Лекция 3

Позиционные задачи

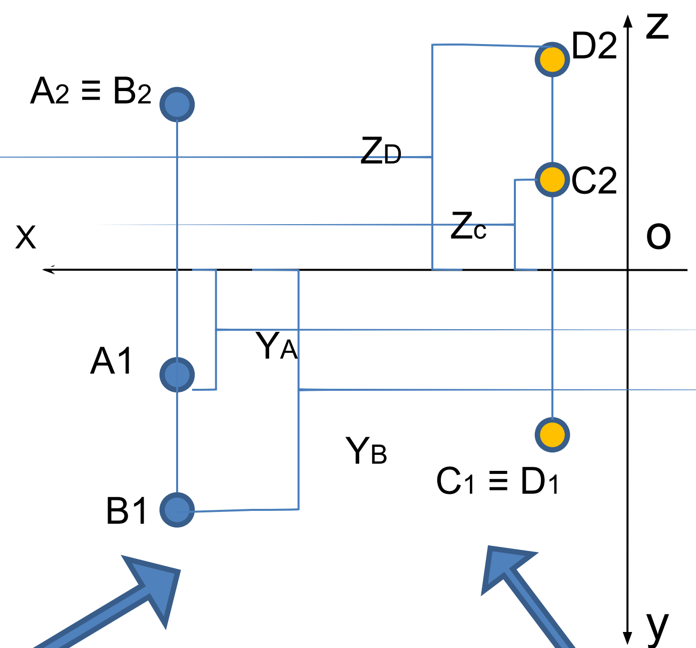
Взаимная принадлежность

Принадлежность точки линии

Принадлежность точки плоскости

Принадлежность линии плоскости

Метод конкурирующих точек



$Y_A < Y_B \Rightarrow$ видна B_2

$Z_C < Z_D \Rightarrow$ видна D_1

Взаимное пересечение

Пересечение линии линией

Пересечение линии с плоскостью

Взаимное пересечение плоскостей

Основные графические задачи

Все графические задачи условно **делятся на 2 класса**.

1-й класс – задачи позиционные;

2-й класс – задачи метрические.

Позиционными называются такие задачи, в которых **определяется взаимное расположение различных геометрических фигур относительно друг друга.**

Позиционные задачи

- Позиционные задачи условно делятся **на две группы:**

Позиционные задачи

Задачи на принадлежность

Задачи на пересечение

Задачи на принадлежность (ицидентность)

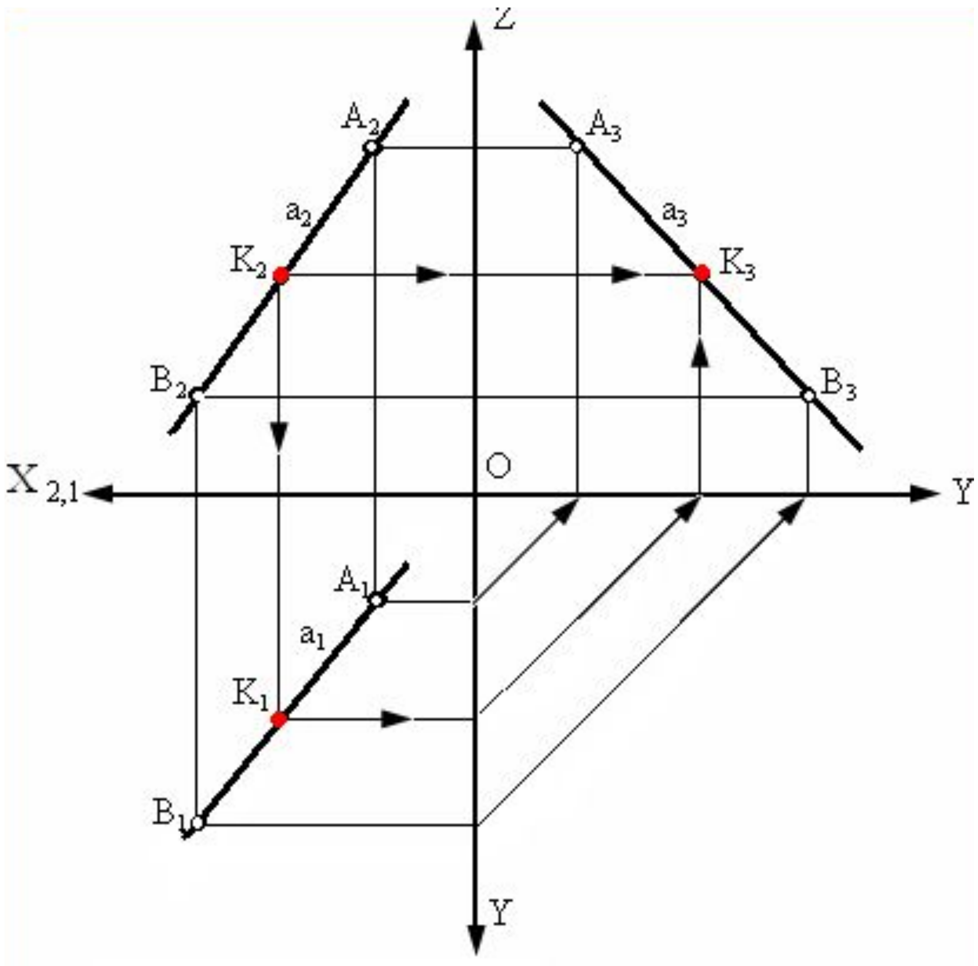
Задачи на принадлежность

- Определение принадлежности точки линии ($A \in l$)
- Определение принадлежности точки плоскости (поверхности) $A \in \alpha$
- Определение принадлежности линии плоскости (поверхности) $l \subset \alpha$

Принадлежность точки линии

- Из **инвариантного свойства 3** параллельного проецирования следует, что проекции точки К (К1, К2 и К3) принадлежащие прямой а, должны принадлежать соответствующим проекциям этой прямой т. е. Если хотя бы одна проекция точки не принадлежит соответствующей проекции прямой, то эта точка не принадлежит прямой.
- Из **инвариантного свойства 4** следует, что проекции точки К (К1, К2 и К3), принадлежащие прямой АВ, делят соответствующие проекции отрезка в том же отношении, в каком точка К делит отрезок АВ.

Изображение на комплексном чертеже принадлежности точек А, В, К прямой а



МЕТОД КОНКУРИРУЮЩИХ ТОЧЕК

Метод конкурирующих точек используется в начертательной геометрии **для определения взаимной видимости** двух геометрических фигур.

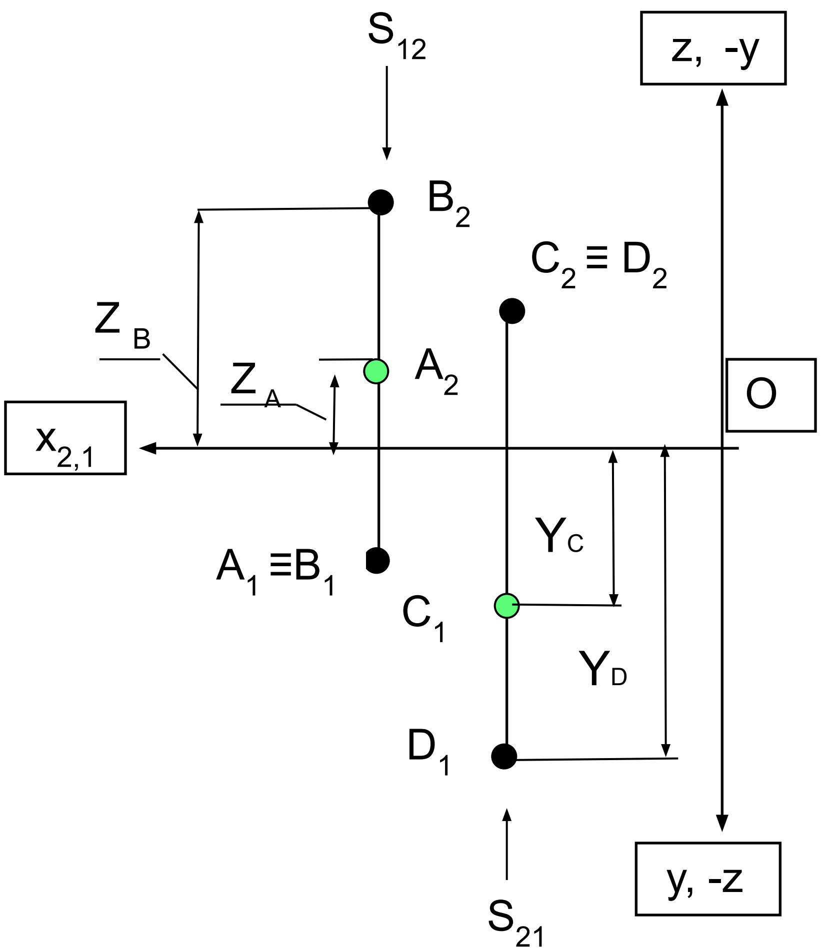
Конкурирующими называются точки пространства, у которых совпадают какие-либо две одноименные проекции.

