

# Построение графиков функций, содержащих знак модуля

Научно-исследовательский проект.

Автор проекта:  
Гребень Юлия Алексеевна  
учащаяся 10 «А» класса  
МОУ гимназии №40  
Г. Краснодара

Научный руководитель –  
учитель математики,  
МОУ гимназии №40  
г. Краснодара  
Шмитько Ирина Анатольевна



2007-08 г.г.

# Содержание.

I. Введение.

II. Основная часть.

1) Понятия и определения.

2) Теоремы, следствия.

3) Построение графиков.

III. Заключение.

IV. Список используемой литературы.

# I. Введение.

- ◆ Объект исследования – математика.
- ◆ Предмет исследования – функции, содержащие знак модуля.
- ◆ Проблема исследования: построение графиков функций, содержащих модуль.
- ◆ Цель исследования: получение более широких знаний о модуле числа, различных способах решения уравнений, содержащих знак абсолютной величины.
- ◆ Задача исследования: использование различных методов исследования (теоретический, практический, исследовательский), расширение познавательного интереса к изучению алгебры, углубление знаний по теории модуля и решение задач, выходящих за страницы школьных учебников.

- ◆ Слово «модуль» произошло от латинского слова «modulus», что в переводе означает «мера». Это многозначное слово, которое имеет множество значений и применяется не только в математике, но и в архитектуре, физике, технике, программировании и других точных науках.
- ◆ В архитектуре - это исходная единица измерения, устанавливаемая для данного архитектурного сооружения и служащая для выражения кратных соотношений его составных элементов.
- ◆ В технике - это термин, применяемый в различных областях техники, не имеющий универсального значения и служащий для обозначения различных коэффициентов и величин, например модуль зацепления, модуль упругости и т.п.
- ◆ Модуль объемного сжатия (в физике) - отношение нормального напряжения в материале к относительному удлинению.

# II. Основная часть.

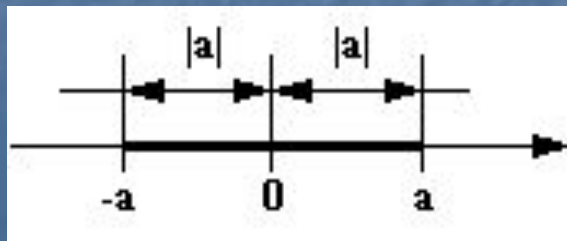
## Понятия и определения.

- Чтобы глубоко изучать данную тему, необходимо познакомиться с простейшими определениями, которые мне будут необходимы:
- Уравнение - это равенство, содержащее переменные.
- Уравнение с модулем - это уравнение, содержащее переменную под знаком абсолютной величины (под знаком модуля). Например:  $|x|=1$
- Решить уравнение - это значит, найти все его корни, или доказать, что корней нет.
- В математике модуль имеет несколько значений, но в моей исследовательской работе я возьму лишь одно из них.
- Модулем или иначе абсолютной величиной отрицательного числа называется противоположное ему положительное число, модулем положительного числа и числа ноль называется само это число.

# Теоремы

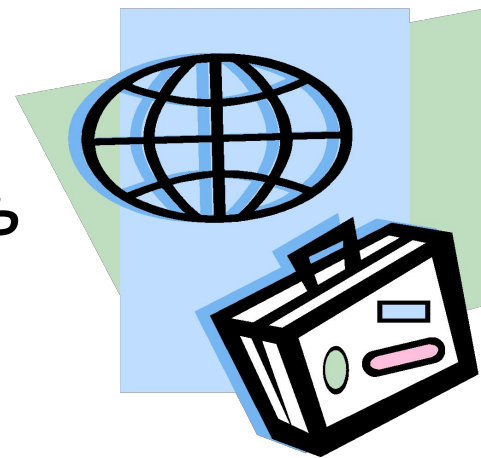
- **Теорема 1.** Абсолютная величина действительного числа  $a \neq 0$  равна большему из двух чисел  $a$  или  $-a$ .
- **Следствие 1.** Из теоремы следует, что
$$|-a| = |a|.$$
- **Следствие 2.** Для любого действительного числа  $a$  справедливы неравенства  $a \leq |a|$  ,  
 $-a \leq |a|$
- Объединяя последние два неравенства в одно, получаем:  $-|a| \leq a \leq |a|$

- Теорема 2. Абсолютная величина любого действительного числа  $a$  равна арифметическому квадратному корню из  $a^2$  :  
 $|a| = \sqrt{a^2}$
- Эта теорема дает возможность при решении некоторых задач заменять  $|a|$  на  $\sqrt{a^2}$
- Геометрически  $|a|$  означает расстояние на координатной прямой от точки, изображающей число  $a$ , до начала отсчета.
- Если  $a \neq 0$  то на координатной прямой существует две точки  $a$  и  $-a$ , равноудаленной от нуля, модули которых равны.
- Если  $a = 0$ , то на координатной прямой  $|a|$  изображается точкой  $0$ .



