



Последняя цифра степени

Какими цифрами могут оканчиваться числа, получающиеся при возведении в степень числа 2?

2^n	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5
Последняя цифра степени	2	4	8	6	2

Через четыре шага последняя цифра повторяется.

$$2012^{2012} = 2^{2012} \cdot 503^{2012} = 2^4 \cdot 503^{2012}$$

Последняя цифра **6**.

Какой цифрой оканчивается сумма

$$54^{35} + 28^{21} ?$$

$$4^1 \quad 4$$

$$4^2 \quad 6$$

$$4^3 \quad 4$$

$$8^1 \quad 8$$

$$8^2 \quad 4$$

$$8^3 \quad 2$$

$$8^4 \quad 6$$

$$8^5 \quad 8$$

$$54^{35}$$

$$4^{35}$$

$$35 = 2 \cdot 17 + 1 \quad 4^1$$

Последняя цифра 4.

$$28^{21}$$

$$8^{21}$$

$$21 = 4 \cdot 5 + 1 \quad 8^1$$

Последняя цифра 8.

$$4 + 8 = 12$$

Последняя цифра данной суммы 2.

Докажите, что значение выражения

$$11^{11} + 12^{12} + 13^{13} \text{ кратно } 10.$$

$$11^{11}$$

2^1 2	12^{12}	3^1 3	13^{13}
2^2 4		3^2 9	
2^3 8	2^{12}	3^3 7	3^{13}
2^4 6	2^4	3^4 1	3^1
1	6	3^5 3	3
$1 + 6 + 3 = 10$ Последняя цифра данной суммы 0 .			

Значит, значение данного выражения кратно **10**.

Докажите, что число $2^{2000} + 2^{1999} + 1$ составное.

2^1	2	2^{2000}	$2000 = 4 \cdot 500$	2^4
2^2	4			Последняя цифра 6.
2^3	8			
2^4	6	2^{1999}	$1999 = 4 \cdot 499 + 3$	2^3
2^5	2			Последняя цифра 8.
$6 + 8 + 1 = 15$ Последняя цифра данной суммы 5.				

Значит, данное число кратно 5, т.е. составное.

На доске написано число 8^{2008} .

У этого числа вычислили сумму его цифр, у полученного числа вновь вычислили сумму его цифр и т.д. до тех пор, пока не получилось однозначное число. Что это за число?

$$8^1 \quad 8 \quad \quad \quad 8$$

$$8^2 \quad 64 \quad \quad 6 + 4 = 10 \quad 1 + 0 = 1 \quad 1$$

$$8^3 \quad 512 \quad \quad 5 + 1 + 2 = 8 \quad 8$$

$$8^4 \quad 4096 \quad \quad 4 + 9 + 6 = 19 \quad 1 + 9 = 10 \quad 1 + 0 = 1 \quad 1$$

$$2008 = 2 \cdot 1004$$

Ответ: 1

Примечание:

1-й слайд является иллюстрацией к вопросу о последней цифре степени числа 2. Здесь приводится также пример, как определить последнюю цифру числа 2^{2012} , а с его помощью и последнюю цифру числа 2012^{2012} .

На следующих слайдах представлены элементы решения некоторых задач, представленных в работе.

Все необходимые комментарии вы найдёте в самой работе.