Определение видимости точек

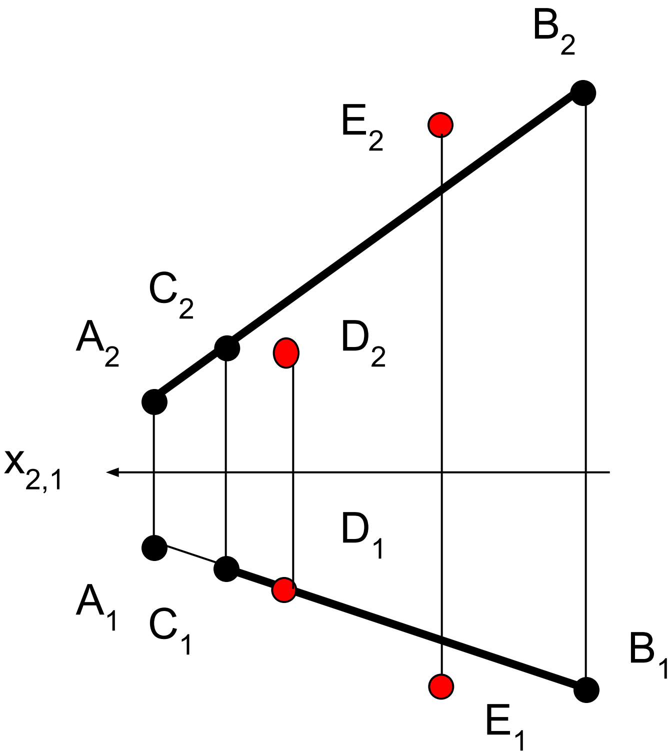
На рис. показаны конкурирующие точки А и В (совпадают горизонтальные проекции $A_1 \equiv B_1$) и C и D (совпадают фронтальные проекции $C_2 \equiv D_2$).

Точка В находится выше точки А относительно плоскости π_1 ($Z_B > Z_A$), поэтому на плоскости π_1 видна точка В, которая закрывает точку А (считается, что наблюдатель смотрит на плоскости проекций из бесконечности и направление луча зрения параллельно проецирующему лучу S).

На плоскости π_2 видна точка D, т. К. она находится ближе к наблюдателю (дальше от плоскости π_2, $Y_D > Y_C$) и закрывает невидимую точку С.



Пример рассмотрения принадлежности точек прямой

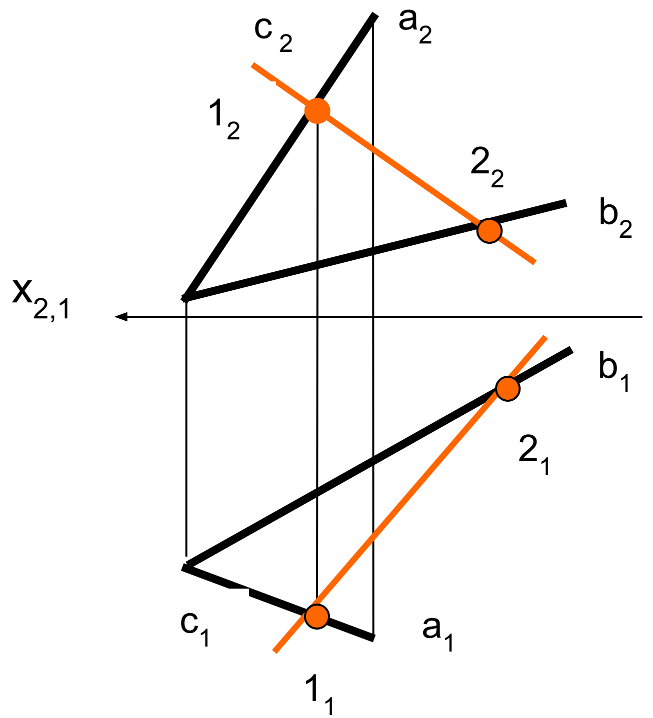


Принадлежность линии поверхности

Линия принадлежит поверхности, если: 1. Имеет две общих точки;

2. Имеет одну общую точку и прямую параллельную прямой, принадлежащей поверхности.

Дано: $\alpha(a \cap b)$, $c \subset \alpha$

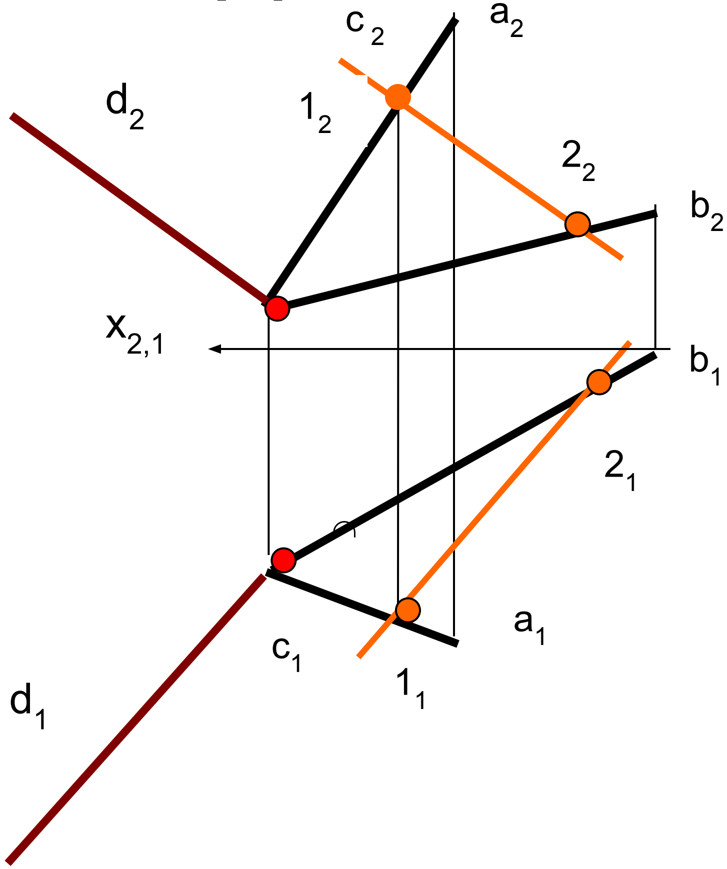


Условие принадлежности точки поверхности

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит прямой принадлежащей поверхности

