Понятия стереометрии

В аксиомах стереометрии выражены основные свойства неопределяемых понятий: точки, прямой, плоскости и расстояния.

Система аксиом состоит из аксиом

планиметрии и стереометрии

В планиметрии характеризуется взаимное расположение точек и прямых на плоскости.

В стереометрии характеризуется взаимное расположение точек, прямых, плоскостей в пространстве.

Аксиома

от греч. axíõma – принятие положения

исходное положение научной теории, принимаемое без доказательства

Аксиомы планиметрии

1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки

2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой

3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.

Аксиомы стереометрии

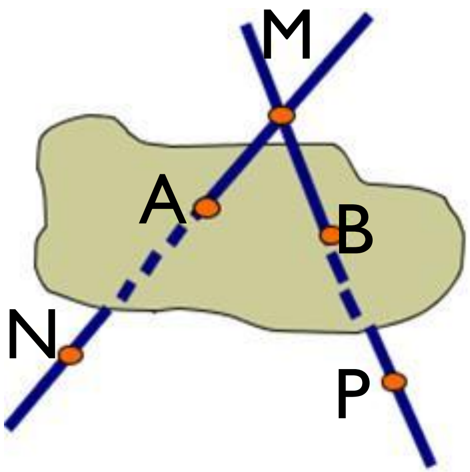
А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна

А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости

А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Ясно, что в каждой плоскости лежат какие-то точки пространства, но не все точки пространства лежат в одной и той же плоскости.

Как же это можно увидеть в реальном мире?



$A \in \beta$, $B \in \beta$, $M \notin \beta$, $N \notin \beta$, $P \notin \beta$

Капельки воды находятся на ее поверхности, а капельки гейзера - в пространстве

Птицы, летающие в небе, не принадлежат плоскости земли. А если устанут, то снова приземляться.

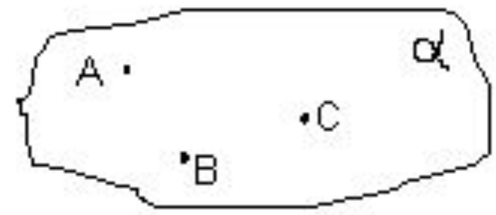
АКСИОМЫ

Аксиома 1.

В пространстве существуют плоскости.

Через каждые три точки пространства проходит плоскость.

1) $\exists\alpha\subset M$ **и** $\exists\beta\subset M$;
2) $\forall\{A, B, C\}\subset M\ \exists\alpha \mid \{A, B, C\}\subset\alpha$



Вопросы

1) Зачем первая часть аксиомы при наличии второй?

Каким утверждением ее можно было заменить?

2) Является ли множество M конечным или бесконечным?

3) Верно ли, что через каждые одну или две точки пространства проходит плоскость?

4) Докажите, что в пространстве через каждые две точки проходит прямая.

