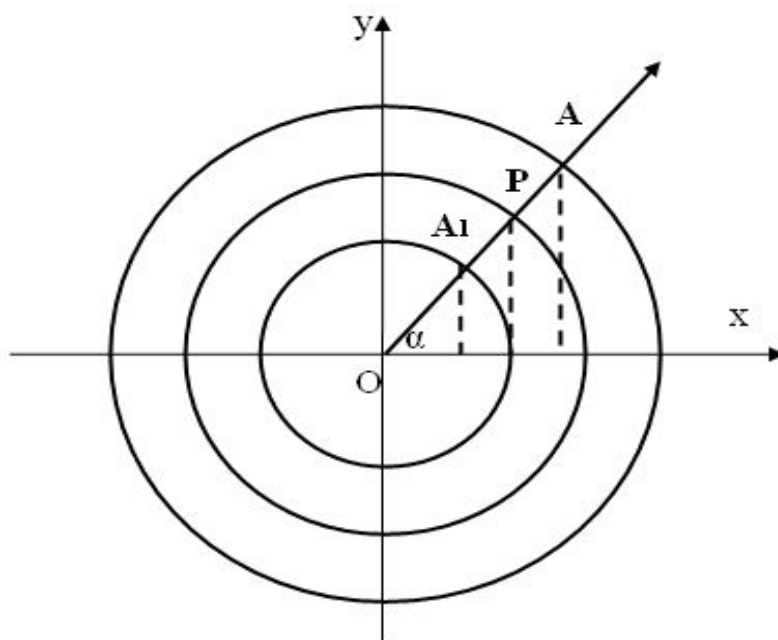


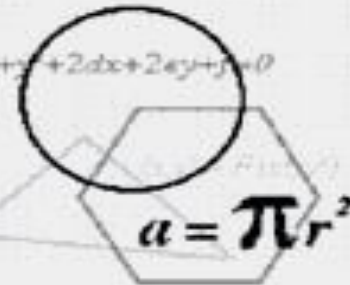
# ПОВОРОТ ТОЧКИ ВОКРУГ НАЧАЛА КООРДИНАТ



# Зачатки тригонометрических познаний зародились в древности



## Клавдий Птолемей



Птолемей делил окружность на  $360^\circ$ , а диаметр на 120 частей. И записывал на основании теоремы Пифагора:

$$(\text{хорда } a)^2 + (\text{хорда } (180 - a))^2 = (\text{диаметр})^2,$$

что соответствует современной формуле

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1.$$

Применив известные из геометрии теоремы, ученый нашел зависимости, которые равнозначны следующим формулам при условии:

$$0^\circ < a < 90^\circ$$

$$a/2 = \sqrt{1 - \cos a} / 2$$

$$\sin(a - B) = \sin a \cdot \cos B - \cos a \cdot \sin B$$

# Тригонометрия являлась вспомогательным разделом астрономии



**Евклид**

(ок. 325 – 265 до н.э.)



**Николай КОПЕРНИК**

(1473 – 1543)



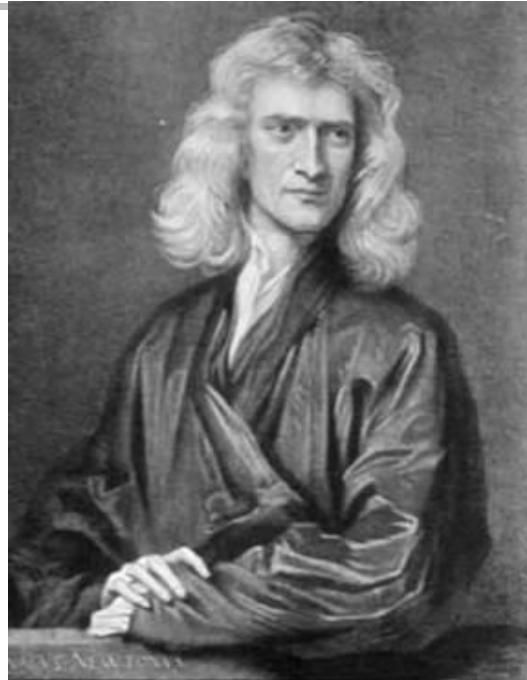
**Франсуа ВИЕТ**

(1540 - 1603)

