

«ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ на основе свойств монотонности»

АВТОР проекта: **Зародов Никита Евгеньевич**,
ученик 10-А класса МОУ «СОШ №21», г. Подольск, МО

РУКОВОДИТЕЛЬ проекта: **Буянова Анна Матвеевна**,
учитель математики МОУ «СОШ №21», г. Подольск, МО

ГИПОТЕЗА



Графики сложных

функций вида $y=f(v(x))$

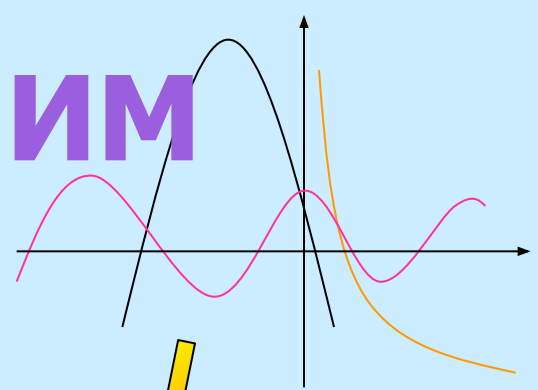


легко построить, зная свойства
основных элементарных функций
вида $y=f(x)$.

Выработаем

простой алгоритм построения графиков.

ДЛЯ ЭТОГО ВСПОМНИМ



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

1. Область определения / область значения функций

2. Четность / нечетность функций

3. Монотонность функций

Симметричное отображение

Растяжение

$y = f(x)$ из $y = f(x)$

для $y = f(x)$ и $y = f(x)$