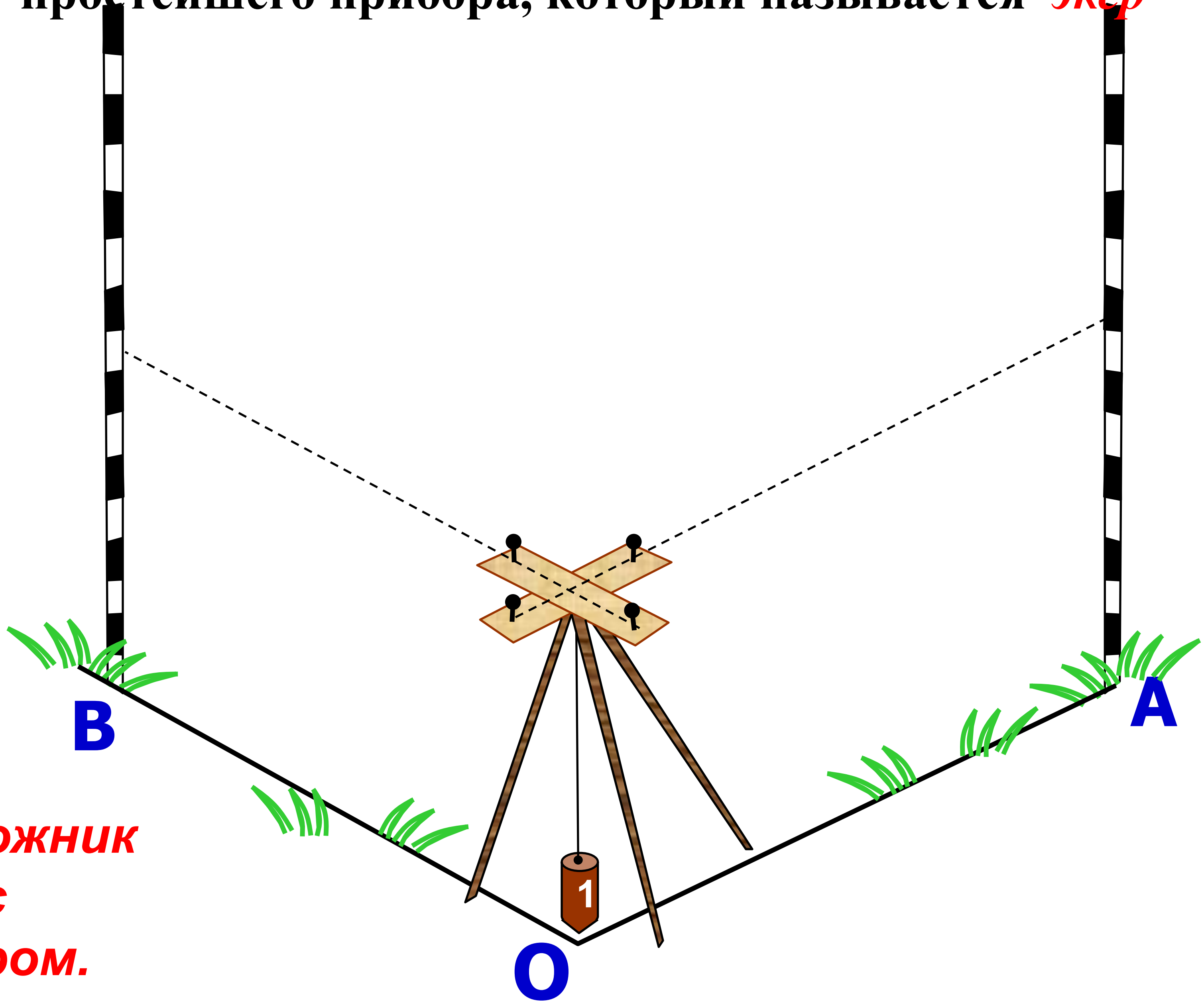
Следует ли отсюда, что прямые в пространстве можно обозначать (AB), (CD), ..., как в планиметрии?

Иллюстрации к аксиоме A_1 из жизни.

Для видеокамеры, фотосъемки и для других приборов часто используют штатив – треногу. Три ножки штатива устойчиво расположатся на любом полу в помещениях, на асфальте или прямо на газоне на улице, на песке на пляже или в траве в лесу. Три ножки штатива всегда найдут плоскость.

Табурет с тремя ножками всегда идеально встанет на пол и не будет качаться. У табурета с четырьмя ножками бывают проблемы с устойчивостью, если ножки стула не одинаковые по длине. Табурет качается, т. е. опирается на три ножки, а четвертая ножка (четвертая «точка») не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.

Построение ***прямых углов*** **на местности с помощью простейшего прибора, который называется** ***экер***



Треножник с экером.

