

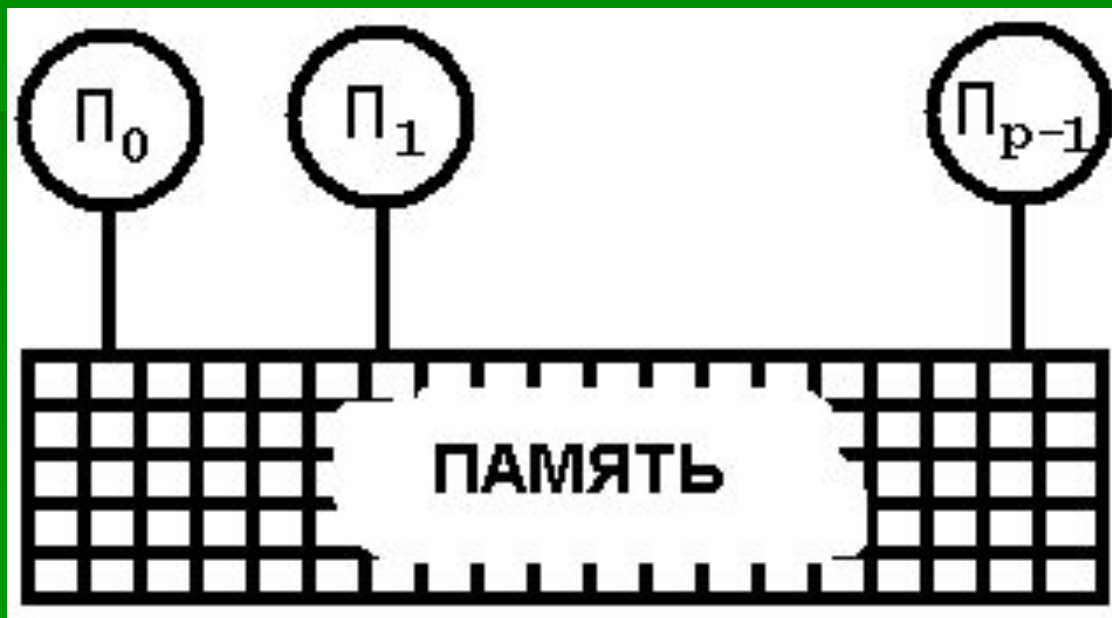
Построение и анализ параллельных алгоритмов

PRAM: модель параллельных
вычислений с общей памятью

Модель **PRAM**

- Модель PRAM: Parallel Random-Access Memory
- Позволяет учитывать ограничения, связанные с одновременным доступом к памяти
- Является идеализированной моделью архитектуры SMP (Symmetric MultiProcessor, Shared Memory Processor)

Модель PRAM



Процессоры P_0, P_1, \dots, P_{p-1} используют общую память, состоящую из множества ячеек.

Время доступа каждого процессора к каждой ячейке памяти одинаково и не зависит от количества процессоров.

Модель **PRAM**

Один шаг (такт) работы PRAM-машины синхронизирован по фазам:

- 1.** Чтение данных из памяти.
- 2.** Обработка данных.
- 3.** Запись результата в память.

Режимы чтения и записи

- Режимы чтения данных из памяти:
 - Одновременное (Concurrent Read)
 - Исключающее (Exclusive Read)
- Режимы записи в память:
 - Одновременная (Concurrent Write)
 - Исключающая (Exclusive Write)

Варианты одновременной записи

- Одновременная запись одинакового значения
- Произвольная запись: сохраняется произвольное значение из множества записываемых
- Запись в зависимости от приоритетов процессоров
- Комбинация записываемых значений

Виды **PRAM** машин и алгоритмов

EREW (Exclusive Read, Exclusive Write):
исключающее чтение и
исключающая запись

ERCW (Exclusive Read, Concurrent Write):
исключающее чтение и
одновременная запись

CREW (Concurrent Read, Exclusive Write):
одновременное чтение
и исключаяющая запись

CRCW (Concurrent Read, Concurrent Write):
одновременной чтение и
одновременная запись

Пример CREW- алгоритма

**ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ
КОРНЕЙ ДВОИЧНОГО ЛЕСА**

Пример **CREW**-алгоритма

Дано: Лес, состоящий из бинарных деревьев. Деревья заданы следующим образом: для каждой вершины имеется указатель на её родителя. Для корней деревьев этот указатель пуст.