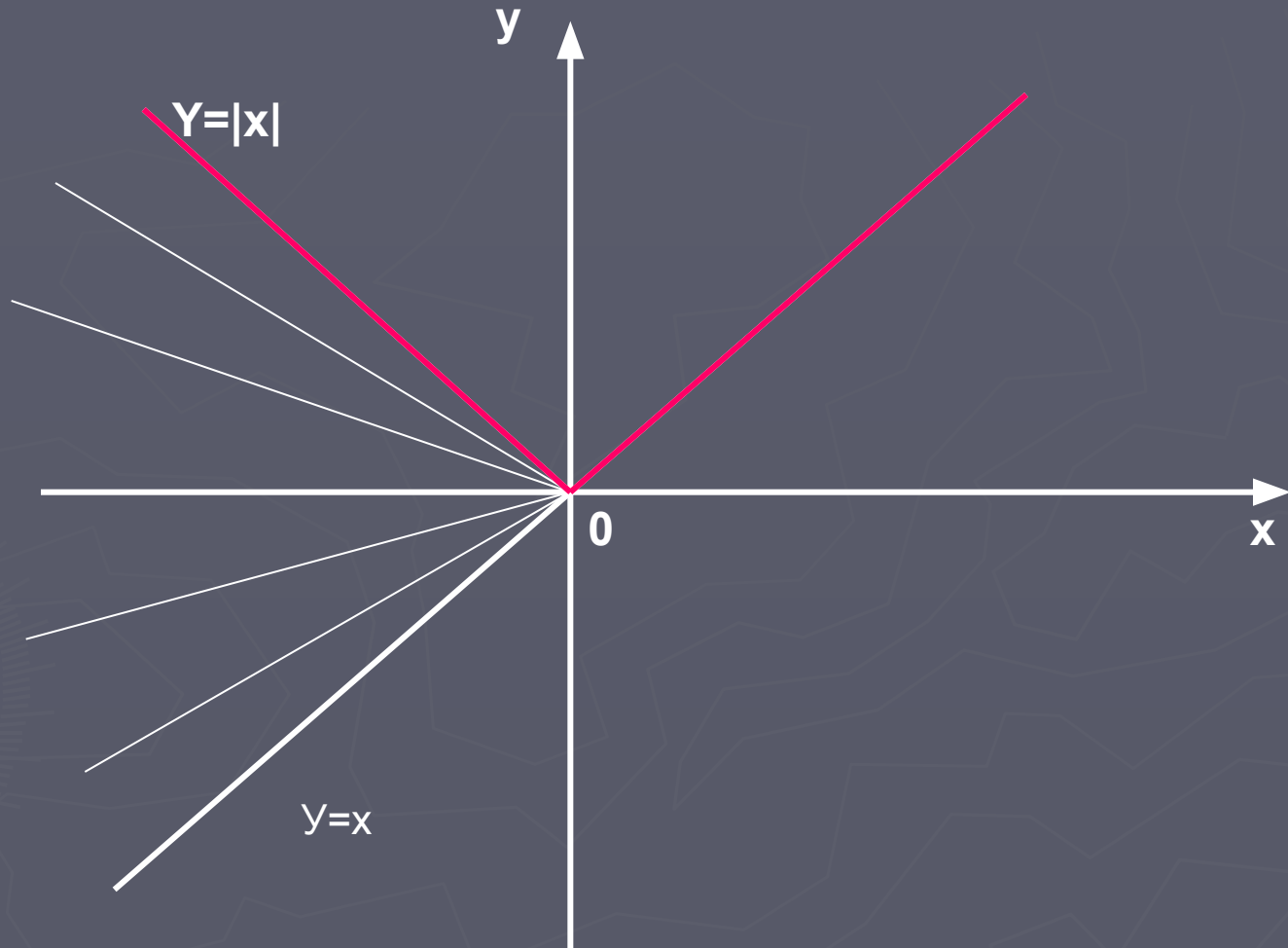
# Функция $y = |x|$

- График функции  $y = |x|$  получается из графика  $y = x$  следующим образом: часть графика  $y = x$ , лежащая над осью  $x$ , сохраняется, часть его, лежащая ниже оси  $x$ , отображается симметрично относительно оси  $x$ .



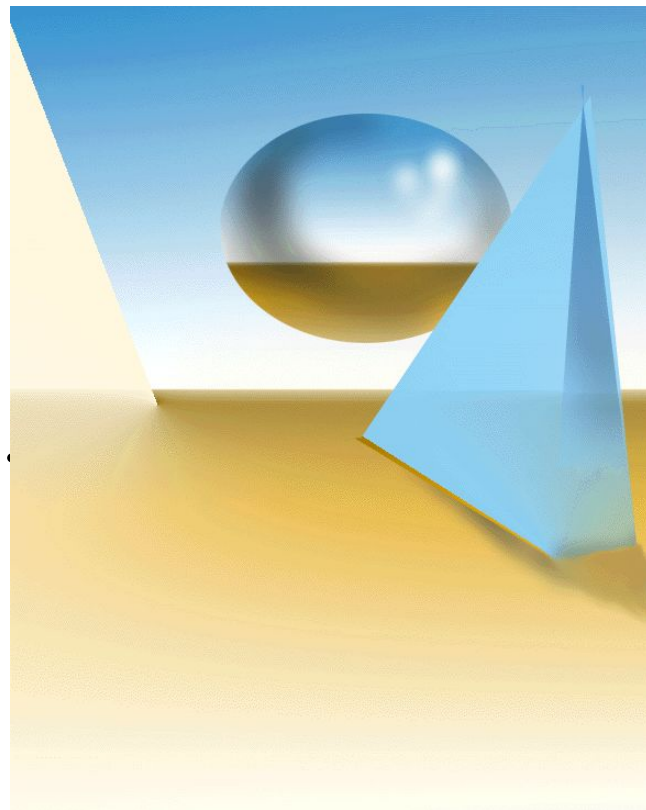


# Функция $y = |x|$

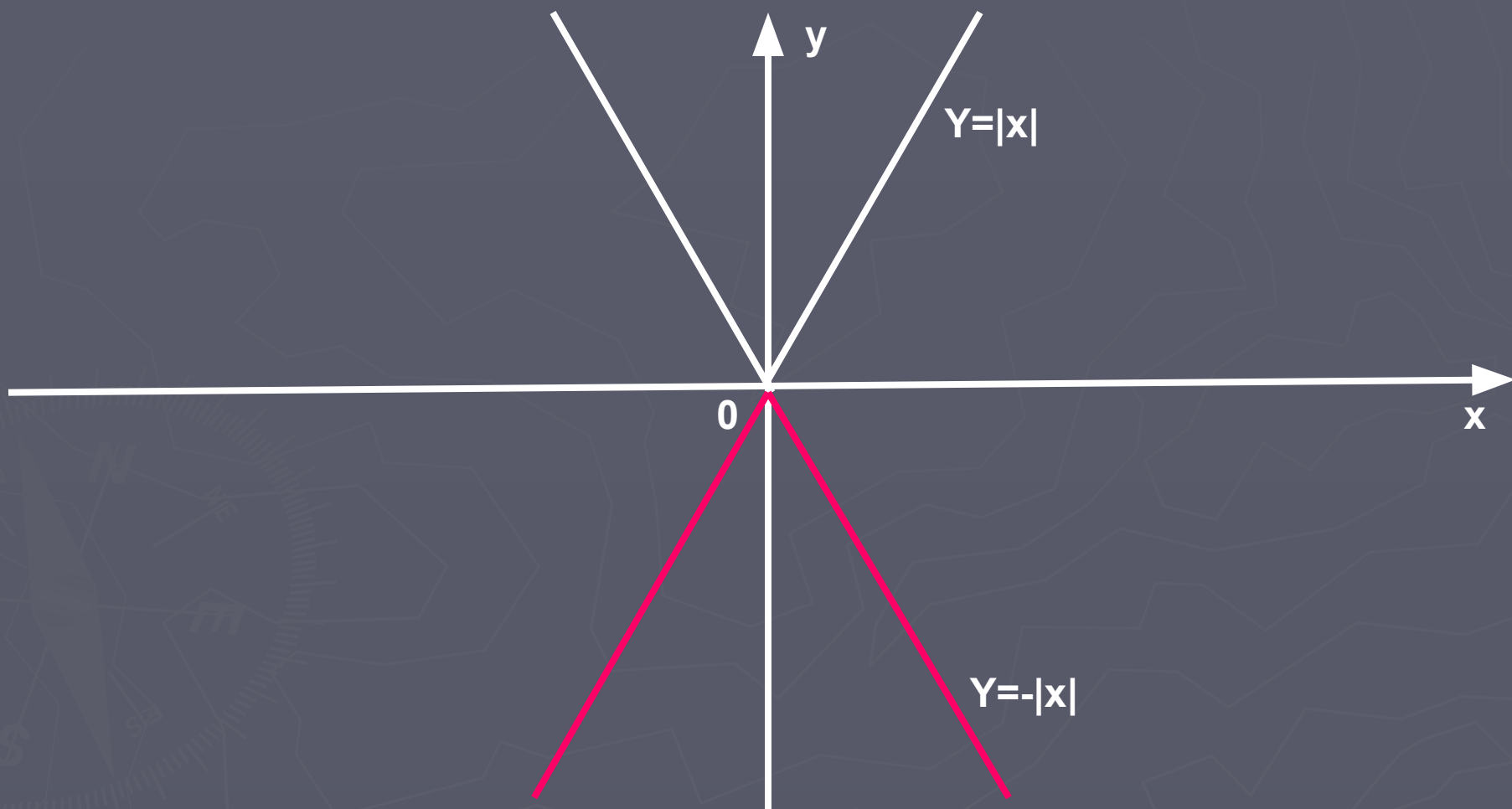


# Функция $y = -|x|$

- График функции  $y = -|x|$  получается симметричным отображением графика  $y = |x|$  относительно оси  $x$ .