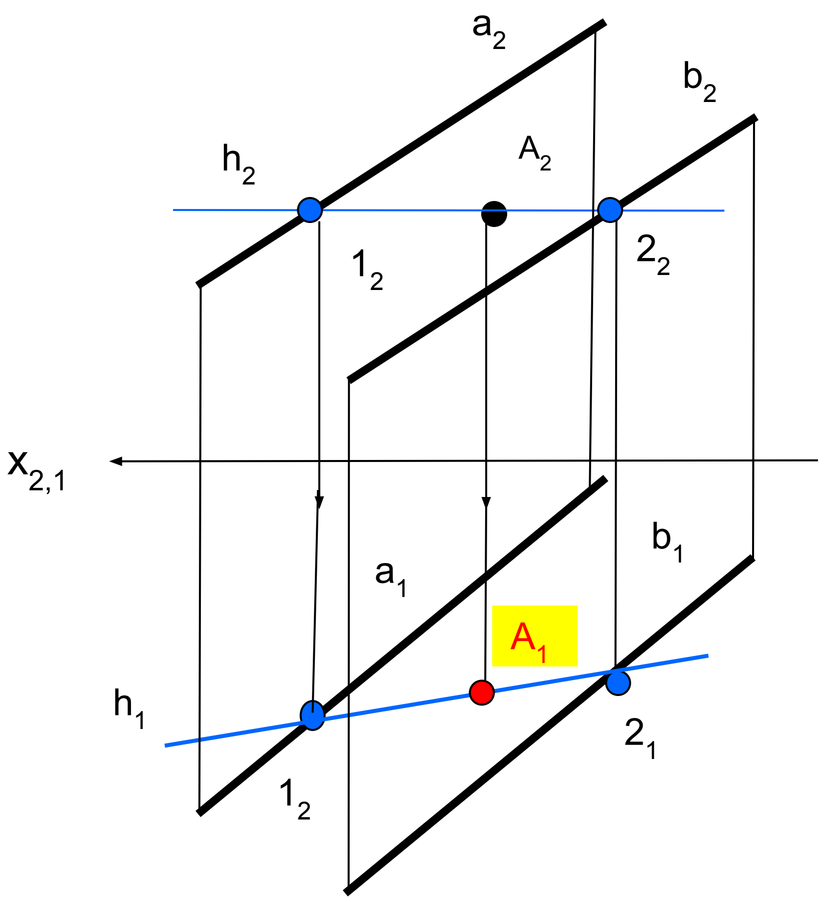
Задача на определение принадлежности

Дано: α(a b),
d ‖ c; c ⊂ α.
Определить:
принадлежит ли d
поверхности α ?



Задача

Дано: $\alpha(a \parallel b)$, A_2
Определить: A_1, если A принадлежит ($\subset$) поверхности $\alpha(a \parallel b)$,



Задачи на пересечение

Пересечение линии с линией
$l \cap m$

Пересечение линии с поверхностью
$l \cap \alpha$

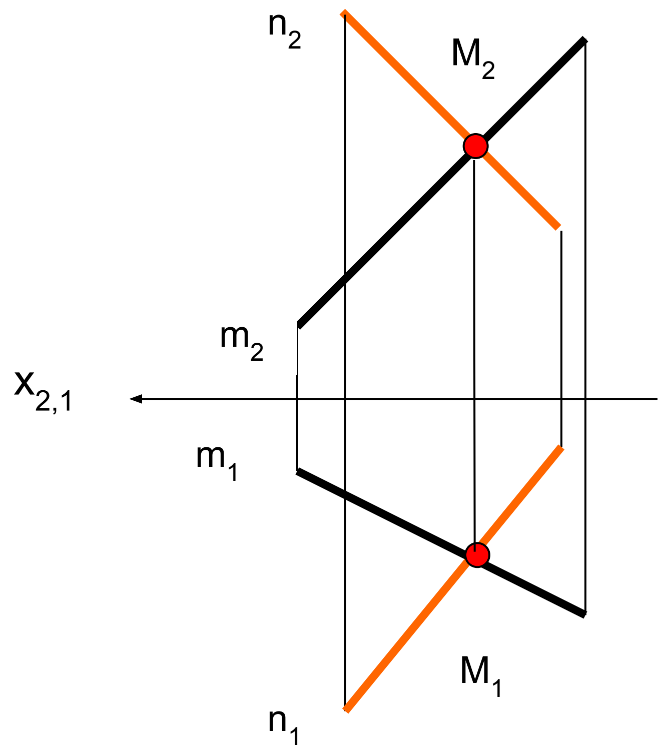
Пересечение поверхности с поверхностью
$\alpha \cap \beta$

Взаимное положение прямых. Пересечение прямых

Две прямые в пространстве могут пересекаться, скрещиваться и могут быть параллельны.

Прямые a и b ($a \cap b$) пересекаются. Точки пересечения одноименных проекций пересекающихся прямых расположены на одной линии проекционной связи.

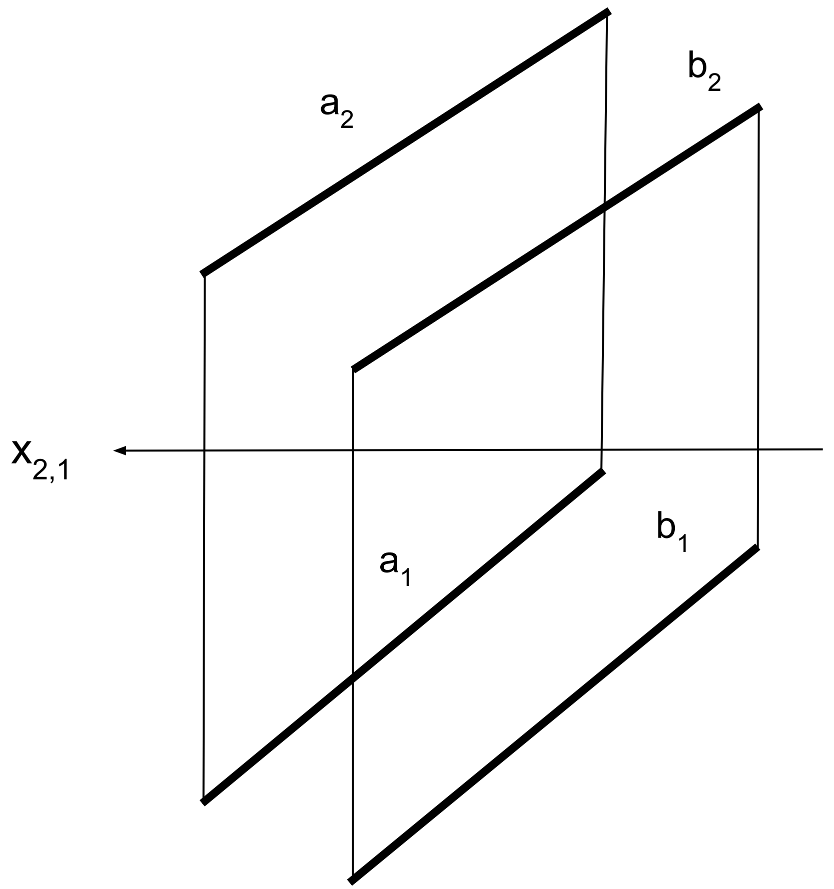
Дано: $m \cap n$,
$M \subset m$;
$M \subset n$



Параллельные прямые

На рис. представлены параллельные прямые – прямые, пересекающиеся в несобственной точке (прямые, лежащие в одной плоскости и пересекающиеся в бесконечно удаленной точке).