и от $y = f(x)$ и от $y = f(x)$

$y = k f(x)$ из $y = f(x)$

растяжением
вдоль оси y в k раз,
если $k > 1$

Параллельный перенос

$y = f(x) + b$ из $y = f(x)$

вдоль оси y
вверх, если $b > 0$,
вниз, если $b < 0$

$y = f(x - a)$ из $y = f(x)$

вдоль оси x на a
единичных отрезков
вправо, если $a > 0$,
влево, если $a < 0$

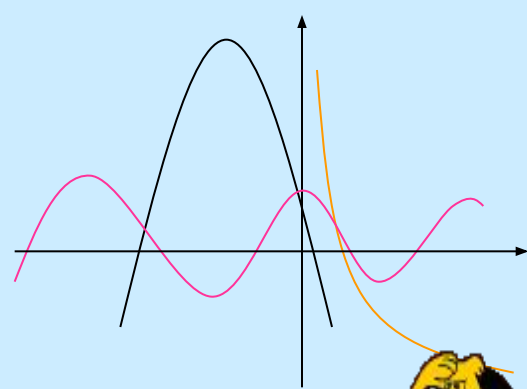
$y = \frac{1}{k} f(x)$ из $y = f(x)$

$y = f(x)$
сжатием к оси x
в k раз

$y = f(kx)$ из $y = f(x)$

сжатием вдоль
оси x
в k раз

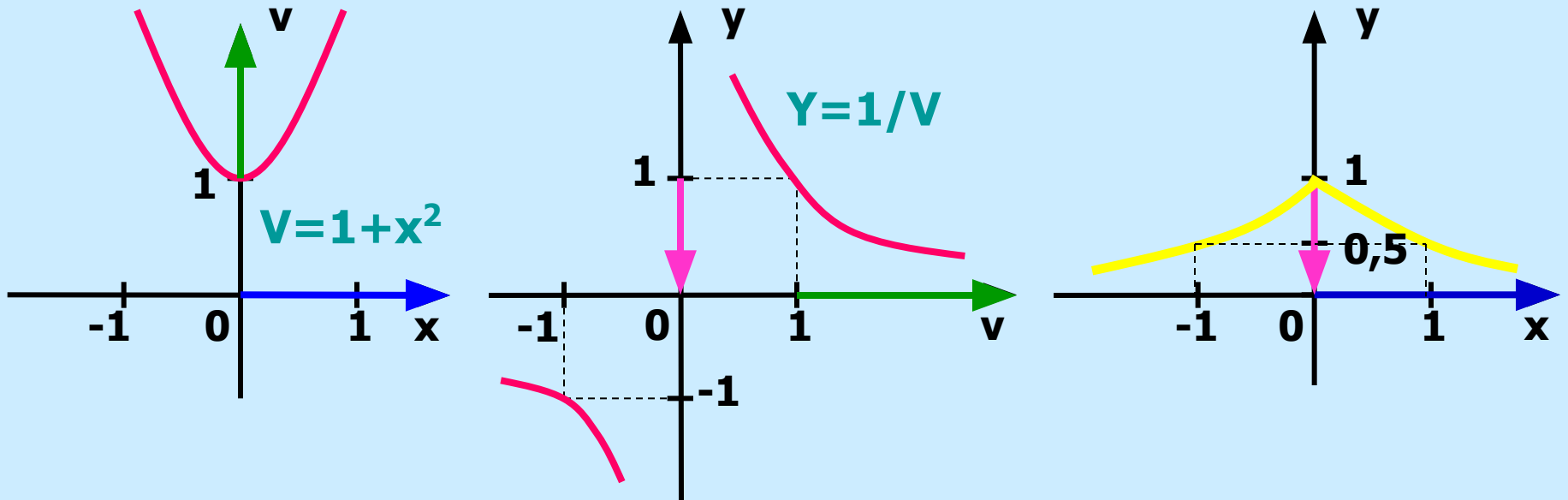
ПРИСТУПИМ



к построению

**графиков сложных функций
вида $y=f(v(x))$.**

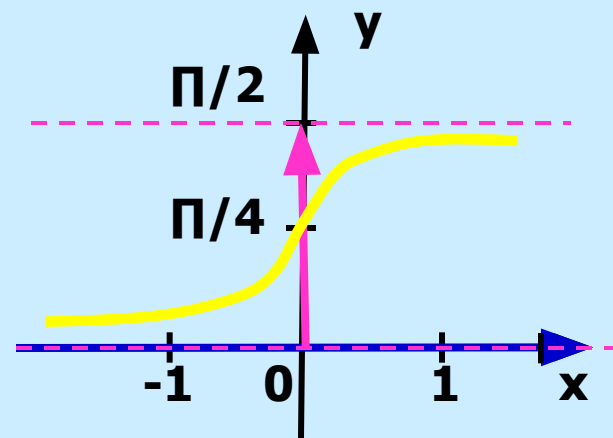
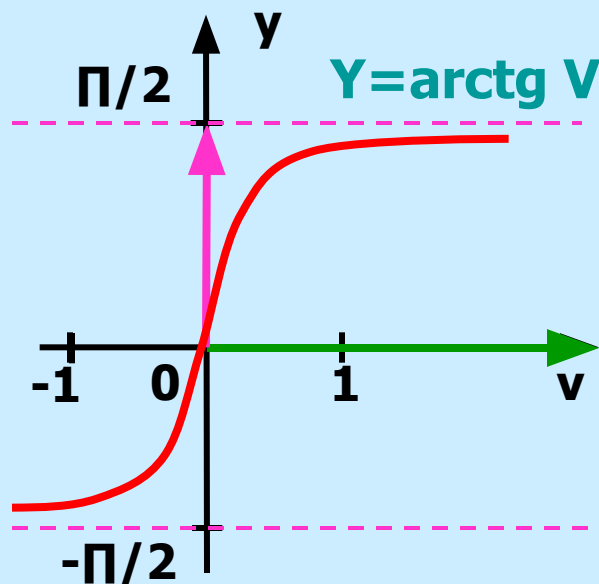
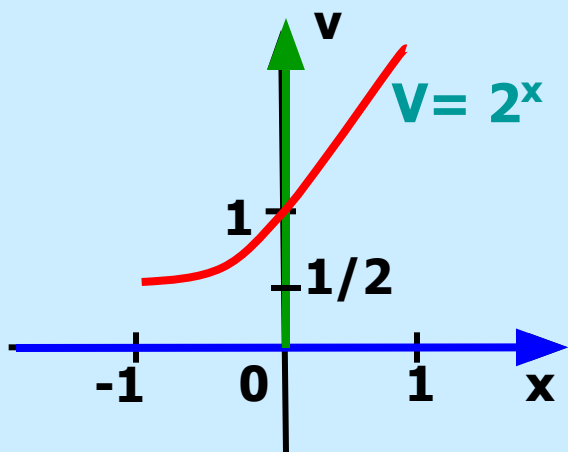
Сложная функция $y = \frac{1}{1+x^2}$ (четная).



Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $(0; +\infty)$	$V = V(X) = 1 + X^2$ V_1 возрастает $(1; +\infty)$	$Y = Y(V) = 1/V$ Y_1 убывает от 1 до 0
X_2 возрастает $(-\infty; 0)$	V_2 убывает от $+\infty$ до 1	Y_2 возрастает от 0 до 1

Контрольные точки: $(1; 0,5)$, $(-1; 0,5)$.

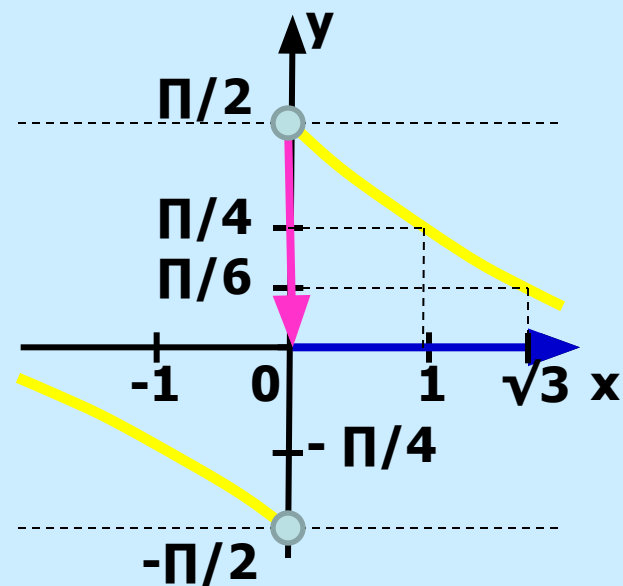
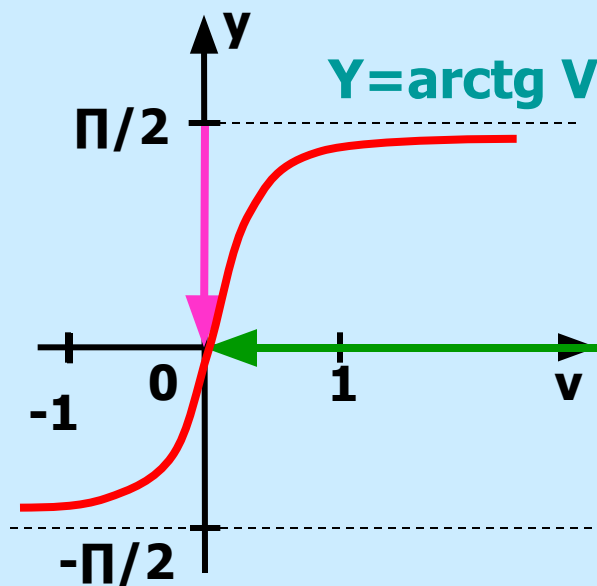
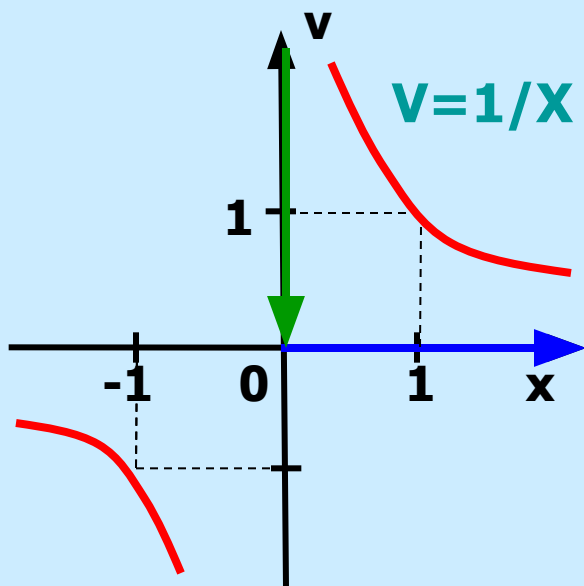
Сложная функция $y = \operatorname{arctg} 2^x$