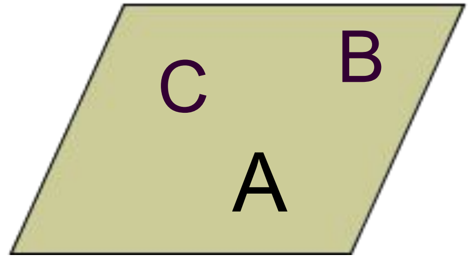
Через три точки

Через три точки

Через три точки

Аксиома1

Через любые три точки , не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

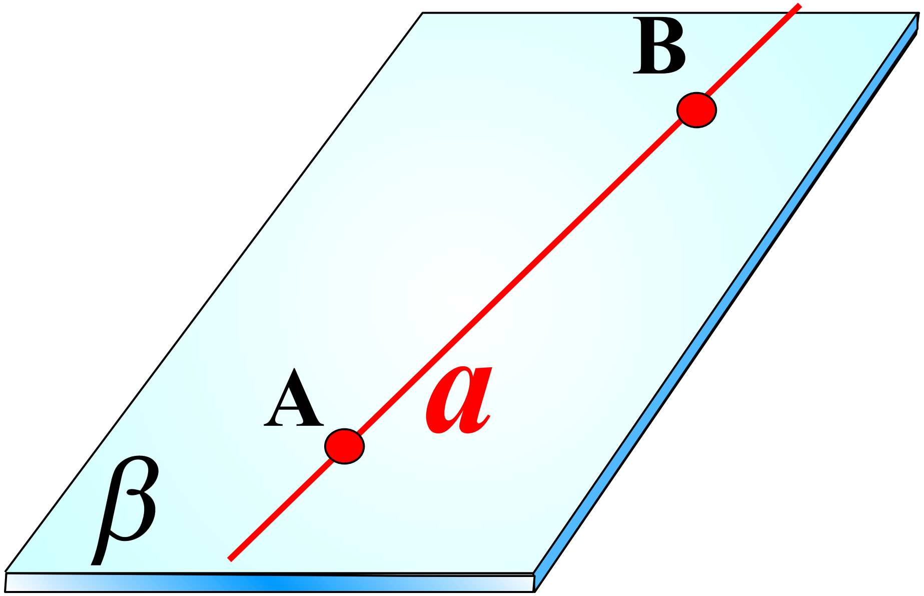


Оказывается, мотоцикл принимает устойчивое положение в случае третьей ноги

Официант держит поднос на трех пальцах

Любое переносное устройство (столик, табурет, подставка для фотоаппарата), чтобы оно устойчиво стояло на плоскости, делают на трех опорах. Это обеспечивает единственность плоскости. Вот почему легче научиться ездить на трехколесном велосипеде