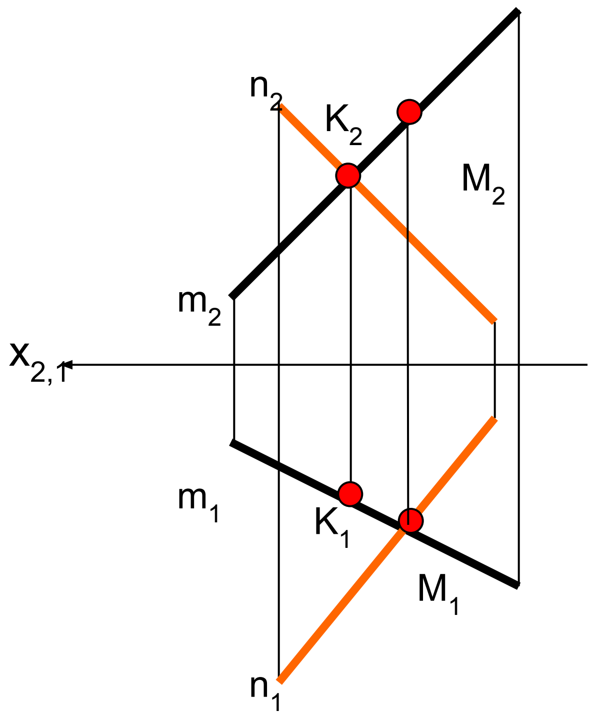
Из инвариантного свойства 6 следует, что проекции параллельных прямых a и b параллельны.



Скрещивающиеся прямые

Скрещивающиеся прямые – это прямые, не лежащие в одной плоскости, это прямые не имеющие ни одной общей точки.

На комплексном чертеже точки пересечения проекций этих прямых не лежат на одном перпендикуляре к оси X (в отличие от пересекающихся прямых).



Условие перпендикулярности двух прямых

Две прямые перпендикулярны, если угол между ними составляет 90°.

Кроме того, в начертательной геометрии существует еще одно утверждение на эту тему:

Две прямые перпендикулярны, если одна из них линия уровня.

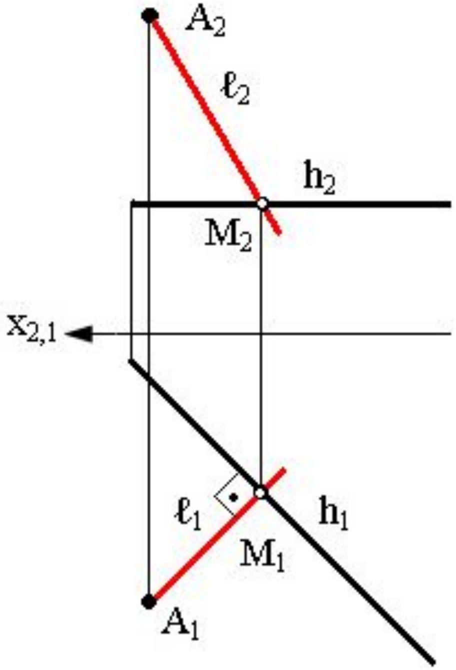
Для подтверждения этого заключения рассмотрим примеры.

Пример: через точку А провести прямую ℓ, пересекающую горизонталь h под прямым углом $\ell \perp h$

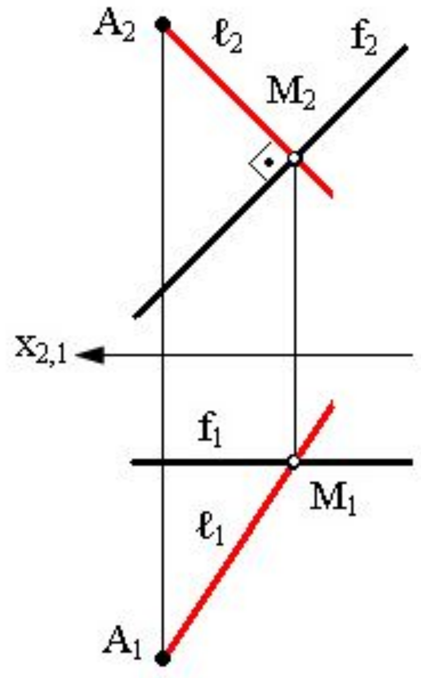
Так как одна из сторон h прямого угла параллельна плоскости Π_1, то на эту плоскость прямой угол спроецируется без искажения. Поэтому через горизонтальную проекцию A_1 проведем горизонтальную проекцию искомой прямой $\ell_1 \perp h_1$. Отметим горизонтальную проекцию точки пересечения прямой и горизонтали $M_1 = \ell_1 \cap h_1$. Отметим горизонтальную проекцию точки пересечения прямой и горизонтали $M_1 = \ell_1 \cap h_1$. Найдем по принадлежности фронтальную проекцию точки пересечения M_2. Точки A_2 и M_2 определяют фронтальную проекцию искомой прямой ℓ. Две проекции прямой определяют ее положение в пространстве.

Если вместо горизонтали будет задана фронталь f, то геометрические построения по проведению прямой $\ell \perp$ аналогичны рассмотренным с той лишь разницей, что построения неискаженной проекции прямого угла следует начинать с фронтальной проекции (рис. б).

Прямые, перпендикулярные к линиям уровня

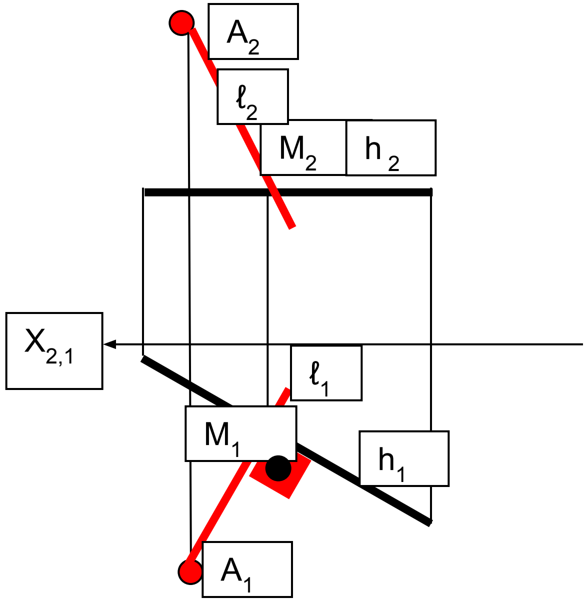


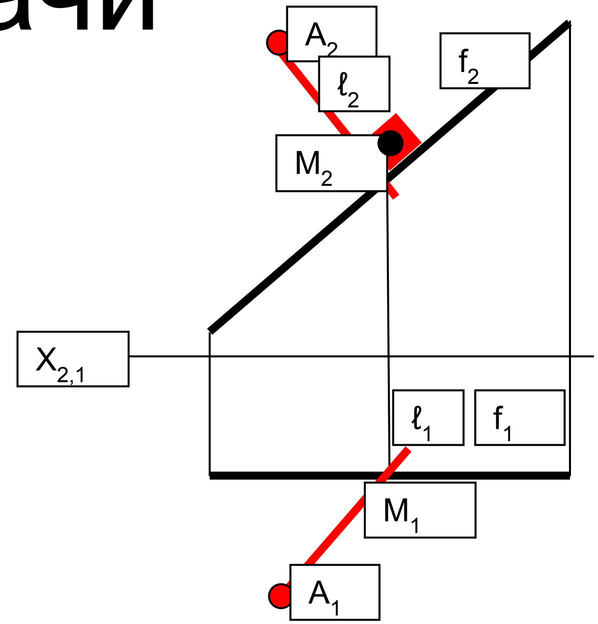
а)



б)