С факелом тригонометрии доказывали  
движение планет, пути комет и приливы  
океанов



**Иоганн КЕПЛЕР**  
(1571 – 1630)



**Исаак НЬЮТОН**  
(1643 – 1727)



**Готфрид ЛЕЙБНИЦ**  
(1646 – 1716)

# ЗАДАНИЕ ПОВОРОТОВ

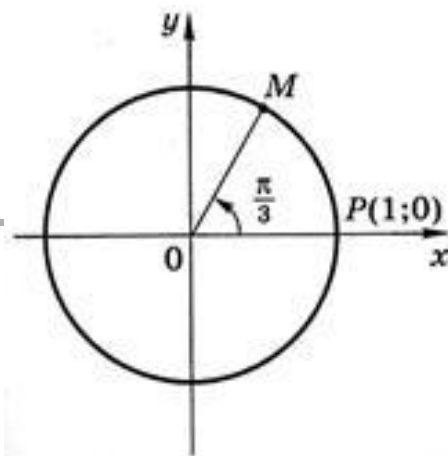


Рис. 42

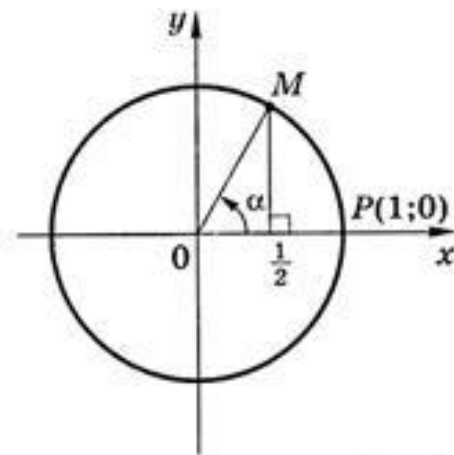


Рис. 43

Пусть луч, выходящий из точки  $O$ , занимает исходное положение  $OP$ . Сделав некоторый поворот от этого исходного положения против или по часовой стрелке, он займет положение  $OM$ .

Это новое положение вместе с исходным образует угол  $POM$ , у которого  $OP$  называется начальной, а  $OM$  – конечной сторонами. Угол называется положительным, если он образован поворотом луча против часовой стрелки, и отрицательным – в противоположном случае.

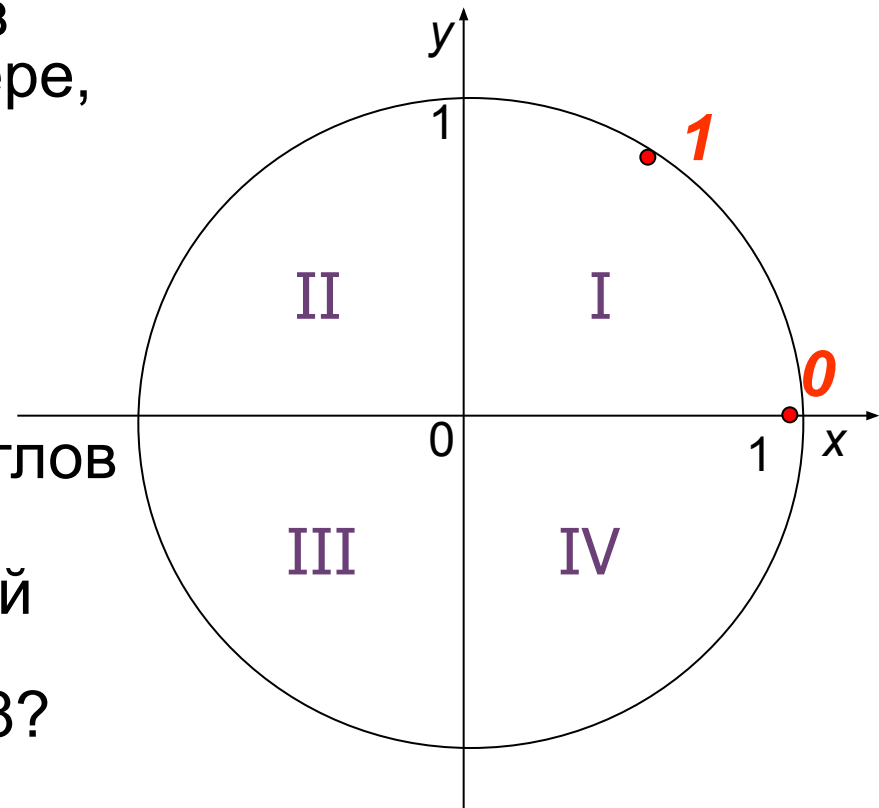
# декартова система разбивается координатными осями на четыре координатные четверти – I, II, III и IV.