A_2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

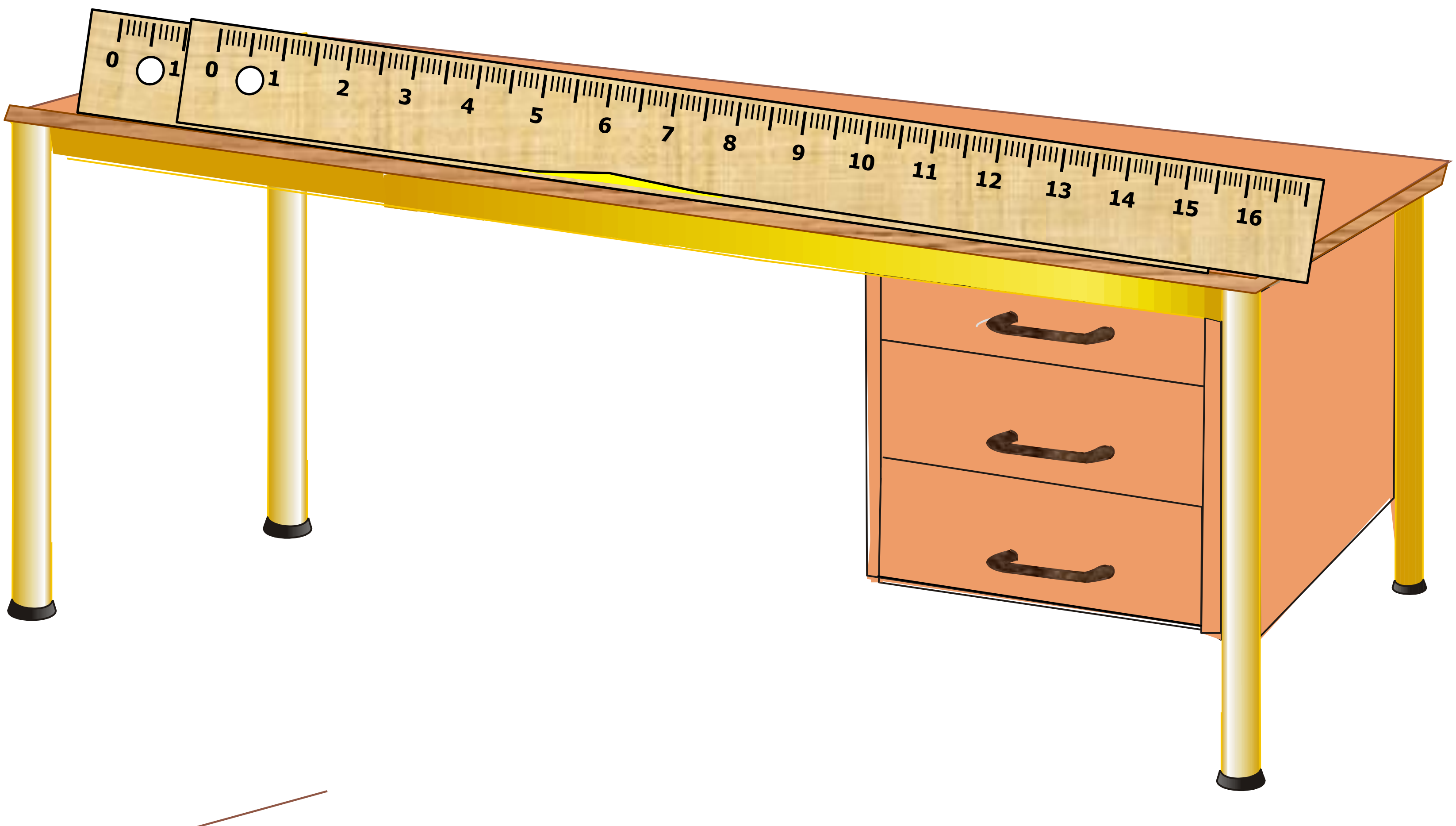


$$A \in \beta$$

$$B \in \beta$$

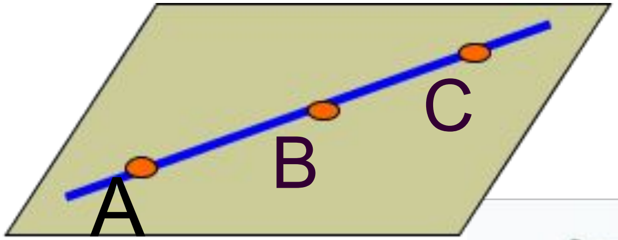
$$a \subset \beta$$

Свойство, выраженное в аксиоме A_2, используется для проверки «ровности» чертежной линейки. Линейку прикладывают краем к плоской поверхности стола. Если край линейки ровный, то он всеми своими точками прилегает к поверхности стола. Если край неровный, то в каких-то местах между ним и поверхностью стола образуется просвет.



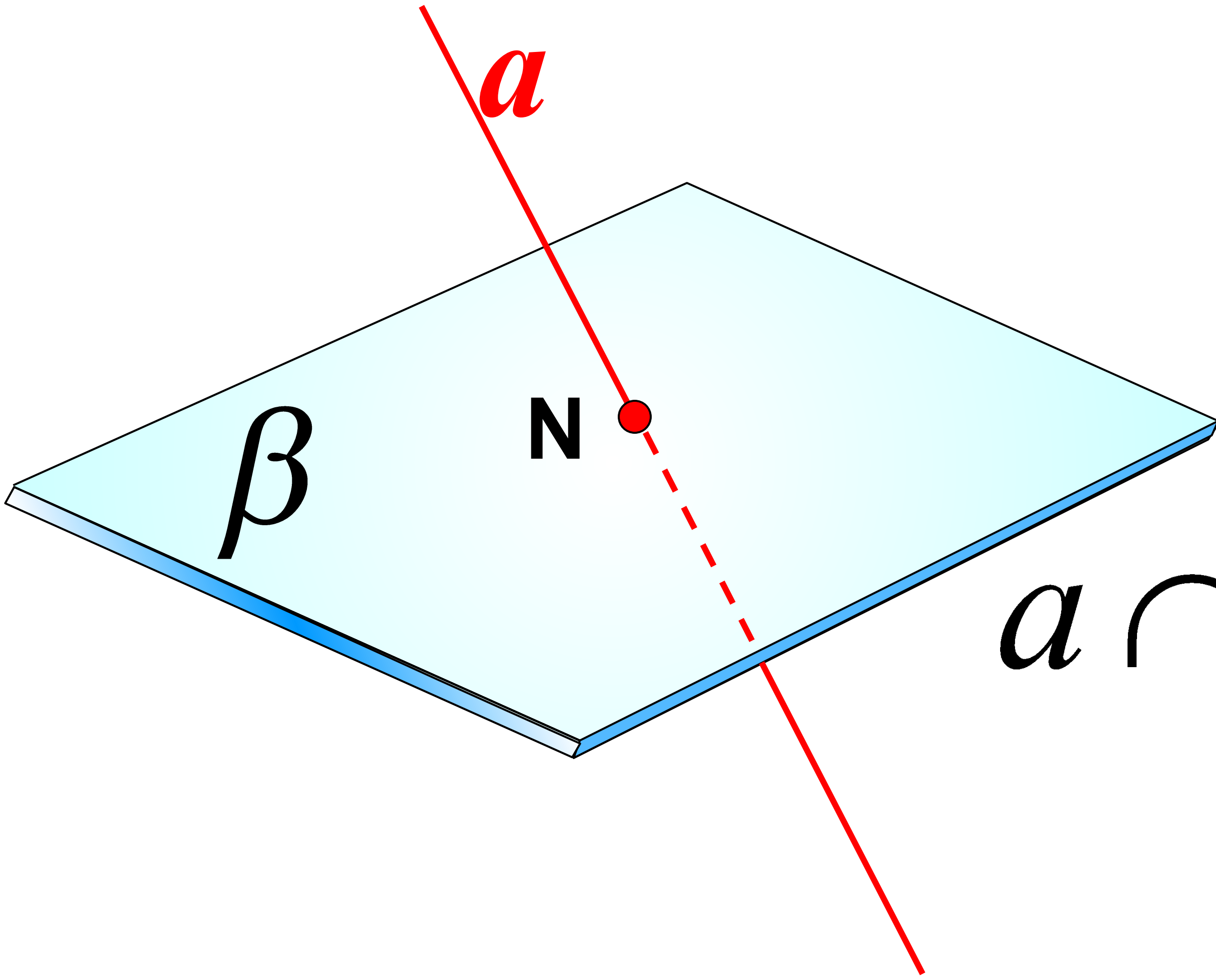
Аксиома2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости