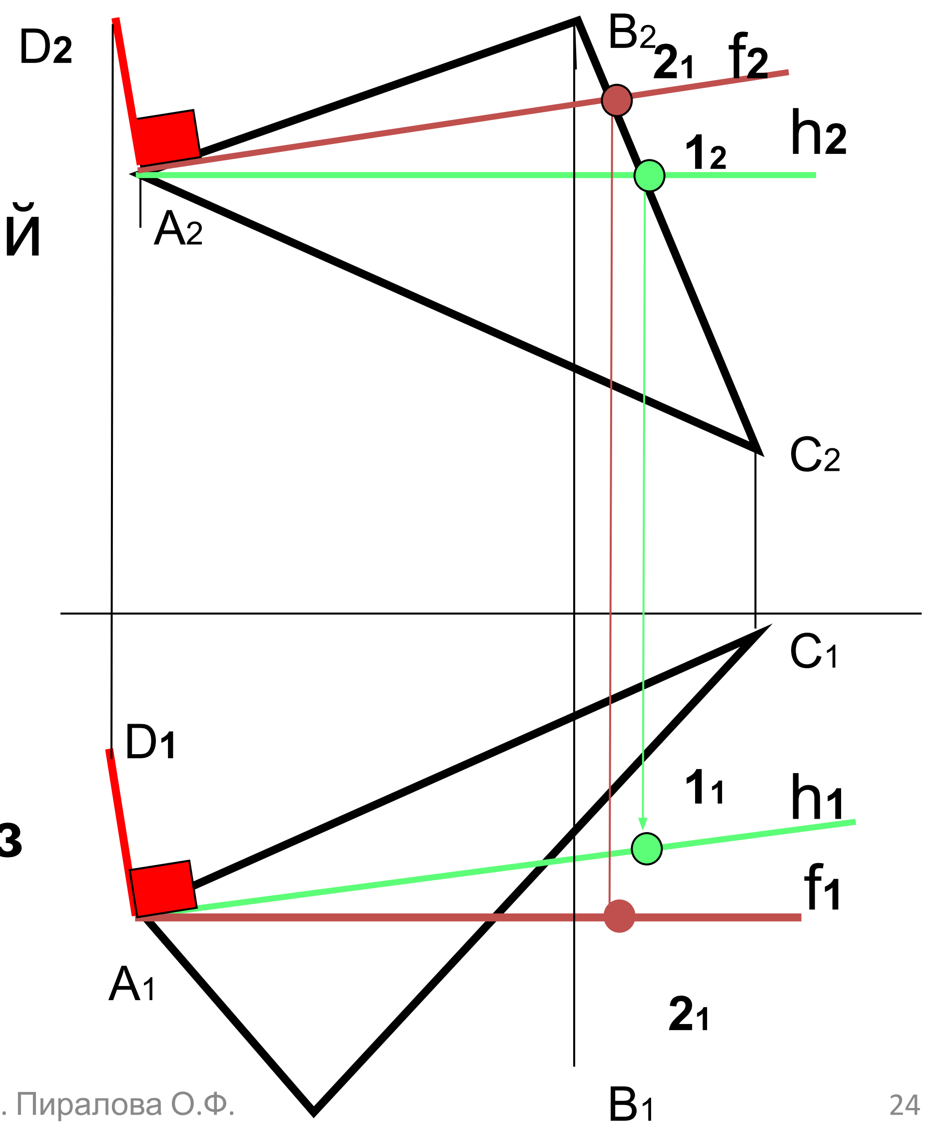
Алгоритм решения задачи





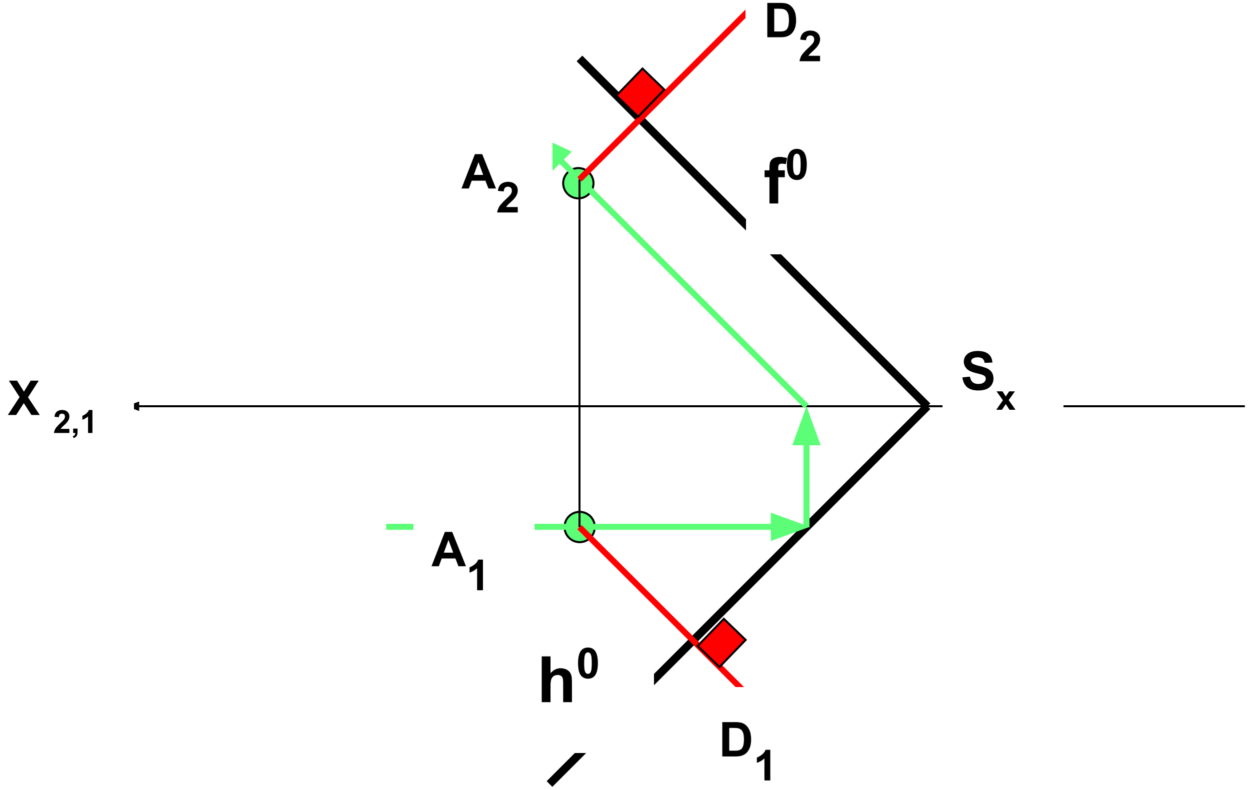
Пример. Из точки А, принадлежащей плоскости α (∆ ABC), восставить к плоскости α перпендикуляр AD.

Для определения направления проекций перпендикуляра, проведем проекции горизонтали h и фронтали f плоскости **∆ ABC. После этого из точки A_1 восстанавливаем перпендикуляр к h_1, а из A_2 – к f_2**