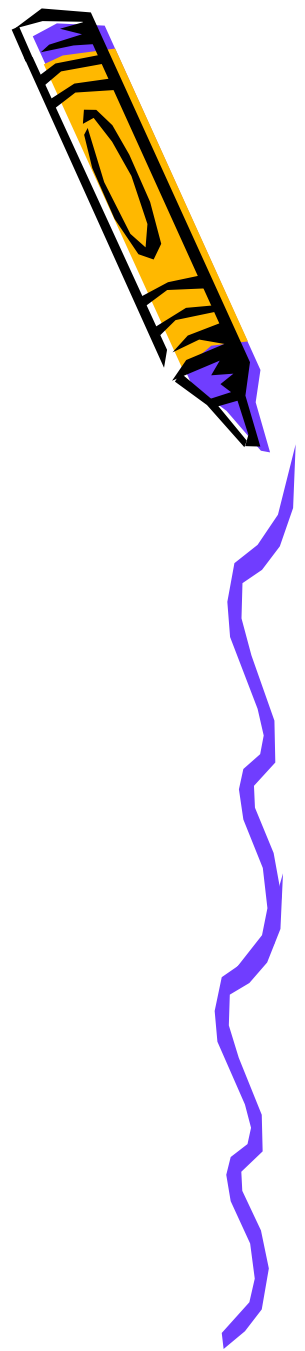


# Функция $y = -|x|$

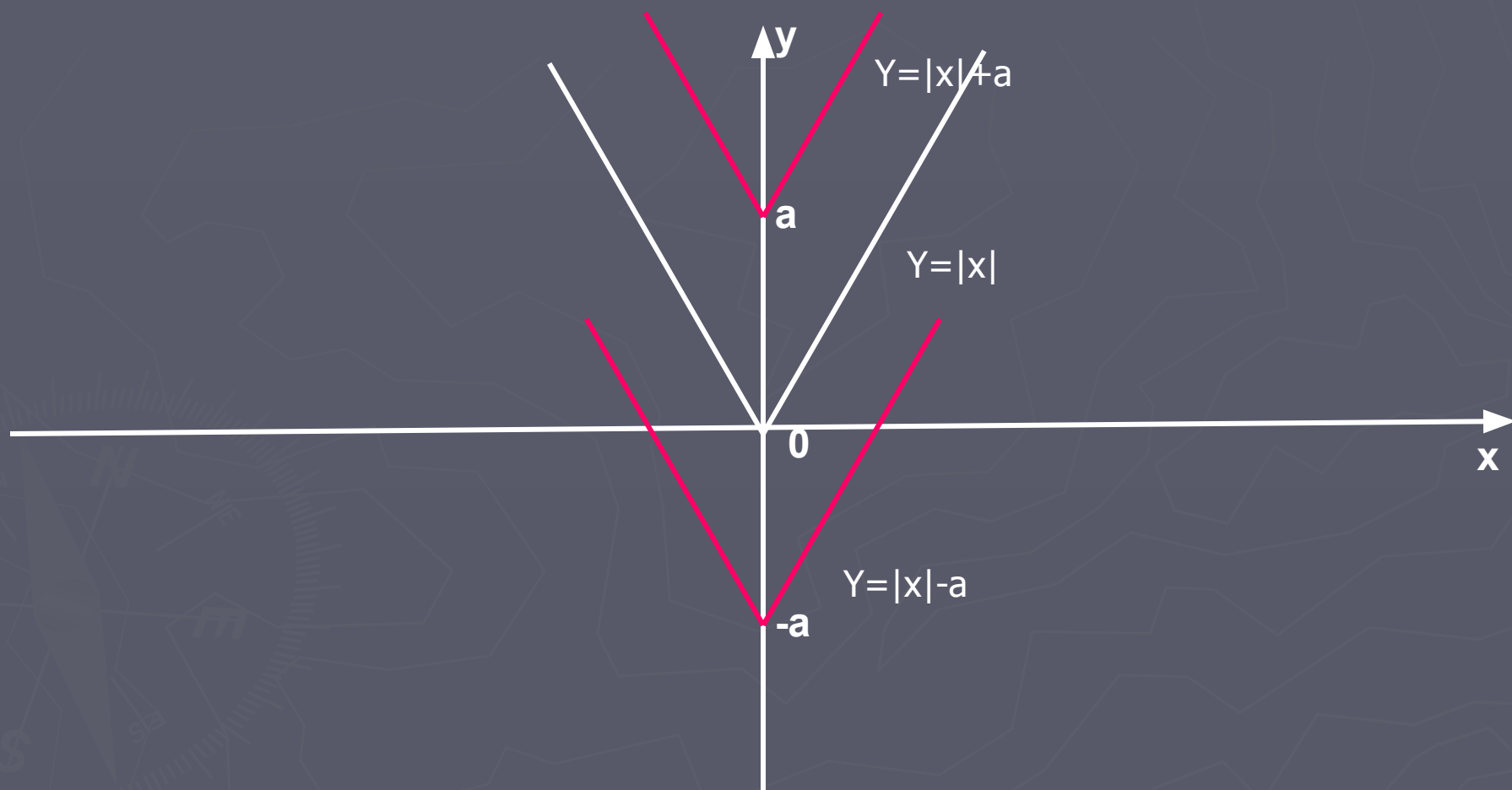


# Функция $y=|x|+a$

- График функции  $y=|x|+a$  получается параллельным переносом графика  $y=|x|$  в положительном направлении оси  $y$  на  $a$  единицу отрезка при  $a>0$  и в отрицательном направлении на  $|a|$  при  $a<0$ .