Требуется: для каждой вершины найти корень дерева, которому она принадлежит

Пример **CREW**-алгоритма

Представление входных данных:

- вершины пронумерованы,
- ребра деревьев заданы с помощью массива *parent*: элемент *parent*[*i*] представляет номер вершины, являющейся родителем для вершины с номером *i*.

Пример **CREW**-алгоритма

Результат работы алгоритма — массив *root*. В ячейке *root*[*i*] хранится вершины, являющейся корнем дерева, в которое входит вершина *i*.

Массивы *parent* и *root* хранятся в общей памяти.

CREW-алгоритм

1. Для каждого процессора P_i выполнить
2. Если $parent[i] = NIL$, то $root[i] := i$;
3. Пока существует узел i , для которого $parent[i] \neq NIL$, выполнять:
4. Для каждого процессора i выполнить
5. Если $parent[i] \neq NIL$, то
6. {
7. $root[i] := root[parent[i]]$;
8. $parent[i] := parent[parent[i]]$;
9. }

Анализ **CREW**-алгоритма

Временная сложность алгоритма:

$$O(\log^2 d),$$

где d — наибольшая глубина дерева в заданном лесе.

Можно показать, что ни один EREW-алгоритм не может решить эту задачу за время, меньшее $O(\log^2 n)$, где n — количество вершин в лесе

Пример SRCW- алгоритма

**НАХОЖДЕНИЕ
МАКСИМАЛЬНОГО
ЭЛЕМЕНТА В МАССИВЕ**

Пример **CRCW**-алгоритма

Дано: Массив n элементов

Требуется: Найти максимальный
элемент

Пример **CRCW**-алгоритма

Способ решения

- Количество процессоров: n^2 .
- Каждый процессор нумеруется парой индексов.
- Процессор с номером (i,j) сравнивает $A[i]$ и $A[j]$.
- Используется вспомогательный булевский массив $m[i]$. После выполнения сравнений $m[i]=true \Leftrightarrow A[i]$ — наибольший элемент массива.
- Результат помещается в переменную max .

CRCW-алгоритм

1. Для всех i от 0 до $n-1$ выполнить:
 $m[i] := true$;
2. Для всех i от 0 до $n-1$ и для всех j от 0 до $n-1$ выполнить:
3. Если $A[i] < A[j]$, то $m[i] := false$;
4. Для всех i от 0 до $n-1$ выполнить:
5. Если $m[i] = true$, то $max := A[i]$;
6. Вернуть max .

Анализ **CRCW**-алгоритма

- Без использования параллельного чтения невозможно решить эту же задачу быстрее, чем за время $O(\log n)$.
- Представленный CRCW-алгоритм работает за время $O(1)$ и требует n^2 процессоров. Наилучший последовательный алгоритм работает за время $O(n)$. Поэтому эффективность составляет $1/n$, т.е. алгоритм не является эффективным по затратам.

Рекомендуемые источники

- Адигеев М.Г. Анализ сложности параллельных алгоритмов. Метод. указания. — Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского гос. ун-та, 2007 г. — 37 с.
- Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л. Алгоритмы: построение и анализ. — М.: Бином, 2004. — 960 с.
- Кузюрин Н.Н. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений.

<http://discopal.ispras.ru/> <http://discopal.ispras.ru/ru> <http://discopal.ispras.ru/ru.book> <http://discopal.ispras.ru/ru.book-advanced> <http://discopal.ispras.ru/ru.book-advanced-algorithms> <http://discopal.ispras.ru/ru.book-advanced-algorithms.htm>

- Bertsekas D.P., Tsitsiklis J.N. Parallel and Distributed Computation. Numerical Methods. — Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.