- Задание 1. Определите границы координатных четвертей через углы поворота в радианной мере, взятых в положительном направлении.

- Задание 2. Выполните предыдущее задание, при условии, что выбирается отрицательное направление углов поворота.

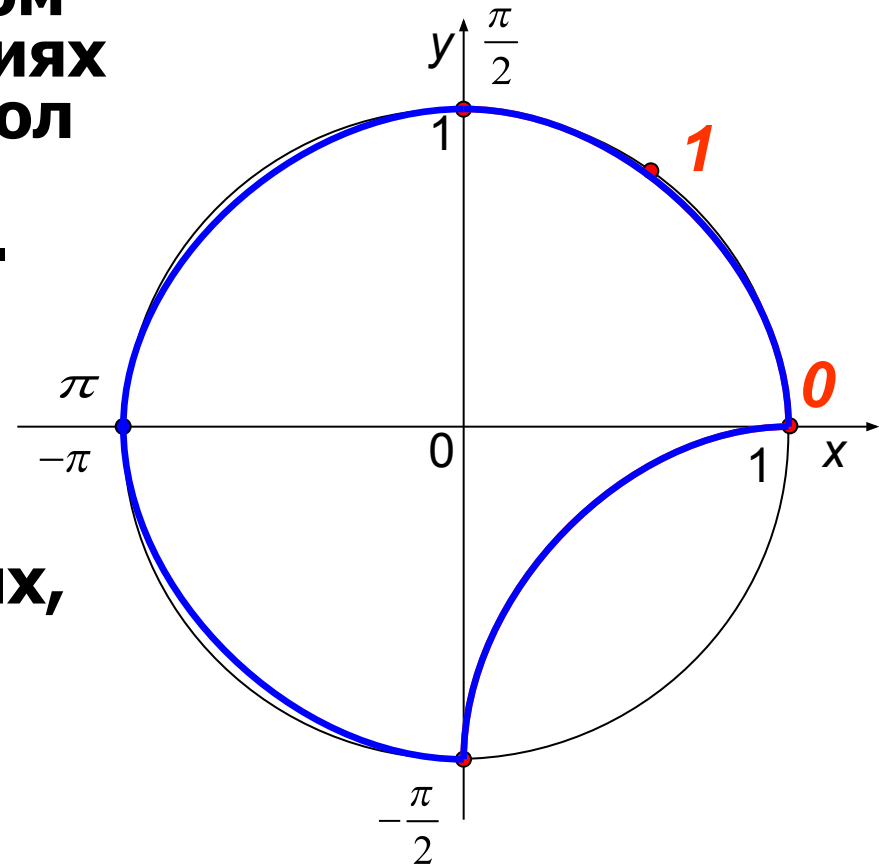
- Задание 3. Какой координатной четверти принадлежит точка окружности с координатой 6,28?



# ПОВОРОТ ПОВОРОТ ТОЧКИ ВОКРУГ НАЧАЛА КООРДИНАТ

Откладывая в положительном и отрицательном направлениях от начала отсчета прямой угол получим точки, соответствующие числам . . .  
И . . .

