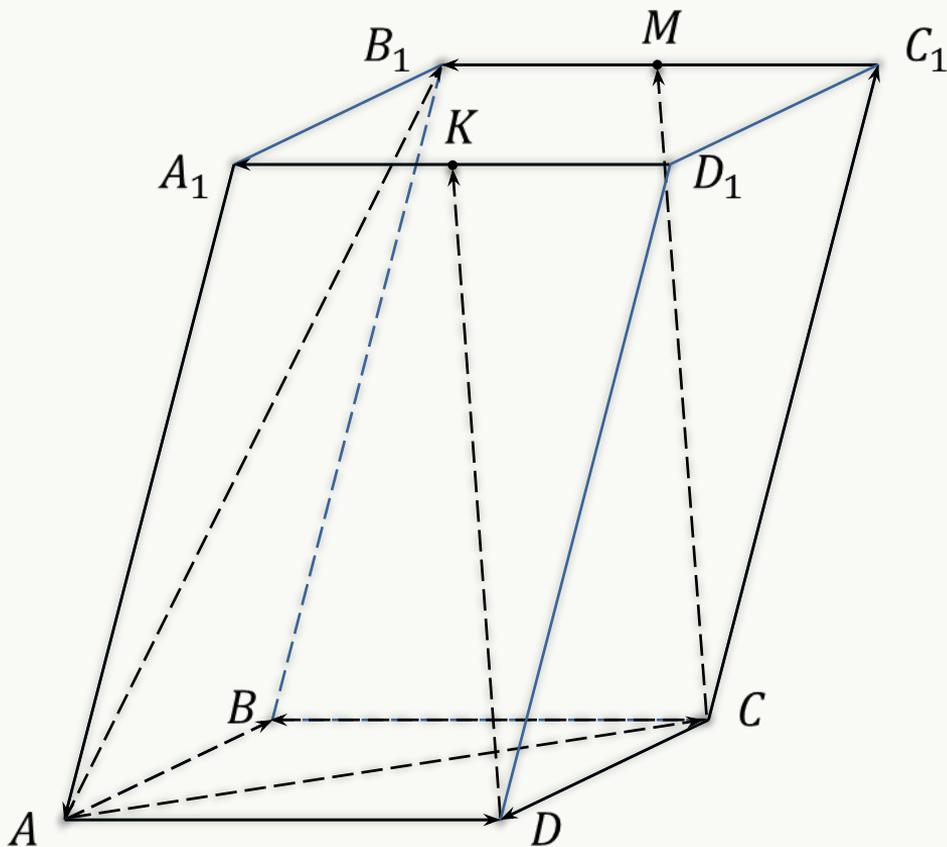
$$\overrightarrow{A_1 A} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CC_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1 A_1}$$

$$\overrightarrow{AD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{C_1 B_1}$$

$$\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD}$$



**Задача №1.**  $ABCD$  – тетраэдр. Точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  являются серединами сторон  $AC$ ,  $BC$  и  $CD$ .  
 $AB = 3$  см,  $BC = 4$  см, а  $BD = 5$  см. Определить длины векторов:

а)  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{NM}$ ,  $\overrightarrow{BN}$ ,  $\overrightarrow{NK}$ ;

б)  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{NC}$ ,  $\overrightarrow{KN}$ .

**Решение.**

а)  $|\overrightarrow{AB}| = AB = 3$  см

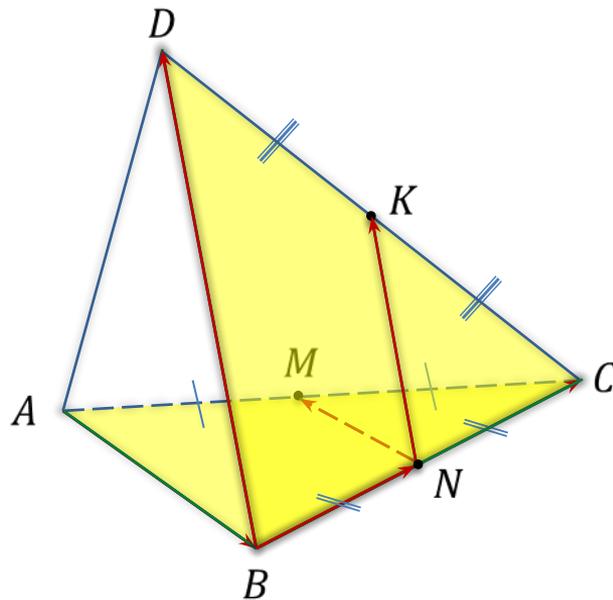
$$|\overrightarrow{BC}| = BC = 4 \text{ см}$$