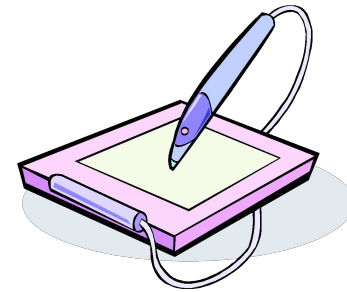


# Функция $y = |x| + a$

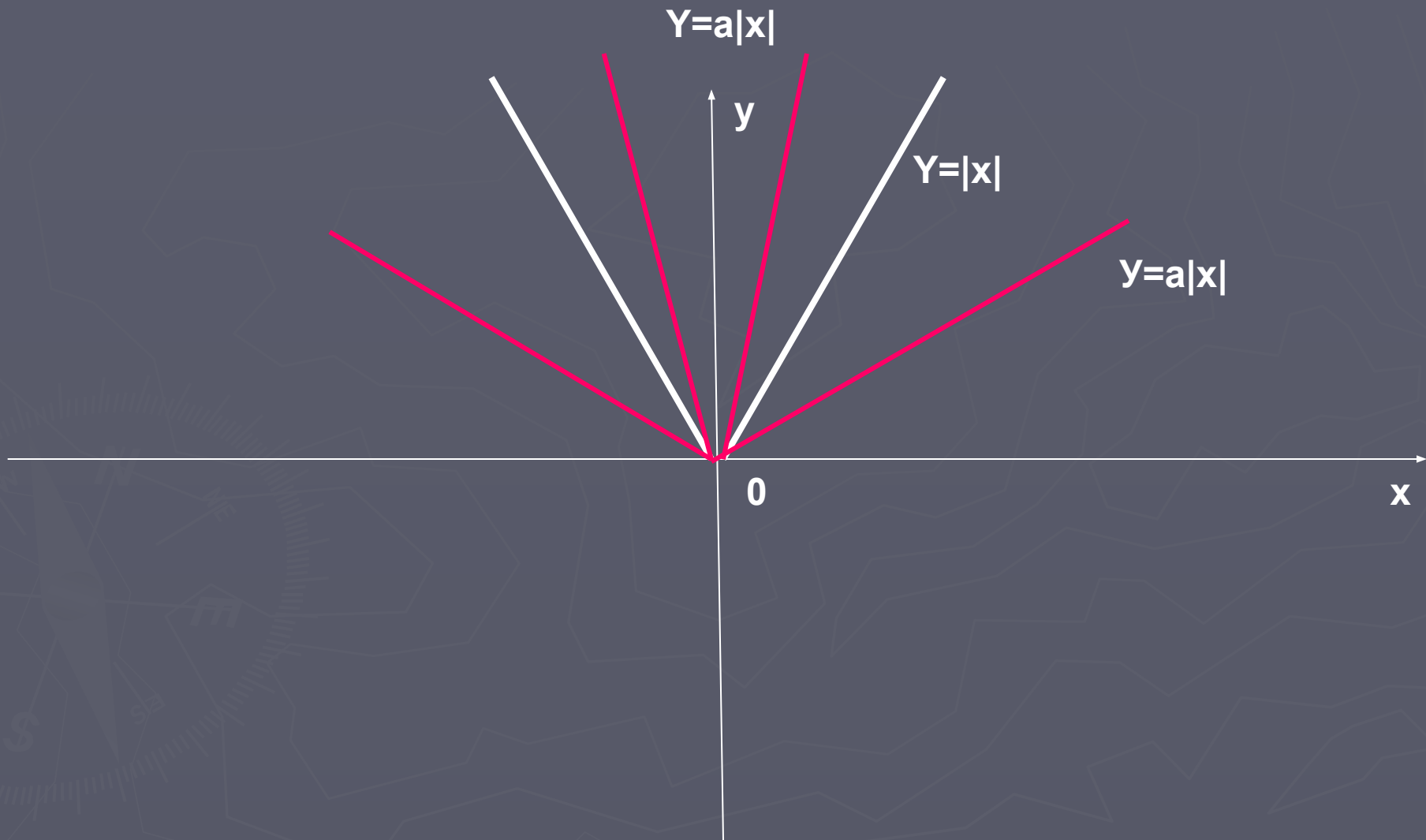


# Функция $y=a|x|$

- График функции  $y=a|x|$  получается растяжением графика  $y=|x|$  вдоль оси  $y$  в  $a$  раз при  $a>1$  и сжатием вдоль этой оси в  $1/a$  раз при  $0<a<1$ .

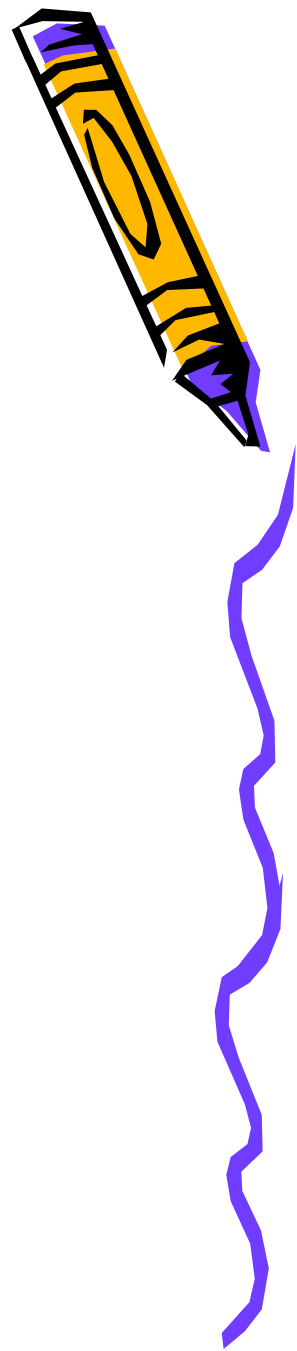


# Функция $y=a|x|$



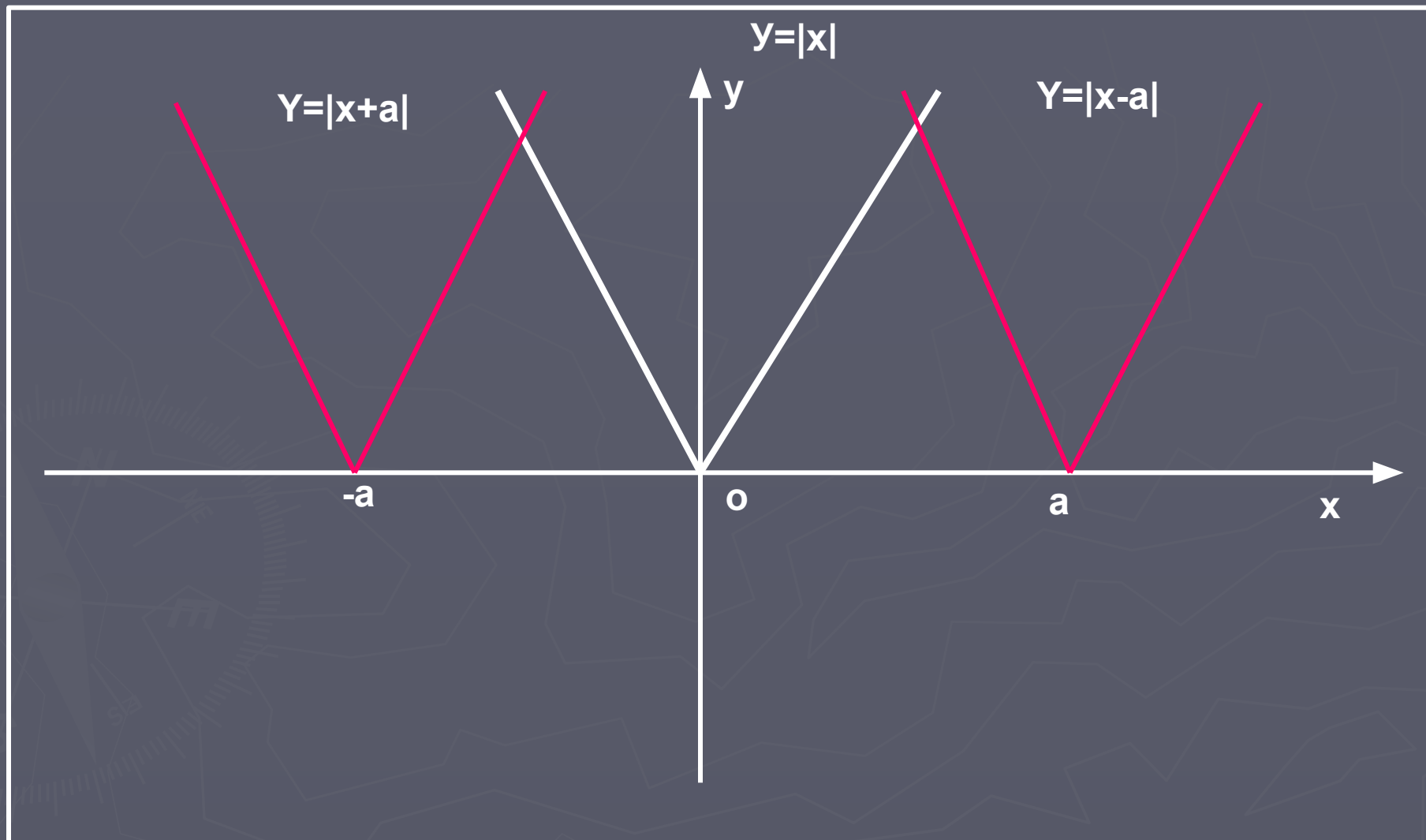
# Функция $y = |x+a|$

- График функции  $y = |x+a|$  получается параллельным переносом графика  $y = |x|$  в отрицательном направлении от оси  $x$  на  $|a|$  при  $a > 0$  и в положительном направлении на  $|a|$  при  $a < 0$ .



