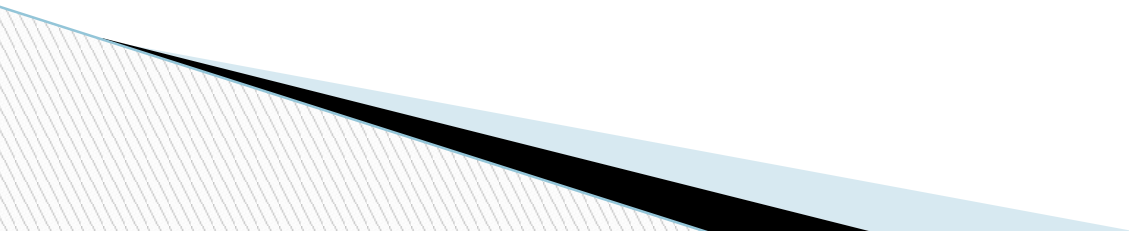


# Практическое применение логарифмов в ЭКОНОМИКЕ



## ***Непер Джон (1550 - 1617)***

Известный английский математик, шотландский барон. Математика и астрономия были его увлечениями, а не профессией. Непер вошел в историю математики как изобретатель логарифмов, составитель первой таблицы логарифмов, которой он посвятил 20 лет своей жизни. Параллельно с ним над составлением таблицы логарифмов работал другой любитель математики - И. Бюрги. Непер вывел несколько формул для решения сферических треугольников, сделал ряд других математических открытий. Любил заниматься составлением математических таблиц, которые упрощали процесс счета.

- Можно найти применение логарифмам не только в математике, но и в других областях науки, например, экономике, в частности, в банковском деле

**Пример 1. Задача о вкладчике.**

**Пусть вкладчик положил в банк 10 000 рублей под ставку 12 % годовых. Через сколько лет его вклад удвоится?**

**Через год на счету вкладчика будет сумма:**

$$10000 + 10000 \cdot \frac{12}{100}$$

**Еще через год эта сумма составит**

$$\left(10000 + 10000 \cdot \frac{12}{100}\right) +$$

$$\left(10000 + 10000 \cdot \frac{12}{100}\right) \cdot \frac{12}{100}$$

**Попробуем найти закон образования суммы вклада  
после каждого года**

**После первого года**

$$10000 + 10000 \cdot \frac{12}{100} = 10000 \left(1 + \frac{12}{100}\right)$$

**После второго года**

$$\begin{aligned} & 10000 \left(1 + \frac{12}{100}\right) + 10000 \left(1 + \frac{12}{100}\right) \cdot \frac{12}{100} = \\ & = 10000 \left(1 + \frac{12}{100}\right) \left(1 + \frac{12}{100}\right) = \\ & = 10000 \left(1 + \frac{12}{100}\right)^2 \end{aligned}$$

**Через  $n$  лет хранения денег их количество составит**

$$1000 \left( 1 + \frac{12}{100} \right)^n \text{ рублей}$$

**Вывели формулу, которая в экономике называется формулой сложных процентов**

$$S = A \left( 1 + \frac{P}{100} \right)^n, \text{ где}$$

$A$  – начальная сумма вклада,

$P$  – процентная ставка (годовая),

$n$  – срок хранения (в годах),

$S$  – накопительная (итоговая)

сумма вклада

**В нашем случае деньги на вкладе накапливаются по формуле**

$$S = 1000 \left( 1 + \frac{12}{100} \right)^n \text{ рублей}$$

**Нам необходимо найти  $n$ , при котором**

$$20000 = 1000 \left( 1 + \frac{12}{100} \right)^n \text{ рублей}$$

**т.е. решить уравнение**

$$2 = \left( 1 + \frac{12}{100} \right)^n$$

**по определению логарифма получим**

$$n = \log_{1,12} 2$$

$$n = \log_{1,12} 2 = \frac{\lg 2}{\lg 1,12} \approx \frac{0,3010}{0,0492} = 6,11$$

**Увеличение вклада произойдет через 6 лет (с небольшим)**

**Рассмотрим этот же пример в общем виде**

**Некоторая сумма денег в  $A$  рублей подвержена приросту в  $p\%$  годовых. Через сколько лет эта сумма составит  $S$  рублей?**

$$S = A \left( 1 + \frac{12}{100} \right)^n$$

**Прологарифмируем это уравнение по основанию 10, получим:**

$$\lg S = \lg \left( A \cdot \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n \right),$$

$$\lg S = \lg A + \lg \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n,$$

$$\lg S - \lg A = n \cdot \lg \left( 1 + \frac{p}{100} \right),$$

$$n = \frac{\lg S - \lg A}{\lg \left( 1 + \frac{p}{100} \right)}$$



## **Пример.**

**Пенсионер 1 января положил на вклад все свои сбережения – 150 000 рублей под 5% годовых. Он намеревается каждый год 31 декабря снимать с вклада по 25 тыс.рублей. На протяжении какого периода времени он это может делать?**

**Рассмотрим ситуацию в общем виде. Пусть  $A$  – исходная сумма,  $S$  – снимаемая сумма ежегодно,  $P$  – процентная ставка.**

**Тогда через год на счету будет**

$$A\left(1 + \frac{12}{100}\right) \text{ а после снятия денег } A\left(1 + \frac{12}{100}\right) - S$$

**через два года**

$$\left(A\left(1 + \frac{P}{100}\right) - S\right)\left(1 + \frac{P}{100}\right) - S \text{ или}$$

$$A\left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 - S\left(1 + 1 + \frac{P}{100}\right);$$

**В итоге получим, что закон образования суммы в конце каждого года после съема денег с вклада**

$$A \left( 1 + \frac{P}{100} \right)^n - S \cdot \frac{100}{P} \left( \left( 1 + \frac{P}{100} \right)^n - 1 \right)$$

**Для нашего случая получим:**

$$150000 \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^n - 25000 \cdot \frac{100}{5} \left( \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^n - 1 \right)$$

**Нам надо найти, при каком значении  $n$  эта сумма будет равна нулю.**

$$150000 \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^n - 25000 \cdot \frac{100}{5} \left( \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^n - 1 \right) = 0$$

$$150000(1,05)^n = 500000 \cdot ((1,05)^n - 1);$$

$$15(1,05)^n = 50 \cdot ((1,05)^n - 1);$$

$$15(1,05)^n - 50 \cdot (1,05)^n = -50;$$

$$35(1,05)^n = 50;$$

$$(1,05)^n = \frac{10}{7};$$

$$\lg 1,05^n = \lg \frac{10}{7};$$

$$n \lg 1,05 = \lg \frac{10}{7};$$

$$n = \frac{\lg \frac{10}{7}}{\lg 1,05}; n = \frac{\lg \frac{10}{7}}{\lg 1,05} \approx \frac{0,1549...}{0,0212...} = 7,31$$

# ВЫВОДЫ

- Логарифмы можно использовать при нахождении банковского процента по вкладам
- Зная процент по вкладам, который предлагают разные банки, можно определить какой из них более выгодный на данный момент