Значение X	Значение V	Значение Y
X возрастает от $(-\infty; +\infty)$	$V = V(X) = 2^x$ V возрастает от $(0; +\infty)$	$Y = Y(V) = \operatorname{arctg} V$ Y возрастает от 0 до $+\pi/2$

Контрольные точки: $(0; \pi/4)$.

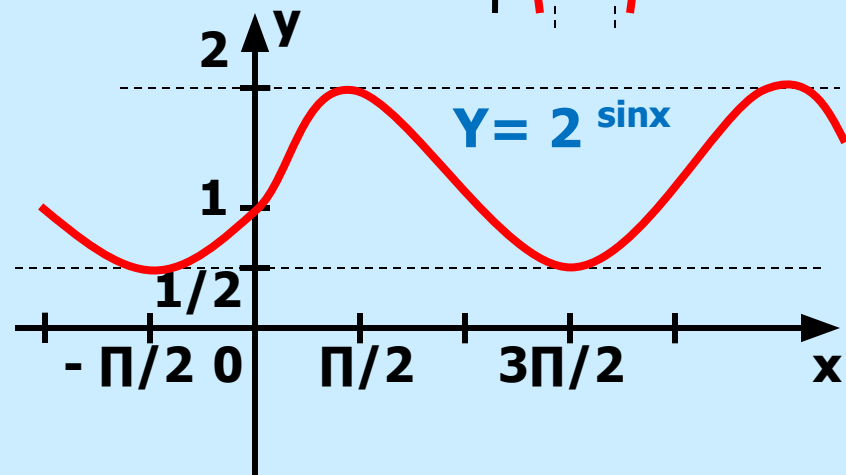
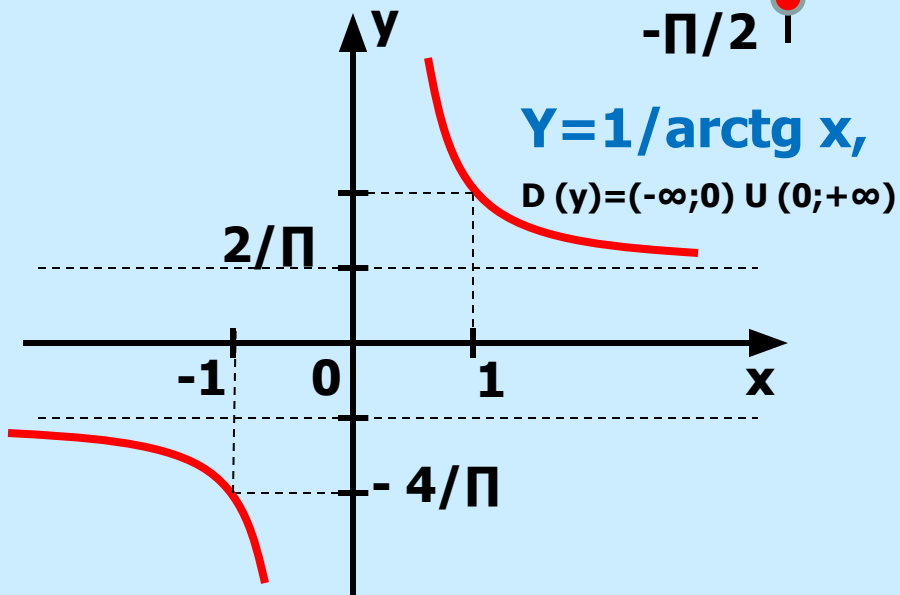
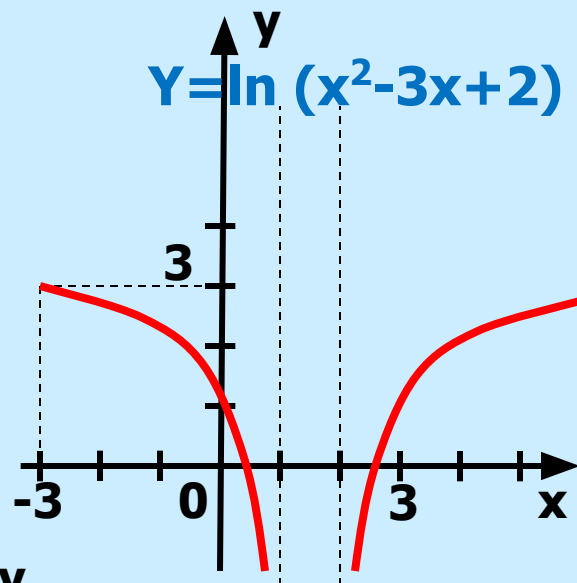
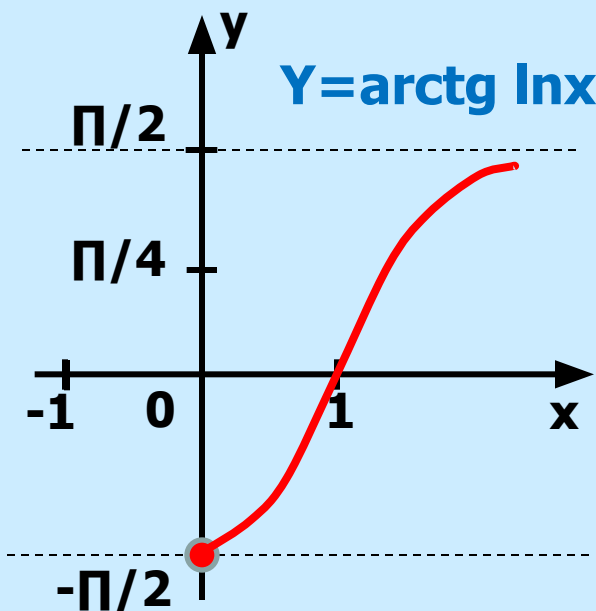
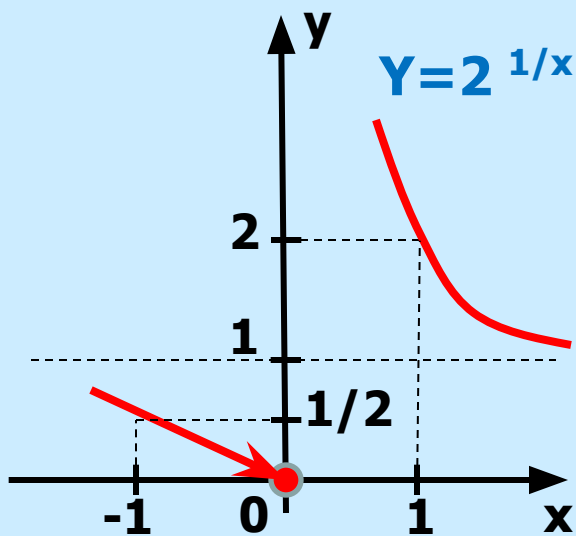
Сложная функция $y = \text{arctg } 1/x, x \neq 0$



Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $(0; +\infty)$	$V = V(X) = 1/X$ V_1 убывает от $+\infty$ до 0	$Y = Y(V) = \text{arctg } V$ Y_1 убывает от $\pi/2$ до 0
X_2 возрастает $(-\infty; 0)$	V_2 убывает от 0 до $-\infty$	Y_2 убывает от 0 до $-\pi/2$

Контрольные точки: $(1; \pi/4), (\sqrt{3}; \pi/6)$.

Таким образом я построил графики сложных функций:



И ВЫРАБОТАЛ АЛГОРИТМ

1. начертить графики **внутренней** $v = v(x)$ и **внешней** $y = f(v)$ функций и систему координат XOY .
2. определить **промежутки монотонности** **внутренней** функции $v = v(x)$.
3. определить промежутки монотонности **внешней** функции $y = f(v)$.
4. на каждом промежутке определить **границы изменения** функции $v = v(x)$ и выбрать **границы изменения** $v(x)$, которые образуют область определения функции $y = f(v)$.
5. по графику **внешней** функции $y = f(v)$ найти **характер изменения** функции $y = f(v)$.
6. построить график сложной функции $y = y(x)$ в системе координат XOY с учетом промежутков монотонности $v(x)$ и $y = f(v)$ контрольных точек.

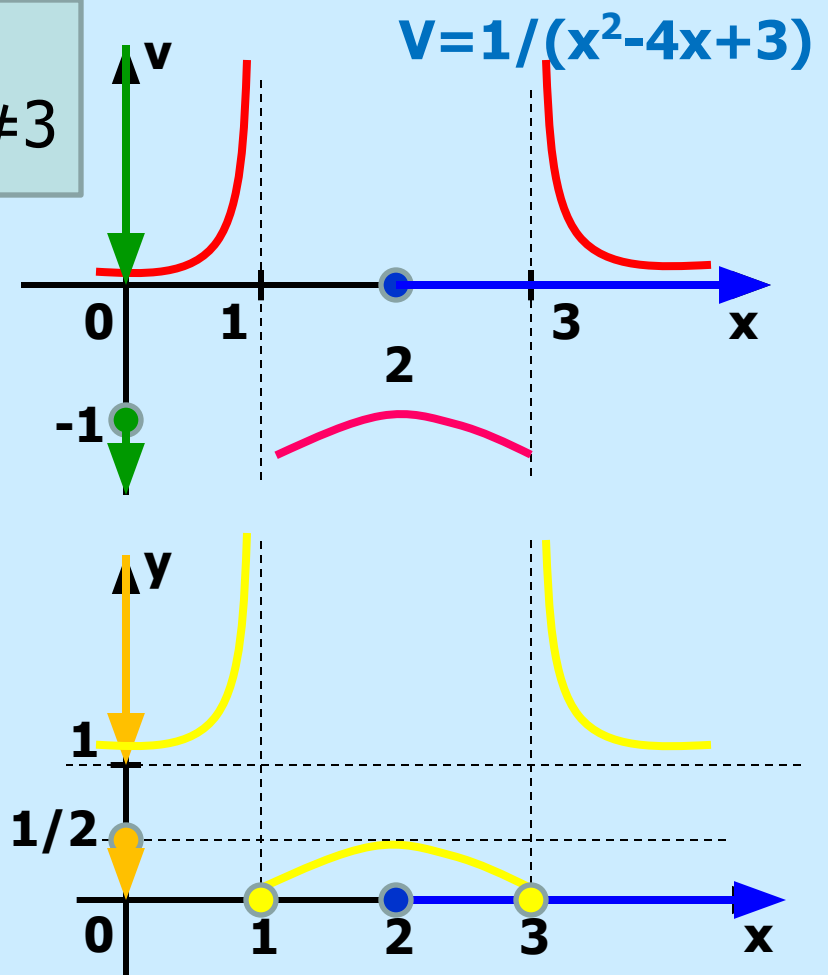
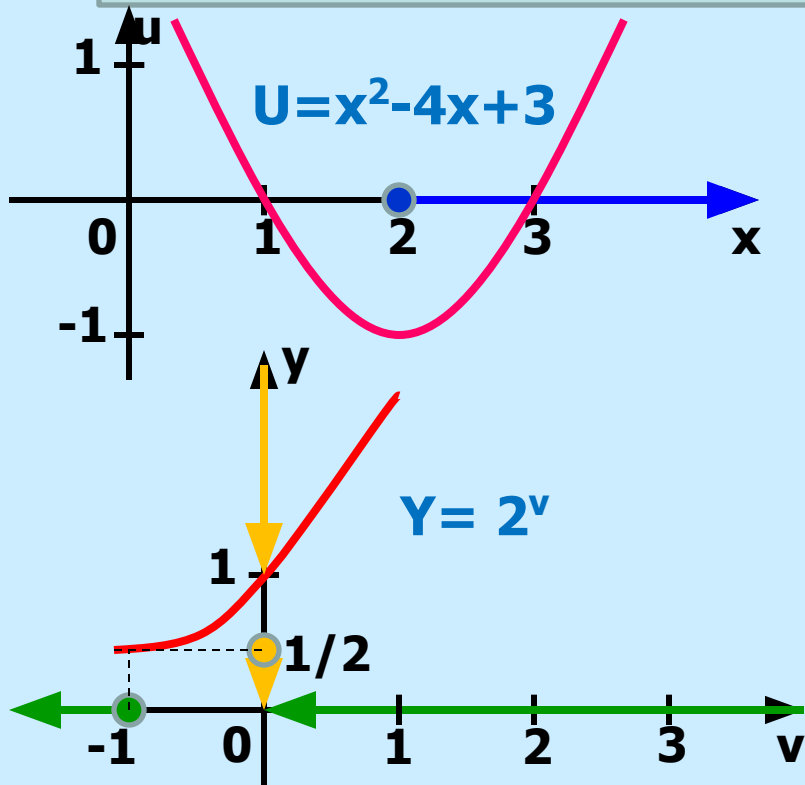
Алгоритм

построения

Графиков

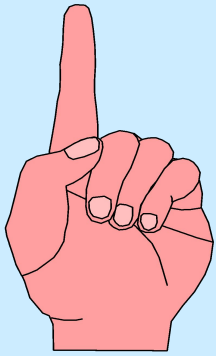
сложных функций

$$y = 2^{\frac{1}{x^2 - 4x + 3}}, \text{ где } x \neq 1, x \neq 3$$



Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $[2; +\infty)$	$V = V(U) = 1/U$ V_1 убывает от -1 до $-\infty$, вкл. -1 , и от $+\infty$ до 0	$Y = Y(V) = 2^v$ Y_1 убывает от $1/2$ до 0 , вкл. $1/2$, и от $+\infty$ до 1
X_2 возрастает $(-\infty; 2]$	V_2 возрастает от 0 до $+\infty$ и от $-\infty$ до -1 , вкл. -1	Y_2 возрастает от $(1; +\infty)$ и $(0; 1/2]$

ВЫВОД:



повторил

простейшие функции и изучил тригонометрические, обратные тригонометрические, показательные и логарифмические функции и их свойства

рассмотрел

способы преобразования графиков функций

**научился
строить**

сложные функции, представляющие композицию двух функций и строить их графики

**выработал
АЛГОРИТМ**

построения графиков сложных функций

**приступил к
построению**

графика сложной функции, представляющего композицию трех функций