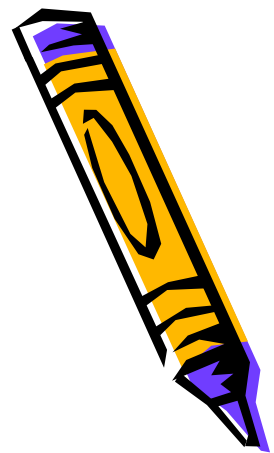


# Функция $y = |x+a|$

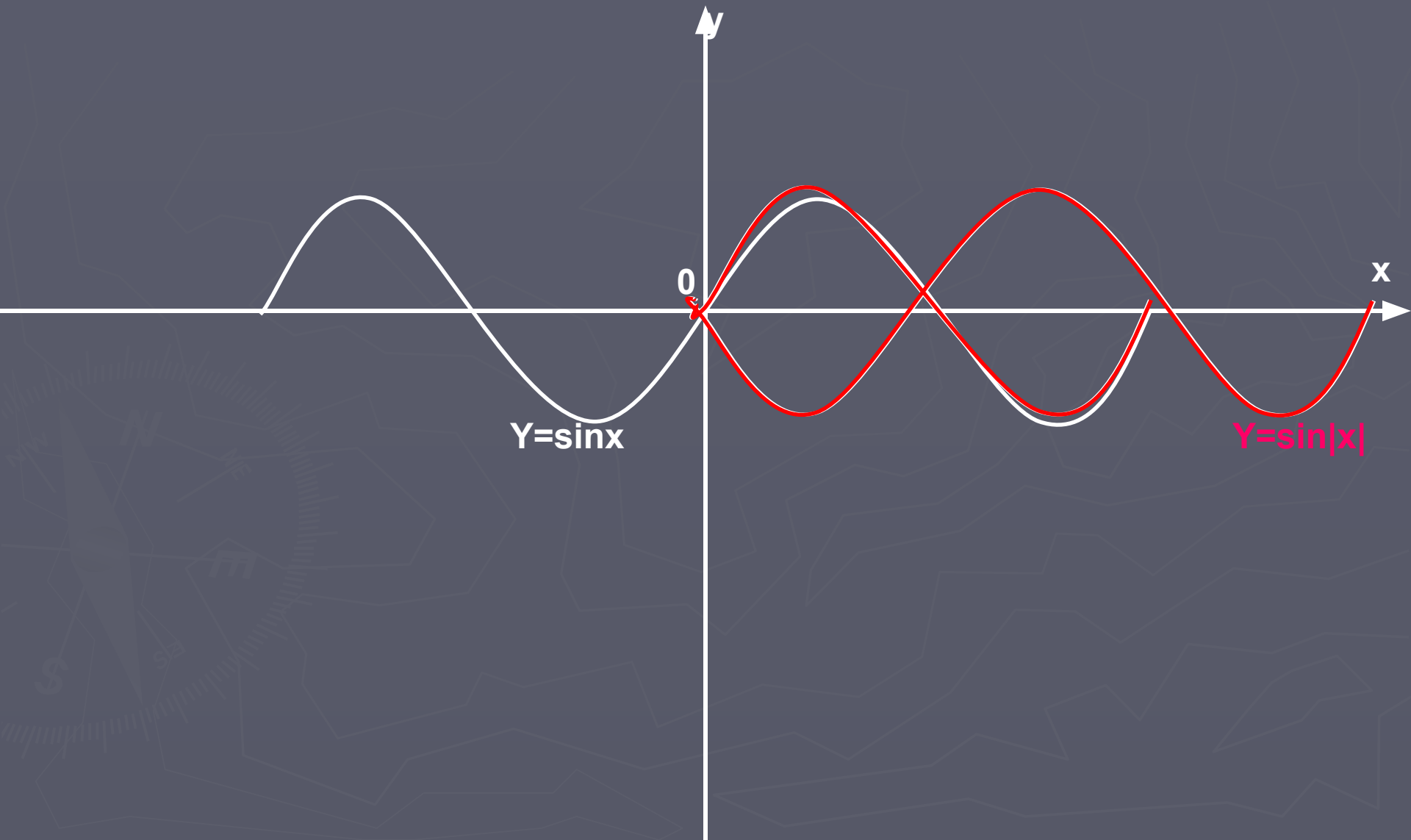


# Функция $y=f(|x|)$

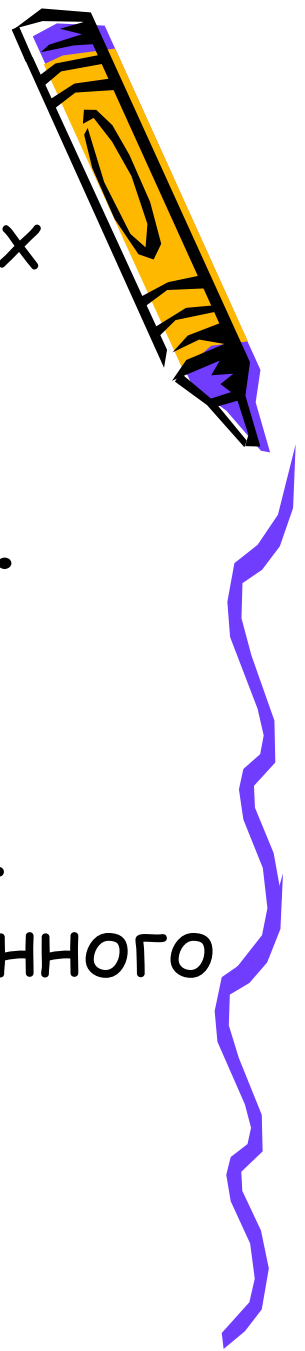
- График функции  $y=f(|x|)$  получается из графика  $y=f(x)$  следующим образом: 1) при  $x>0$  график  $f(x)$  сохраняется, 2) при  $x<0$ , полученная часть графика отображается симметрично относительно оси  $y$ .



# Функция $y=f(|x|)$



# От теории к практике



- Рассмотрим построение более сложных графиков.

- Построить график функции  $y = ||x| + 2|$ .
- Построение.