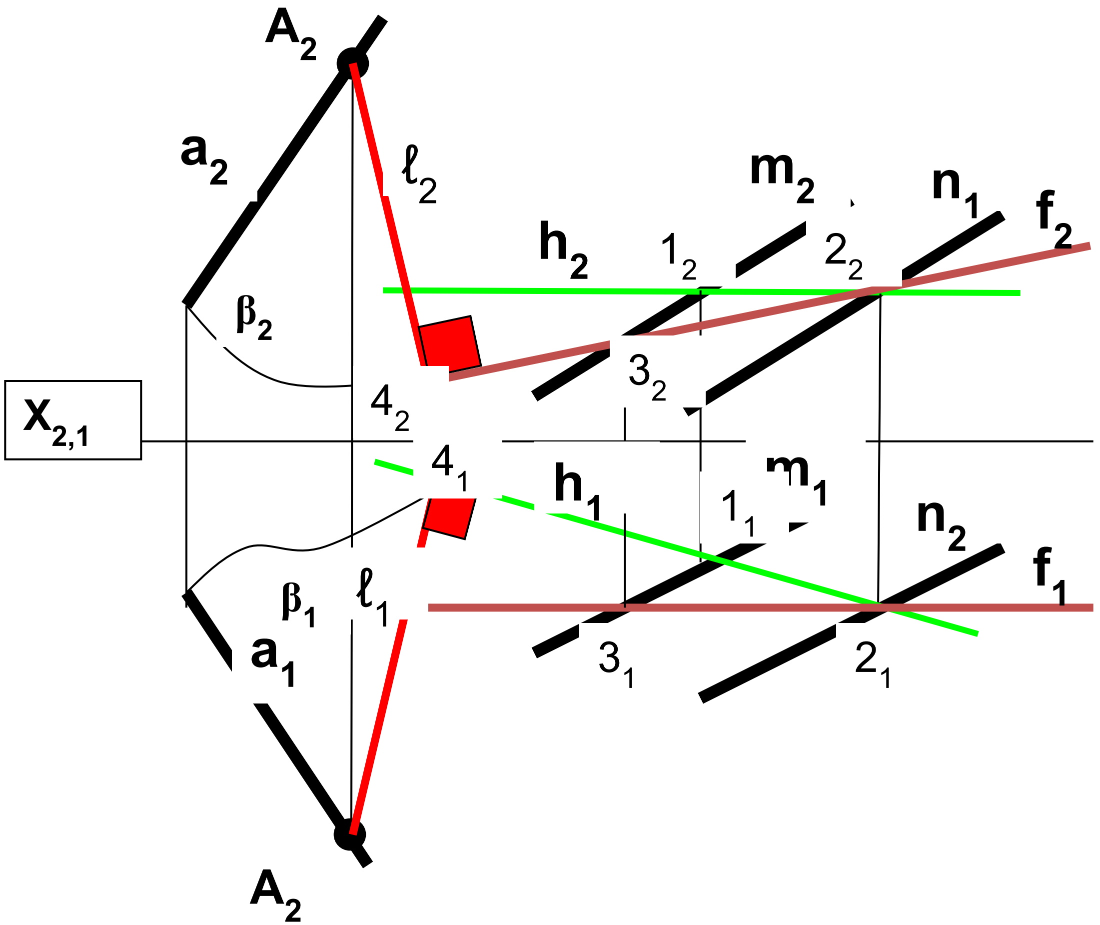
Если плоскость задана следами, для того, чтобы прямая в пространстве была перпендикулярна плоскости, необходимо и **достаточно, чтобы проекции этой прямой были перпендикулярны к одноименным следам**

Пример. Из точки А, принадлежащей плоскости $\alpha(h \cap f)$, восставить к плоскости α перпендикуляр AD.



Взаимно перпендикулярные плоскости

Две плоскости перпендикулярны, если одна из них содержит прямую, перпендикулярную к другой плоскости



Пересечение линии с поверхностью

Задача сводится к решению задачи на определение точки, принадлежащей прямой и поверхности.

Для решения необходимо:

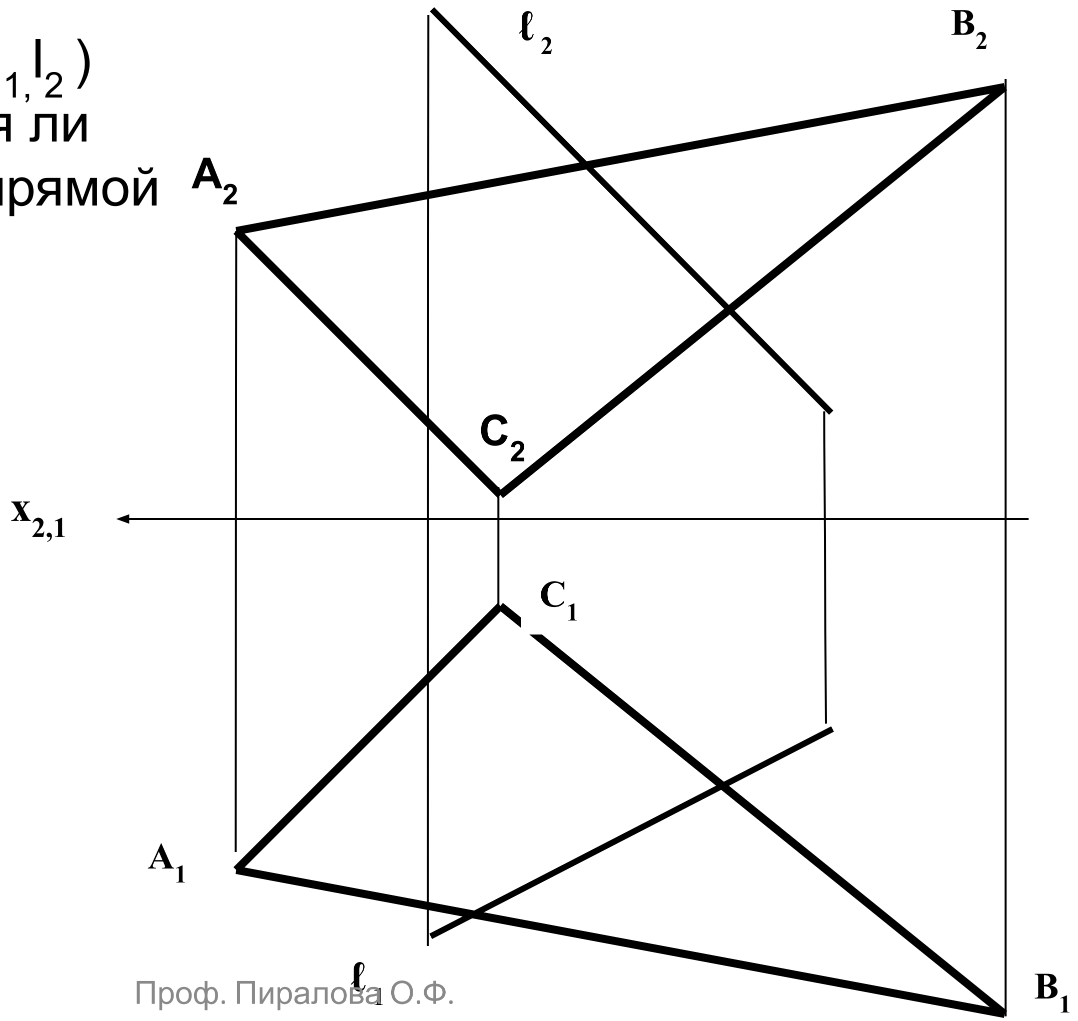
1) через одну из проекций прямой провести конкурирующую прямую, принадлежащую поверхности;