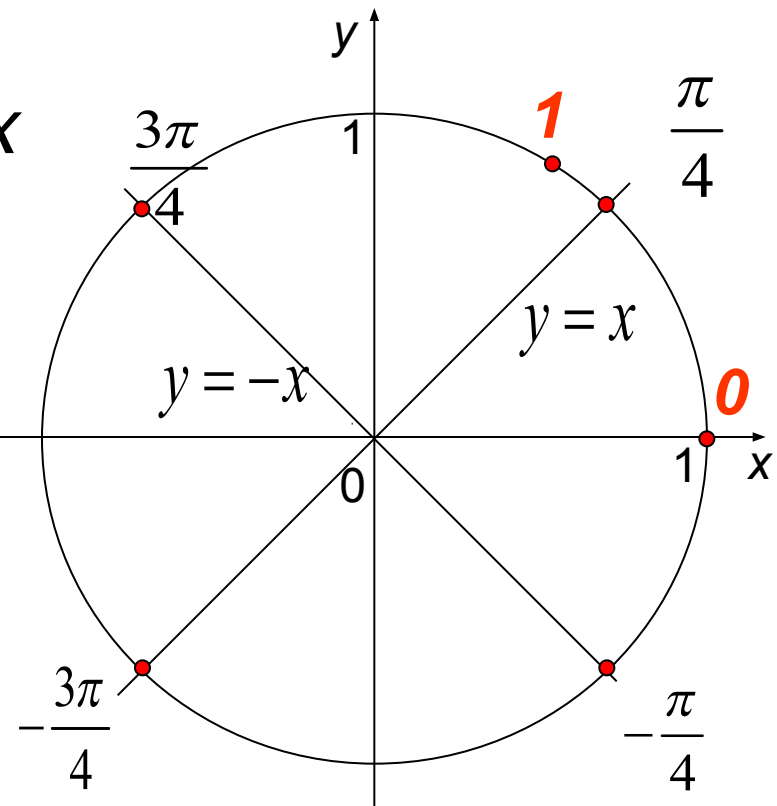
Выполнив поворот на развернутый угол в положительном и отрицательном направлениях, получаем две совпадающие точки окружности с координатами  
. . . И . . .



# ПОВОРОТ ТОЧКИ ВОКРУГ НАЧАЛА КООРДИНАТ

Точки пересечения  
графиков функций  $y=x$  и  $y=-x$   
с тригонометрической  
окружностью соответствует  
следующим углам поворота

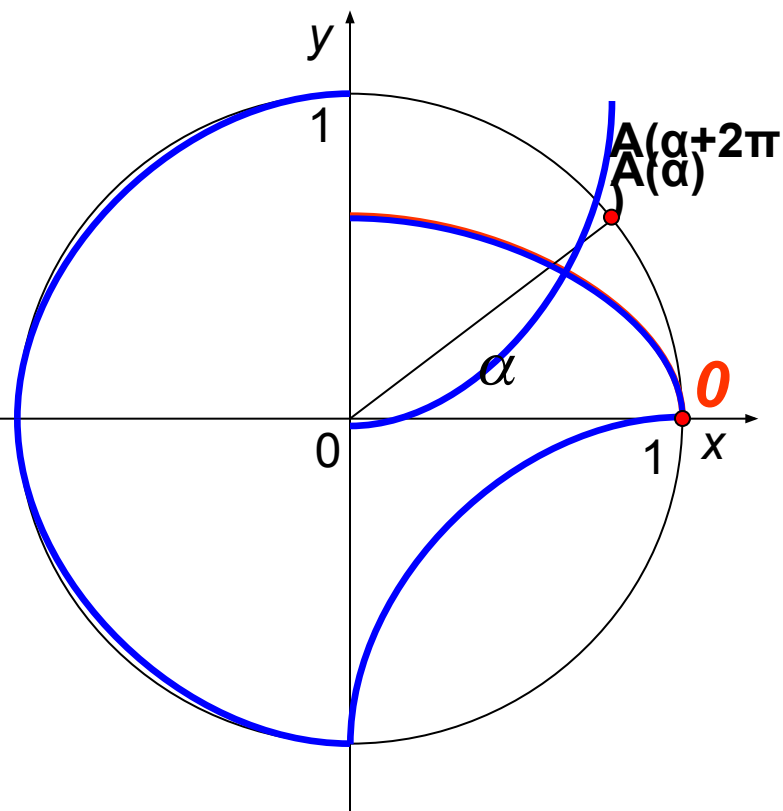
$$\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4} ; -\frac{3\pi}{4}$$



