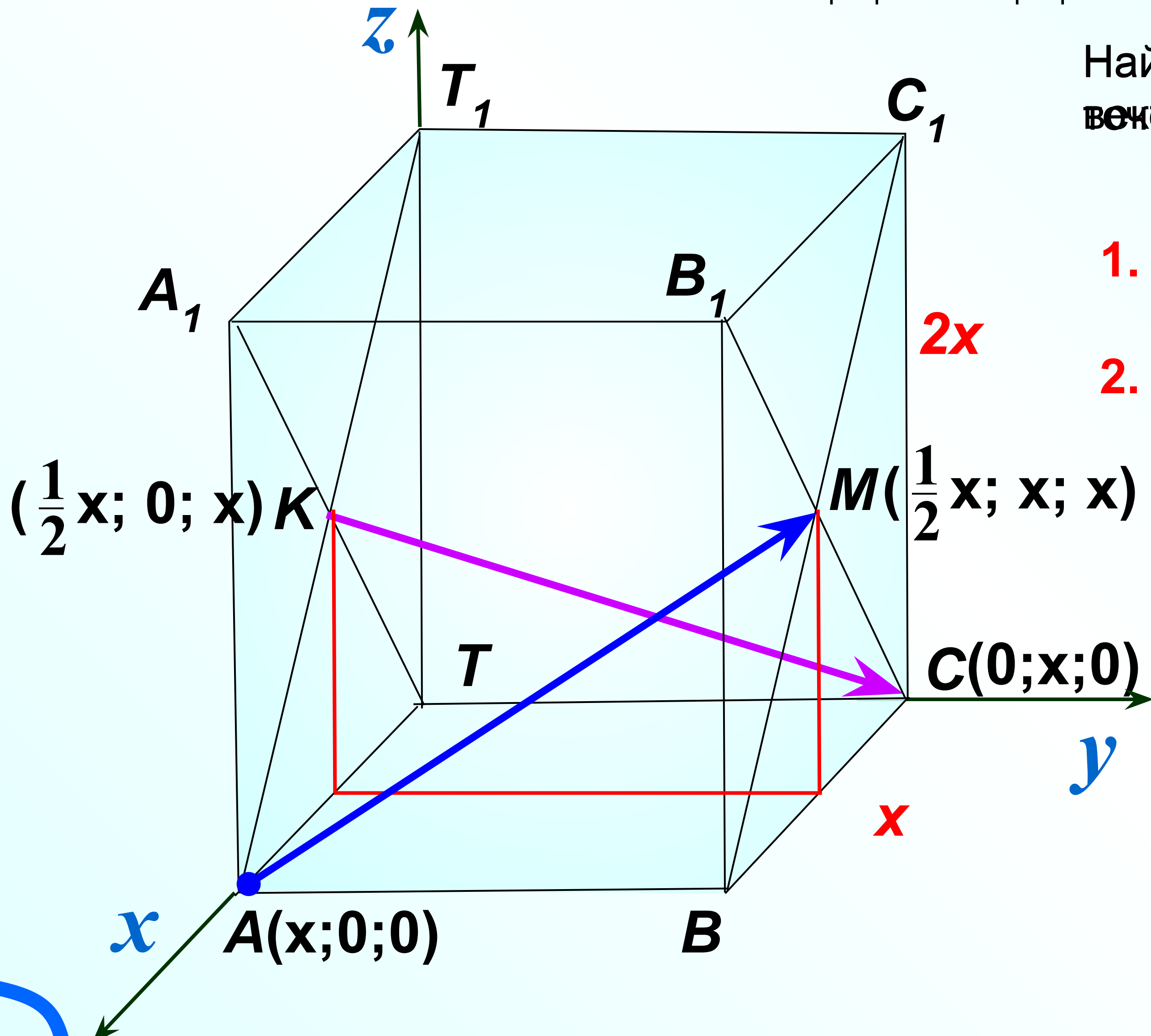
В правильной четырехугольной призме $ABCTA_1B_1C_1T_1$ основание относится к высоте как 1:2. Найдите угол между прямыми AM и KC, где M и K – точки пересечения диагоналей граней BCC_1B_1 и ATT_1A_1 соответственно.



Найдем координаты точек A, M, C и K.

векторов KC и AM.

1. $\overrightarrow{KC}\,(-\frac{1}{2}x;\ x;\ -x)$

2. $\overrightarrow{AM}\,(-\frac{1}{2}x;\ x;\ x)$

$\overrightarrow{KC}\left(-\frac{1}{2}x;\ x;-x\right)$ $\overrightarrow{AM}\left(-\frac{1}{2}x;\ x;\ x\right)$

3. $$\cos\varphi = \frac{\left|x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{\left|-\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)+x\cdot x - x\cdot x\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}x^2+x^2+x^2}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}x^2+x^2+x^2}} = \frac{\left|\frac{1}{4}x^2+\cancel{x^2}-\cancel{x^2}\right|}{\sqrt{2\frac{1}{4}x^2}\cdot\sqrt{2\frac{1}{4}x^2}}$$

$$= \frac{\left|\frac{1}{4}x^2\right|}{\sqrt{\frac{9}{4}x^2}\cdot\sqrt{\frac{9}{4}x^2}} = \frac{\frac{1}{4}x^2}{\frac{3}{2}x\cdot\frac{3}{2}x} = \frac{\frac{1}{4}\cancel{x^2}}{\frac{9}{4}\cancel{x^2}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{9}$$

$$\varphi = \arccos\frac{1}{9}$$