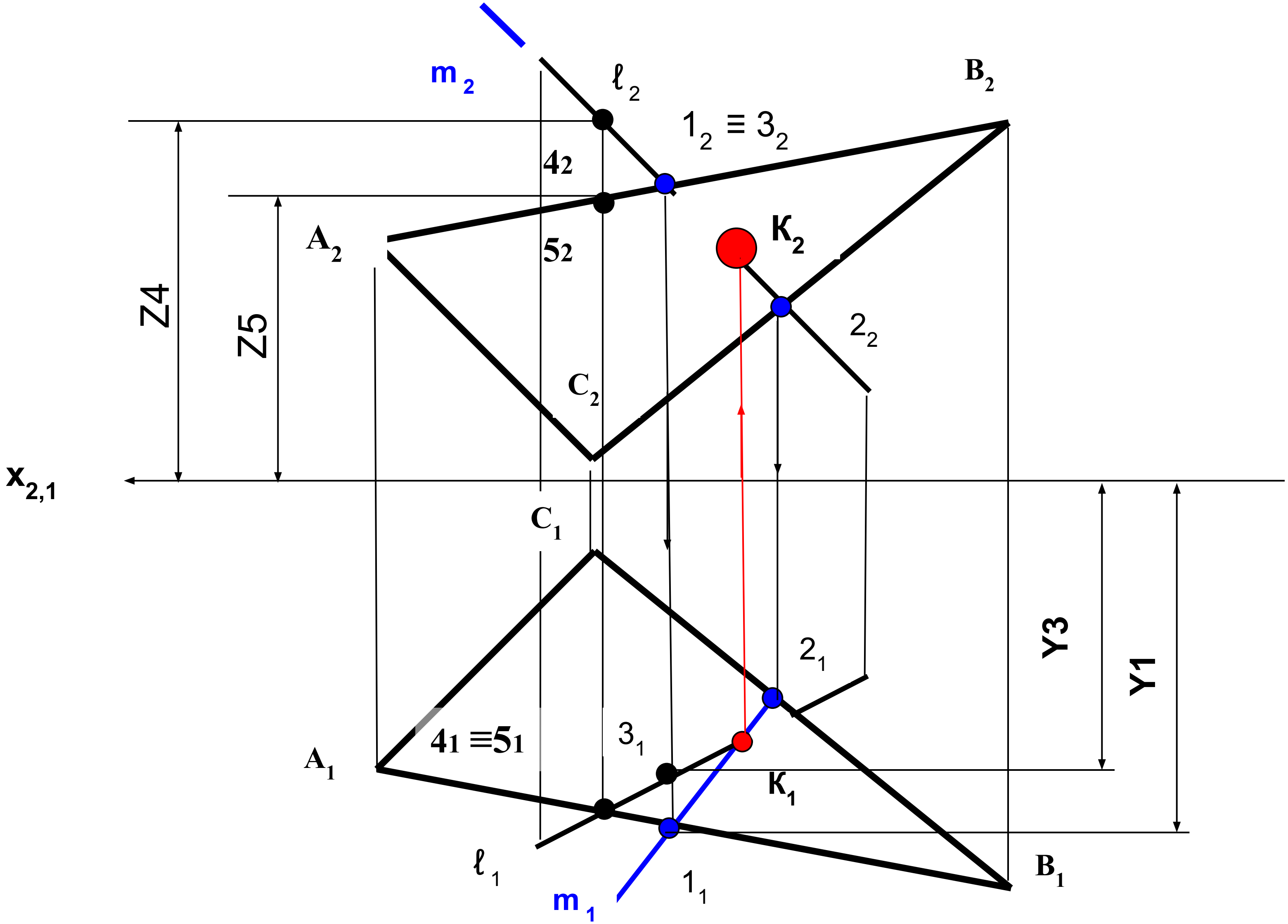
2) найти ее проекцию во второй плоскости проекций.

Если эта проекция пересечет проекцию заданной прямой, значит имеется точка пересечения прямой и поверхности.

Задача

Дано: α (Δ ABC), (l_1, l_2)
Определить: имеется ли точка пересечения прямой с поверхностью α ?





m 2
ℓ 2
B2
1 2 ≡ 3 2
4 2
A2
К2
5 2
Z4
Z5
2 2
C2
x2,1
C1
Y3
Y1
2 1
41 ≡51
3 1
A1
К1
ℓ 1
B1
1 1
m 1

Пересечение плоскостей

Две плоскости пересекаются по прямой линии, для определения которой достаточно найти две точки, принадлежащие одновременно каждой из заданных плоскостей.

Чтобы найти такие точки достаточно ввести две вспомогательные секущие плоскости.

Пример. Определить линию пересечения плоскостей **α(a b)** **и** **β(c**$\|$d).

Алгоритм решения.

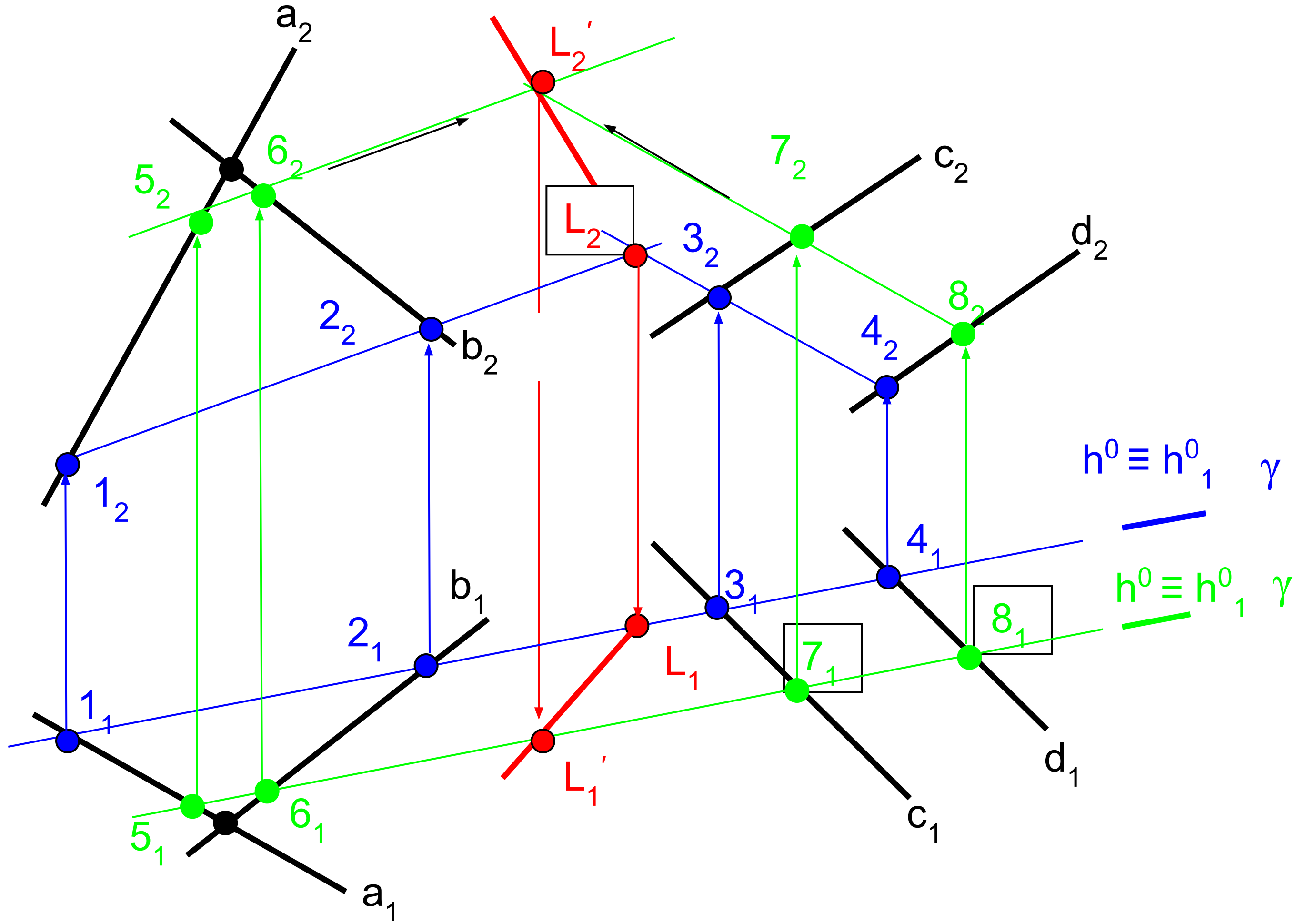
1. Проводим вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость γ

2. и 3. Определяем проекции прямых m и n, по которым пересекаются плоскости

α(a b) и β(c$\|$d).