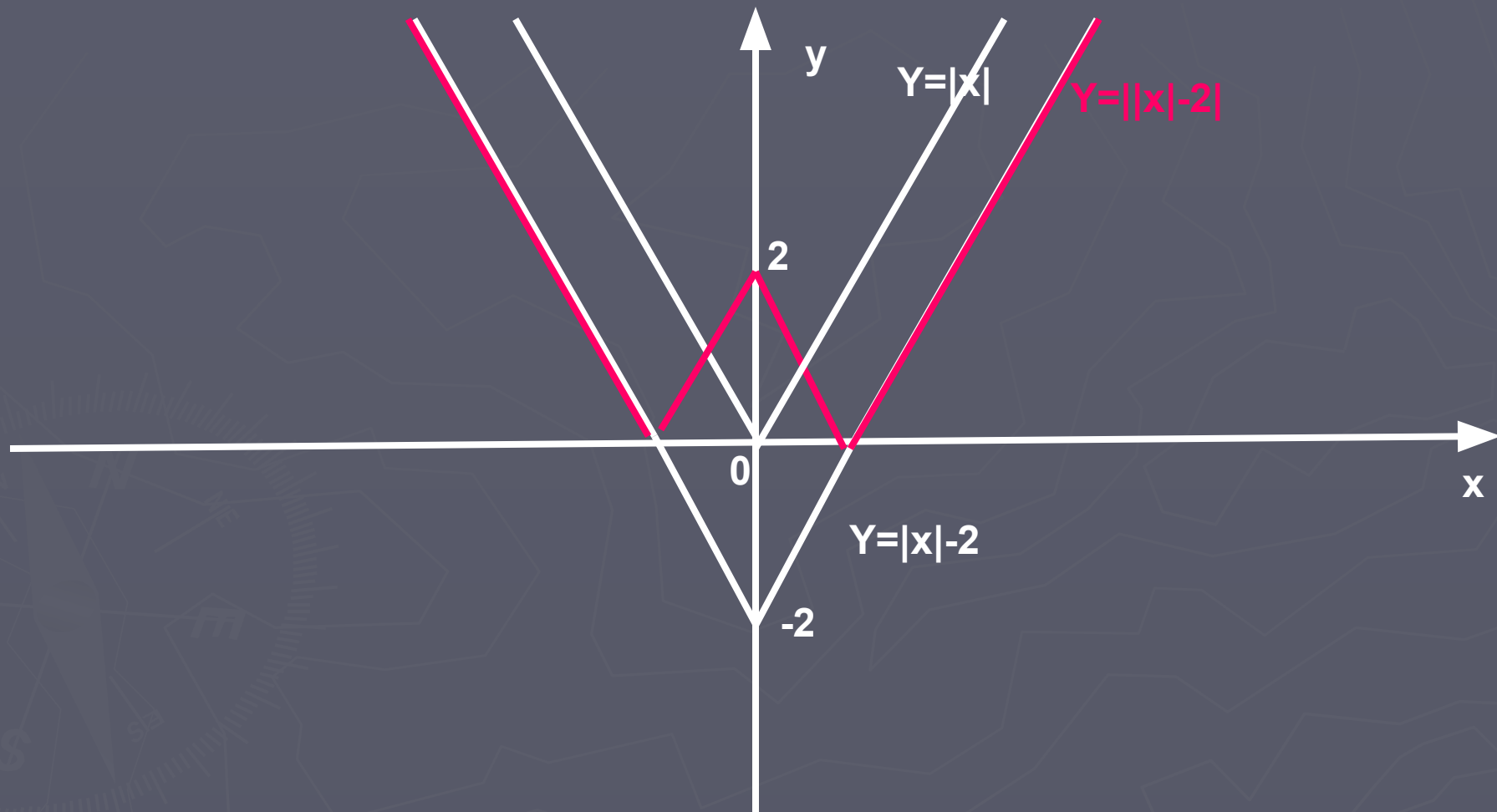
1) Строим график  $y = |x|$

2) Смещаем его по оси  $y$  вниз на 2 ед. отр.

3) Отображаем часть графика, расположенного под осью  $x$ , симметрично этой оси, в верхнюю полуплоскость.



# Функция $y = ||x| - 2|$



# Функция $y = ||x-1|-2|$



• Построение.

1) Строим график функции  $y = |x|$ .

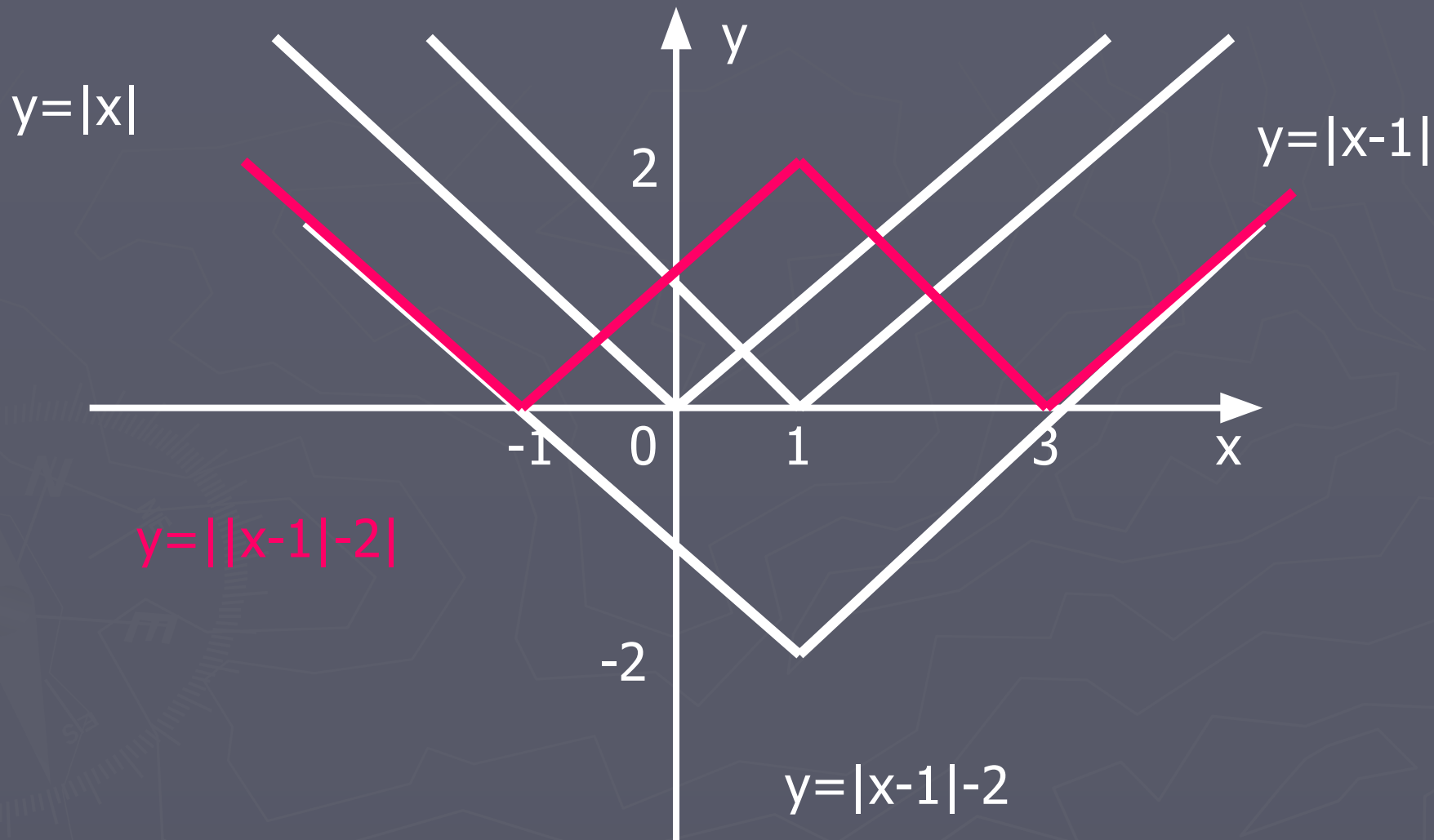
2) Строим график функции  $y = |x-1|$ .