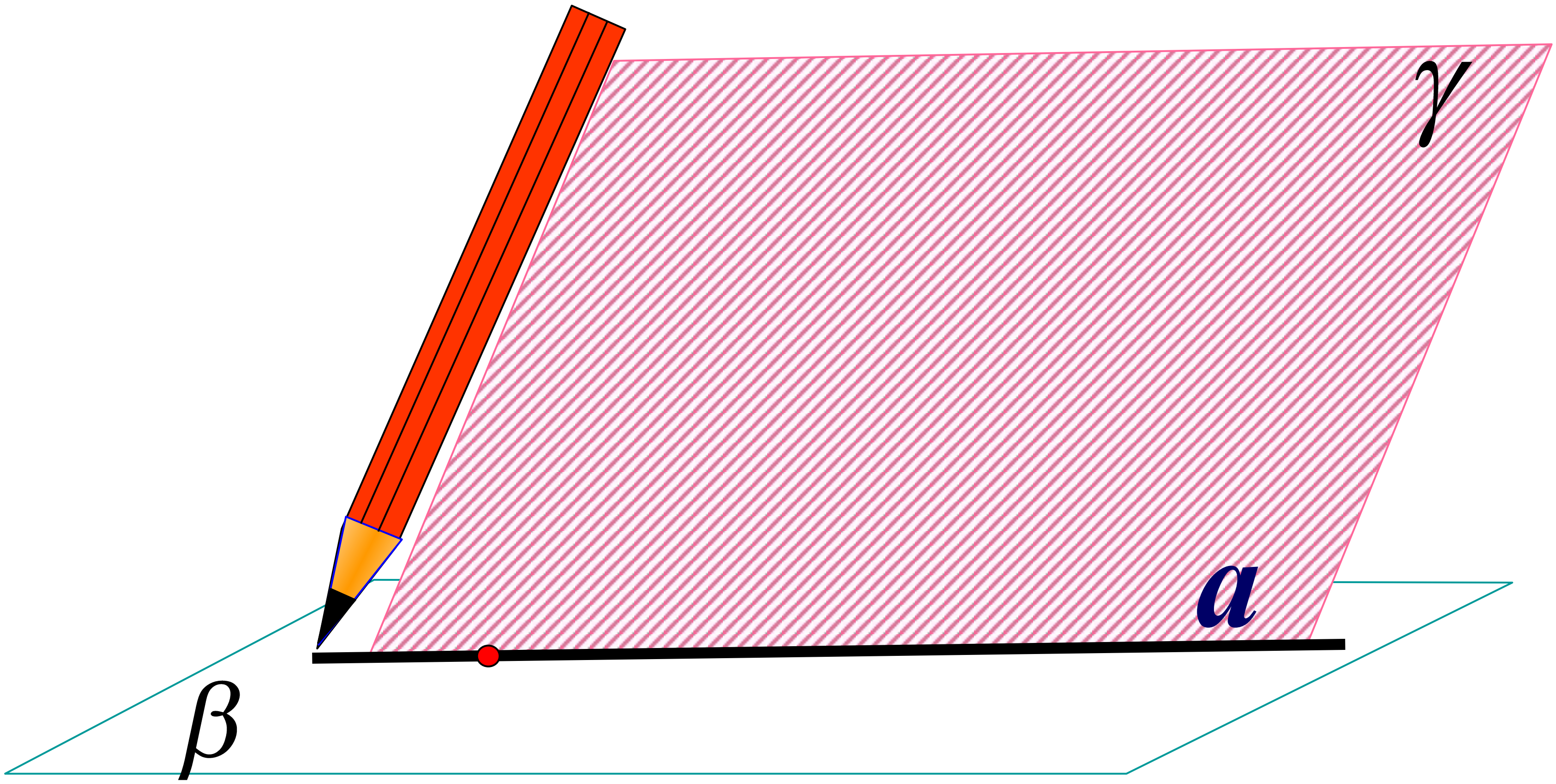
Поэтому можно развешивать на стенах картины или другие предметы. По принципу этой аксиомы происходит размещение вещей на вешалках