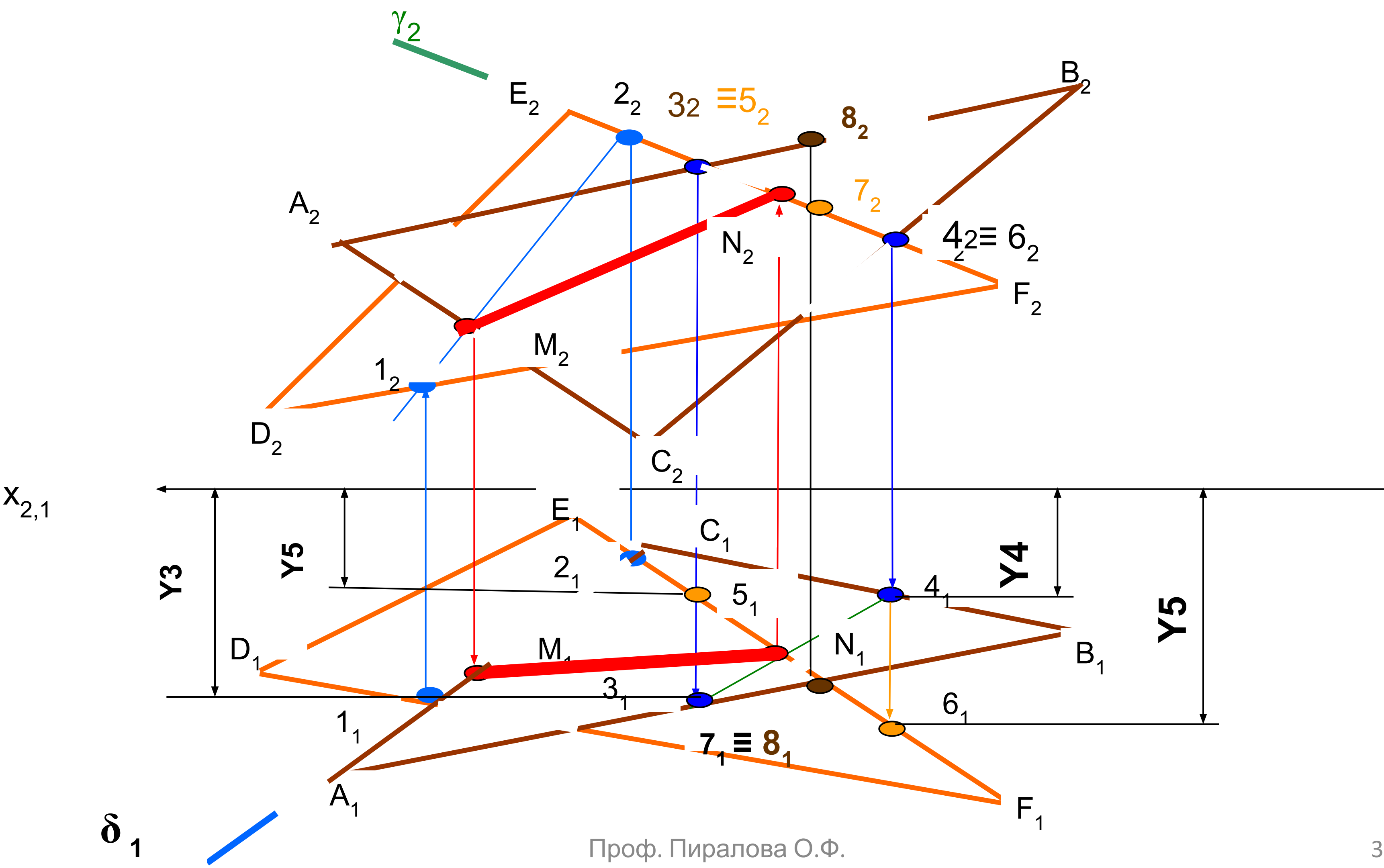
4. Находим **точки пересечения одноименных фронтальных проекций линий пересечения плоскостей α и β.**

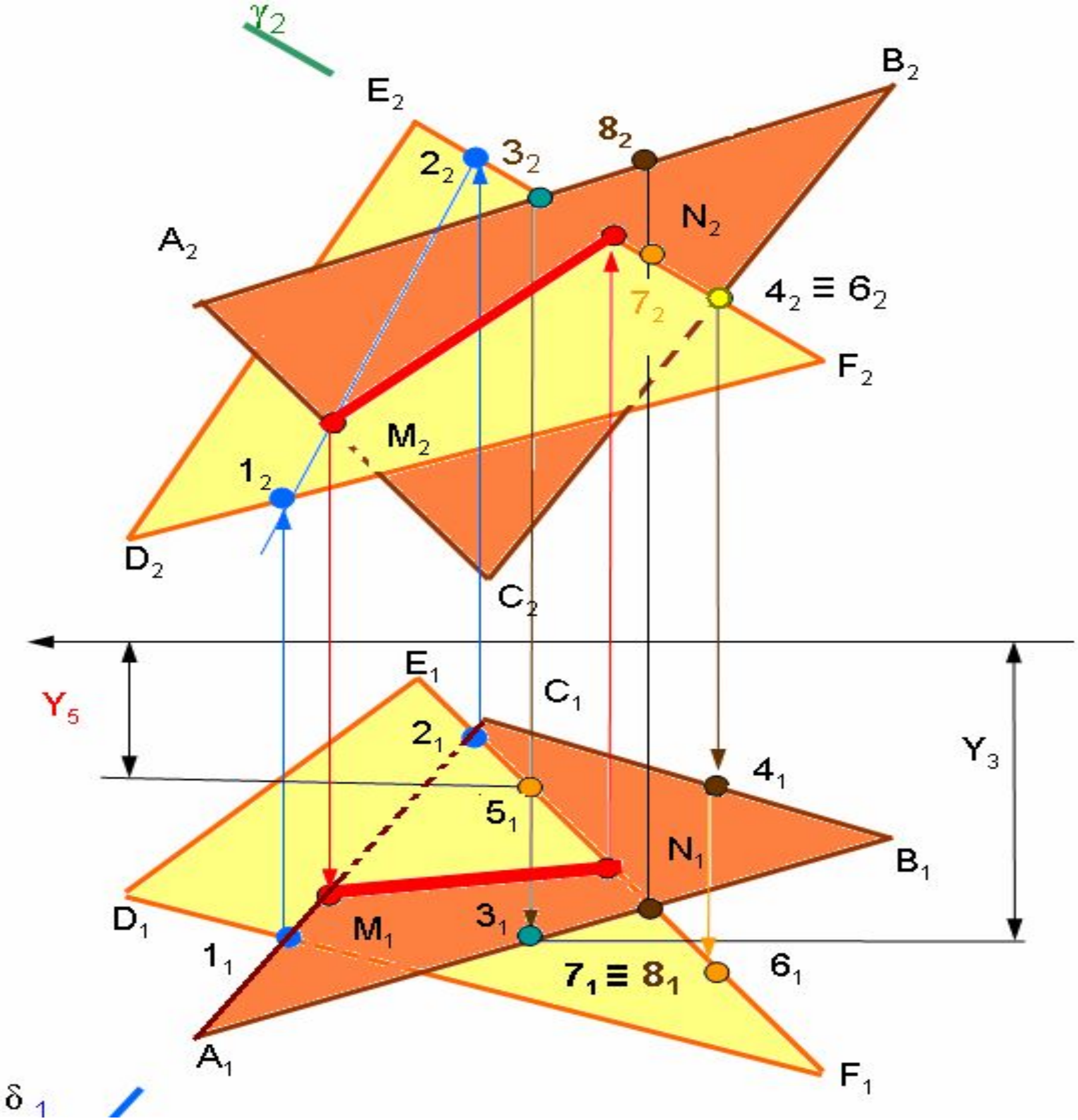
Пример решения задачи на определение линии пересечения плоскостей



Дано: α (Δ ABC), β (Δ DEF);

Определить взаимное положение плоскостей




γ2
E2
B2
8 2
2 2
3 2
N2
A2
7 2
4 2 ≡ 6 2
F2
M2
1 2
D2
C2
E1
C1
Y5
2 1
4 1
Y3
5 1
N1
B1
D1
3 1
M1
1 1
7 1 ≡ 8 1
6 1
A1
F1
δ 1