3) Строим график функции  $y = |x-1|-2$ .

4) Применяем к графику  $y = |x-1|-2$  операцию "модуль".



# Функция $y = ||x-1|-2|$



# Функция $y = |x^2 - 4|x| - 3|$

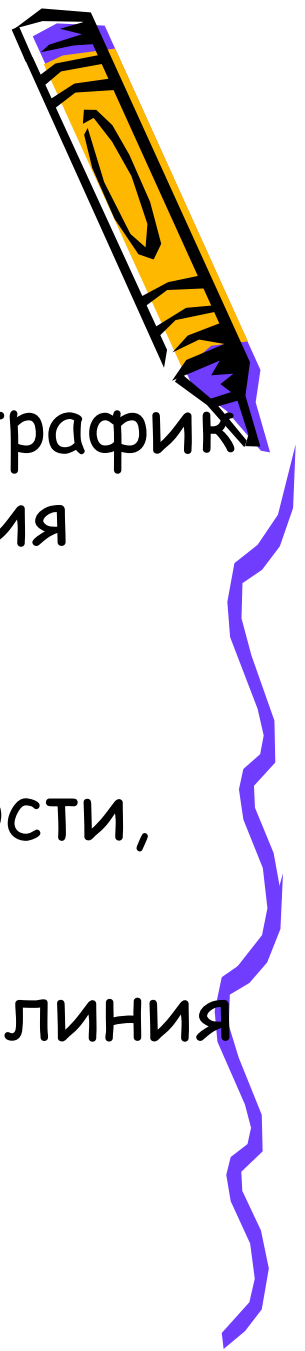
• Построение.

1) Строим график  $y = x^2 - 4x + 3$

2)  $y = x^2 - 4|x| + 3$  — отражаем полученный график в п.1 относительно оси ординат. Функция чётная.

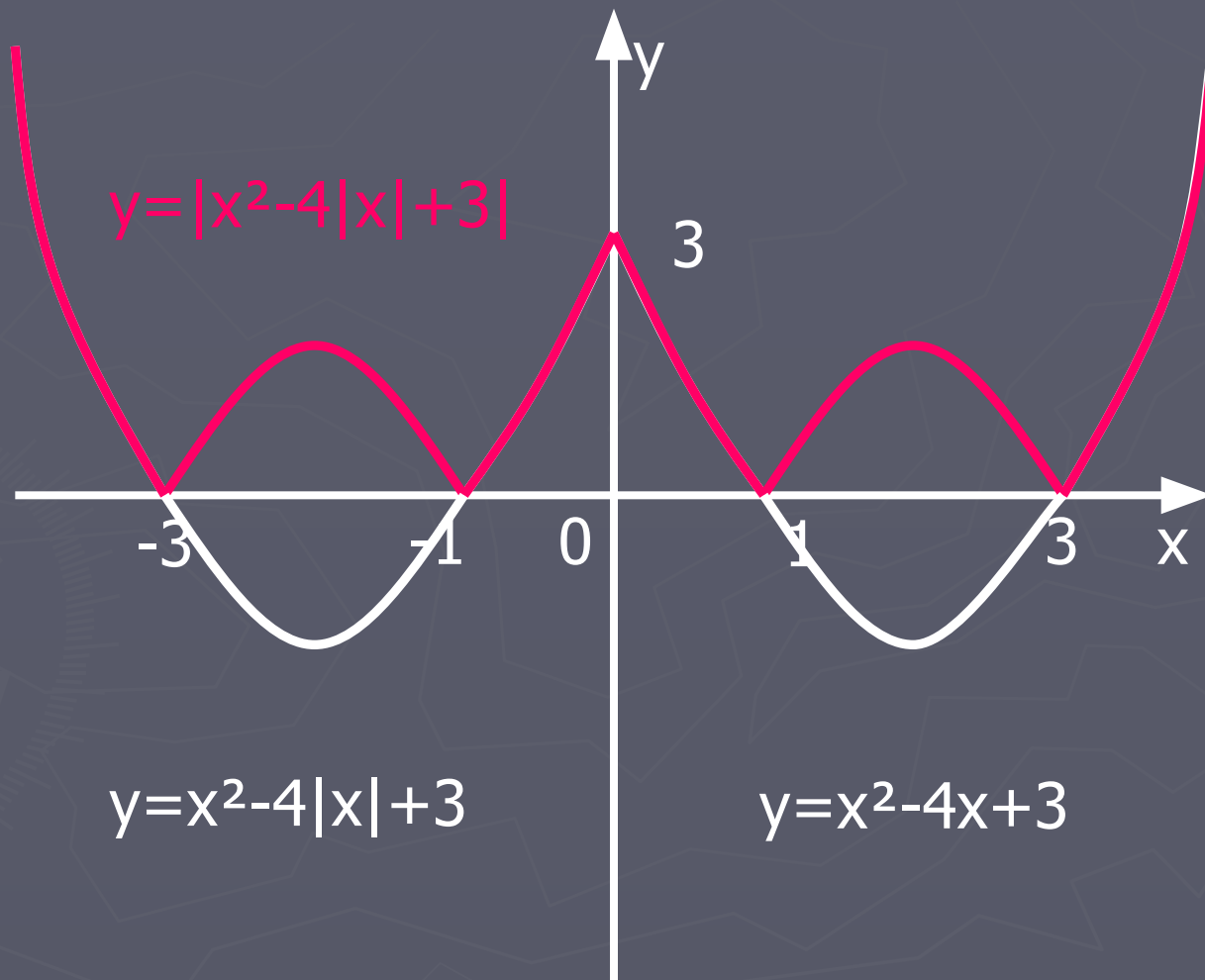
3)  $y = |x^2 - 4|x| + 3|$  — часть графика, расположенную в нижней полу плоскости, отражаем относительно оси абсцисс.

Полученная в верхней полуплоскости линия и будет графиком заданной функции.