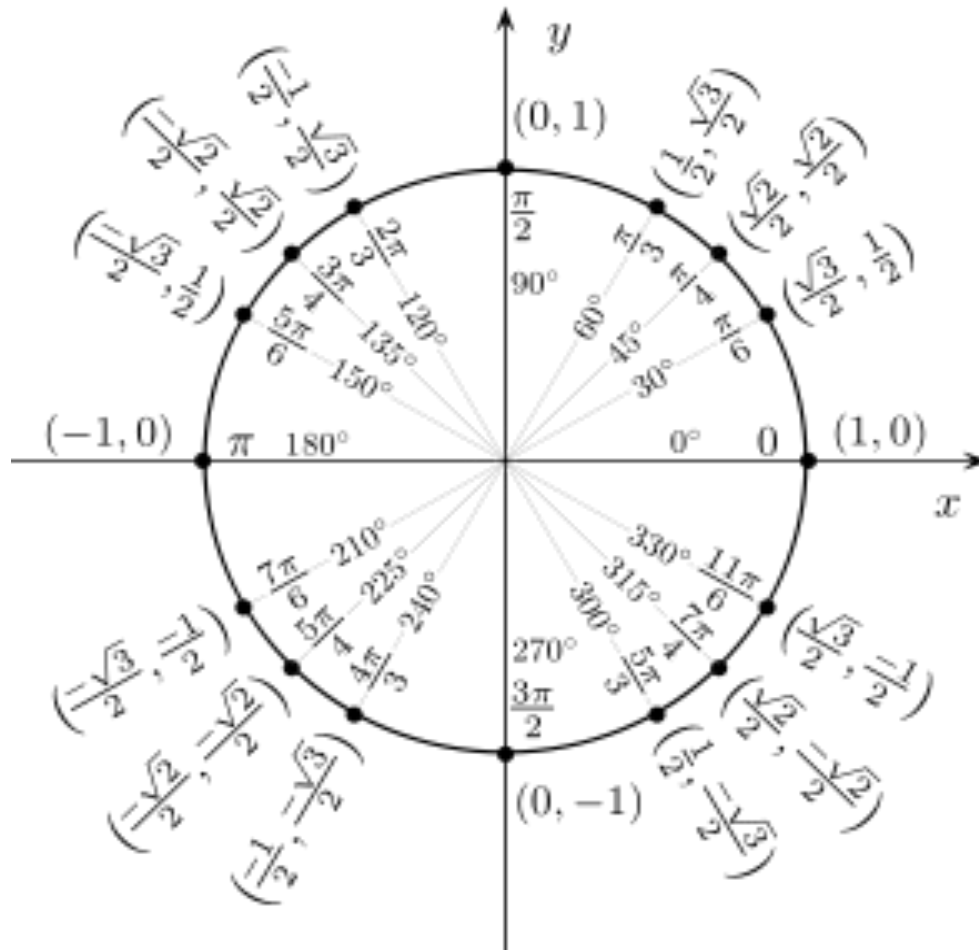


Отметим на тригонометрической окружности точку  $A$ , соответствующую произвольному острому положительному углу поворота  $\alpha$ .

- Если добавить полный поворот к углу  $\alpha$ , то мы снова окажемся в той же точке  $A$ . Но теперь ее координата равна ...
- Вообще, любую точку окружности можно получить поворотом на угол, вида  $\alpha + 2\pi n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$  и  $\alpha \in [0; 2\pi)$ .



# КООРДИНАТЫ ТОЧЕК ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО КРУГА



# КООРДИНАТЫ ТОЧЕК ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО КРУГА