$$|\overrightarrow{BD}| = BD = 5 \text{ см}$$

$$|\overrightarrow{NM}| = NM = \frac{1}{2} AB = 1,5 \text{ см}$$

$$|\overrightarrow{BN}| = BN = \frac{1}{2} BC = 2 \text{ см}$$

$$|\overrightarrow{NK}| = NK = \frac{1}{2} BD = 2,5 \text{ см}$$



**Задача №2.**  $ABCD$  – тетраэдр. Точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  являются серединами сторон  $AC$ ,  $BC$  и  $CD$ .  
 $AB = 3$  см,  $BC = 4$  см, а  $BD = 5$  см. Определить длины векторов:

а)  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{NM}$ ,  $\overrightarrow{BN}$ ,  $\overrightarrow{NK}$ ;

б)  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{NC}$ ,  $\overrightarrow{KN}$ .

**Решение.**

а)  $|\overrightarrow{AB}| = AB = 3$  см

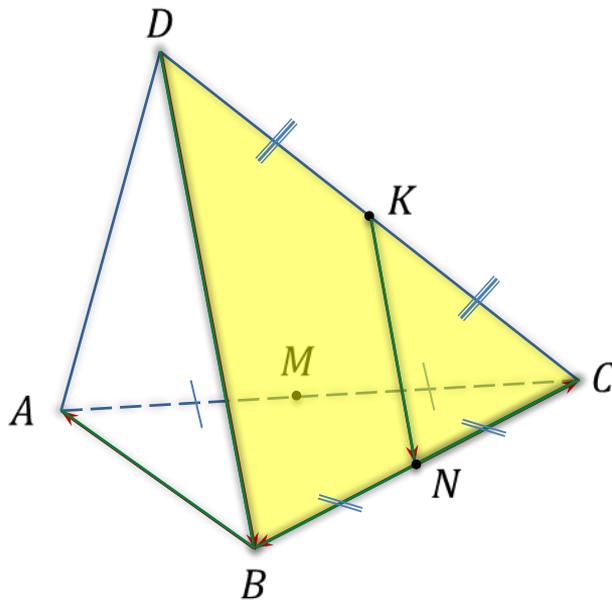
$|\overrightarrow{BC}| = BC = 4$  см

$|\overrightarrow{BD}| = BD = 5$  см

$|\overrightarrow{NM}| = NM = \frac{1}{2}AB = 1,5$  см

$|\overrightarrow{BN}| = BN = \frac{1}{2}BC = 2$  см

$|\overrightarrow{NK}| = NK = \frac{1}{2}BD = 2,5$  см



б)  $|\overrightarrow{CB}| = CB = 4$  см

$|\overrightarrow{BA}| = BA = 3$  см

$|\overrightarrow{DB}| = DB = 5$  см

$|\overrightarrow{NC}| = NC = \frac{1}{2}BC = 2$  см

$|\overrightarrow{KN}| = KN = \frac{1}{2}BD = 2,5$  см

**Задача №3.** Измерения прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равны соответственно 8 см, 9 см и 12 см. Найти длины векторов:

а)  $\overrightarrow{CC_1}$ ,  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ;

б)  $\overrightarrow{DC_1}$ ,  $\overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{DB_1}$ .

**Решение.**

а)  $|\overrightarrow{CC_1}| = CC_1 = 12$  см

$$|\overrightarrow{CB}| = CB = 8$$
 см

$$|\overrightarrow{CD}| = CD = 9$$
 см

б)  $|\overrightarrow{DC_1}| = DC_1 = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$  см

$$|\overrightarrow{DB}| = DB = \sqrt{8^2 + 9^2} = \sqrt{145}$$
 см

$$|\overrightarrow{DB_1}| = DB_1 = \sqrt{8^2 + 9^2 + 12^2} = \sqrt{289} = 17$$
 см