Из аксиомы A_2 следует, что если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.



$$a \cap \beta = N$$

A_3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



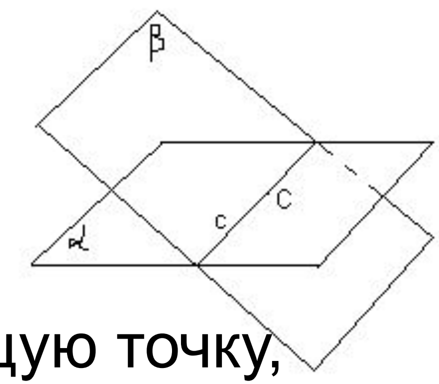
В этом случае говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

$$\beta \cap \gamma = a$$

Аксиома 2.

Если две различные плоскости имеют общую точку, то их пересечением является прямая.

C∈α, C∈β ⇒ α □ β = c



Почему C∈c?

Определение.

Две различные плоскости, имеющие общую точку, называются **пересекающимися**.

1)Докажите, что ∀α ∃X∉α

2)Докажите существование пересекающихся плоскостей

Определение.

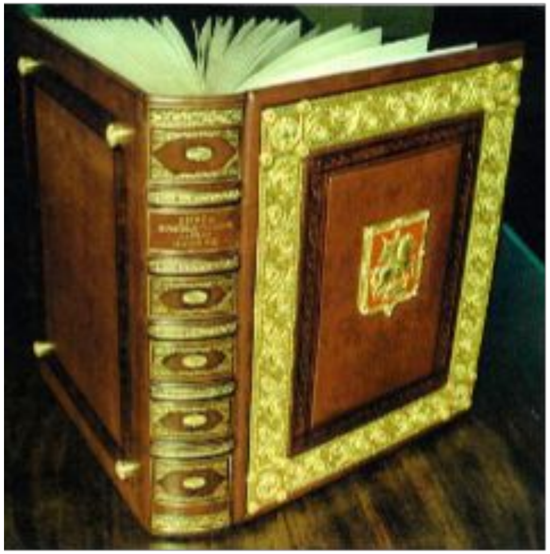
Сечением фигуры F плоскостью α называется их пересечение.

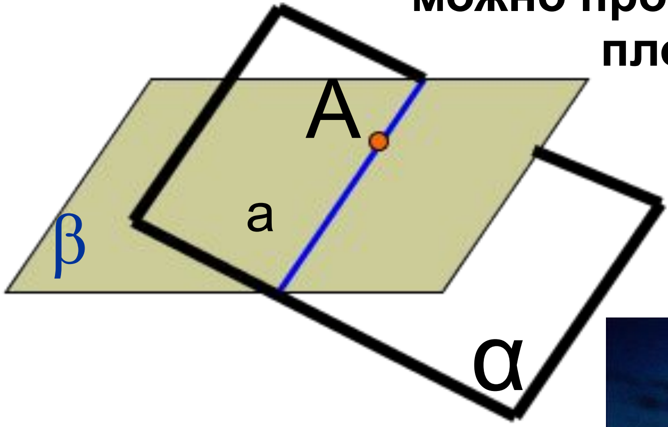

Наглядной иллюстрацией аксиомы A_3
является пересечение двух смежных стен, стены
и потолка классной комнаты.