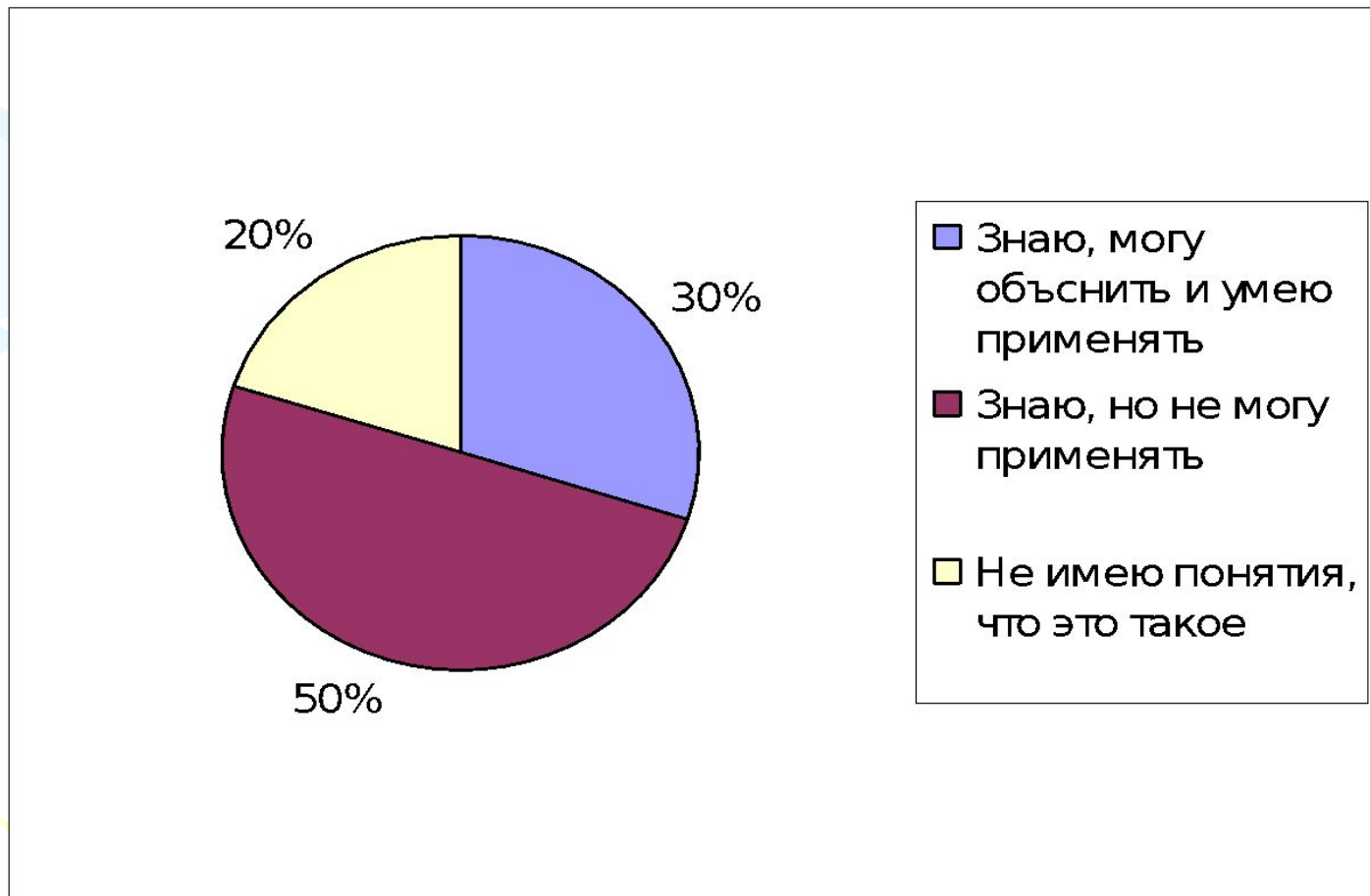
# Функция $y = |x^2 - 4|x| + 3|$

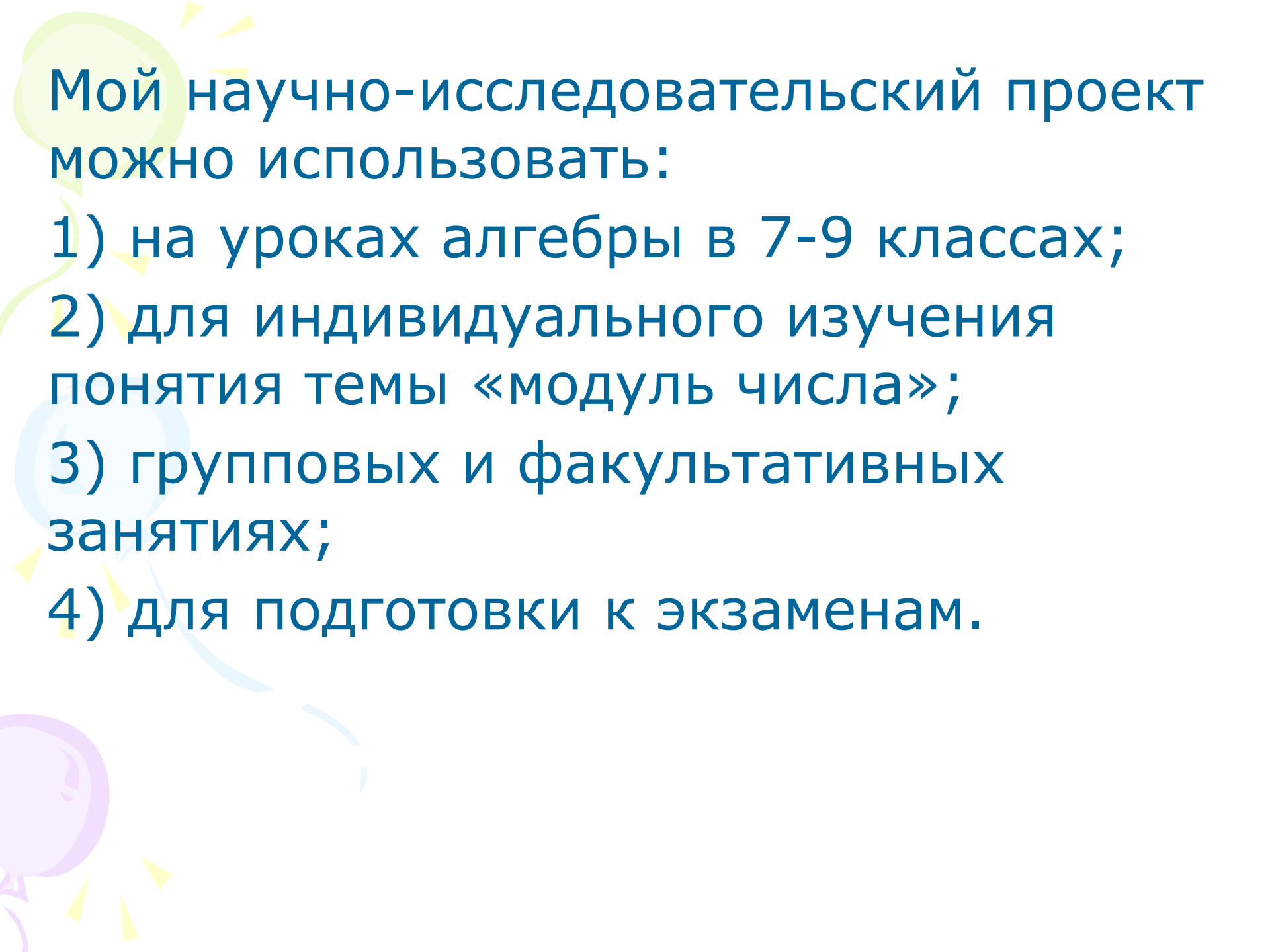


# III. Заключение.

Результаты опроса учеников 6-11 классов гимназии №40.

«Знаете ли вы, что такое модуль числа?»





Мой научно-исследовательский проект  
можно использовать:

- 1) на уроках алгебры в 7-9 классах;
- 2) для индивидуального изучения понятия темы «модуль числа»;
- 3) групповых и факультативных занятиях;
- 4) для подготовки к экзаменам.



Мой научно-исследовательский проект будет полезен в работе:

1) ученикам

2) учителям. Он поможет отыскать новые пути совершенствования обычного школьного урока.

# Список литературы.

1. Детская энциклопедия. М., «Педагогика», 1990.
2. Глейзер Г. И. История математики в школе. М. «Просвещение», 1982.
3. Дынкин Е.Б., Молчанова С.А. Математические задачи. М., «Наука», 1993.
4. Петраков И.С. Математические кружки в 8-10 классах. М., «Просвещение», 1987.
5. Талочкин П.Б. Неравенства и уравнения. М., «Просвещение», 1989.
6. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. Издательство Московского университета, 1974.