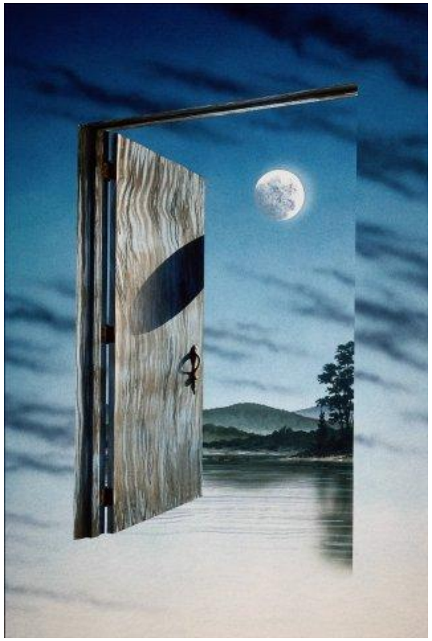
Аксиома3

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

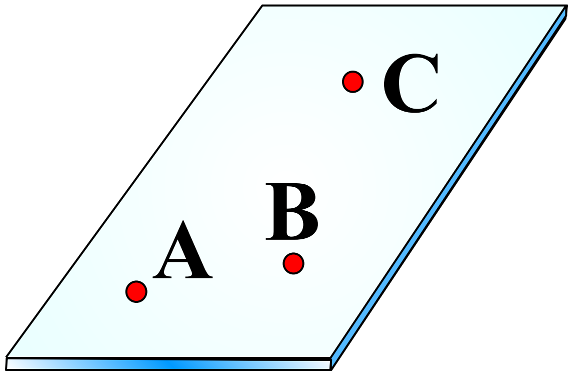
Получили, что через прямую можно провести множество плоскостей.



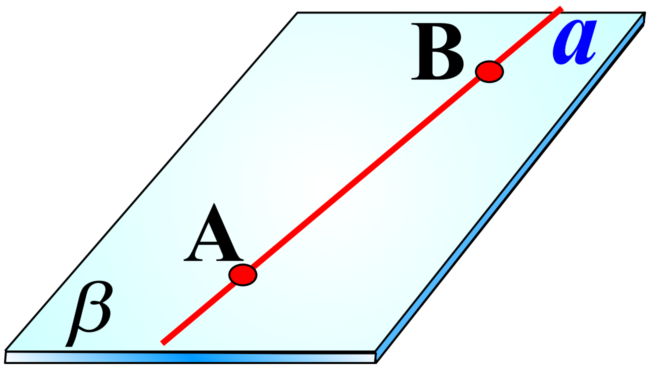




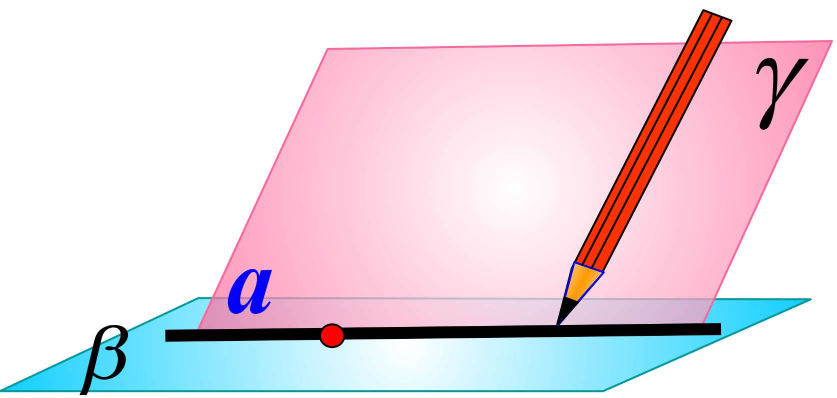
Потому в книге все листы подшиты к одной прямой, а двери, висячие на петлях, можно открывать



A_1.
Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



A_2.
Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

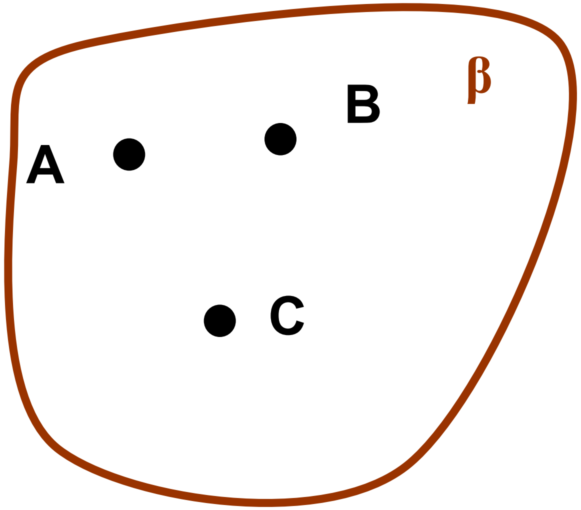


A_3.
Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Аксиомы стереометрии описывают:

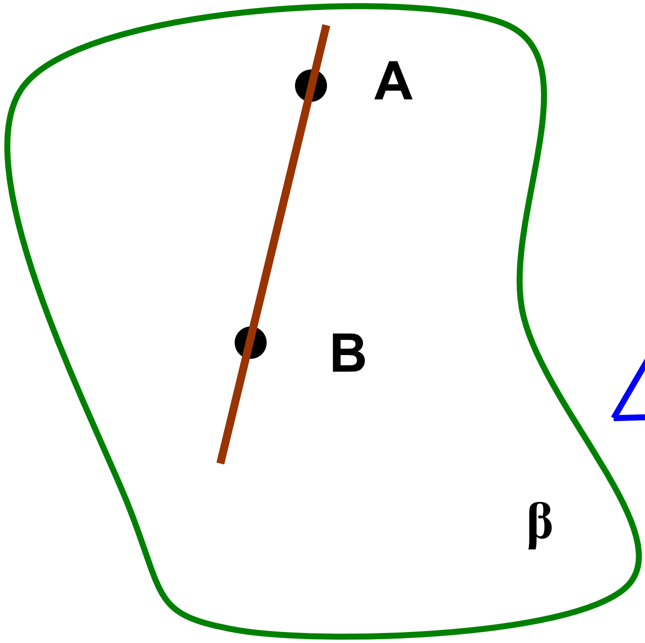
А1.

Способ задания плоскости.



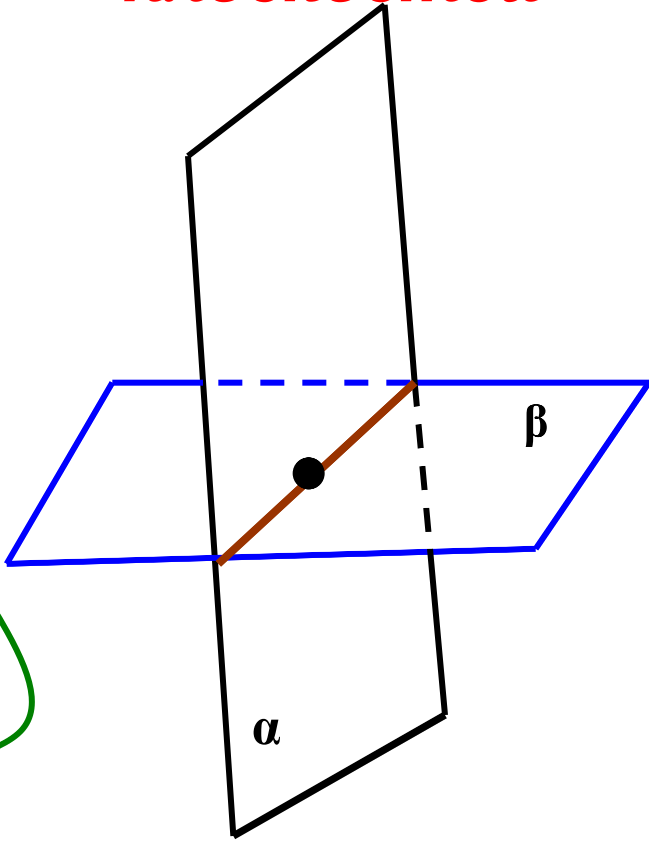
А2.

Взаимное расположение прямой и плоскости



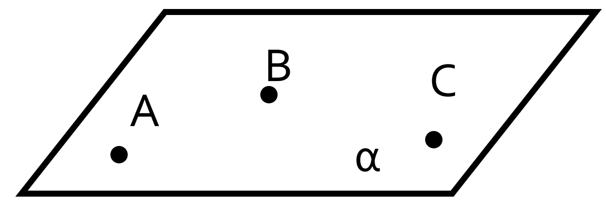
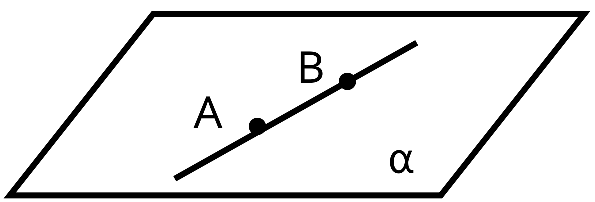
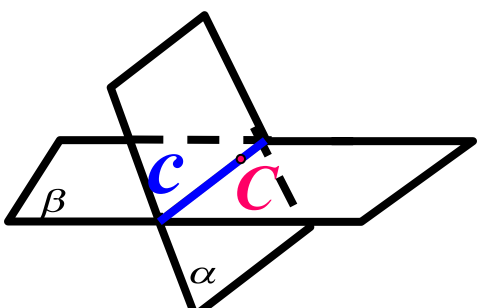
А3.

Взаимное расположение плоскостей



СТЕРЕОМЕТРИИ

В любой плоскости пространства справедливы все аксиомы и теоремы планиметрии.

Чертеж	запись	формулировка
	**A, B, C ∉ одной прямой** **A, B, C ∈ α** **α - единственная плоскость**	**A_1** **Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.**
	**A, B ∈ α, AB ∈ α**	**A2** **Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.**
	**C ∈ α, β;** **α ∩ β = c;** **C ∈ c.**	**A3** **Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.**