

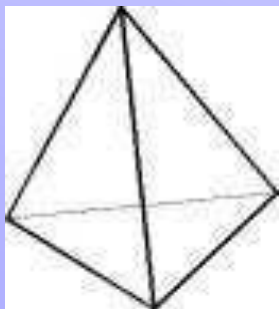
Правильные многогранники и их построение.

Работу выполнила:
ученица 11 класса
МОУ «Карсинская СОШ»
Моторина Анастасия

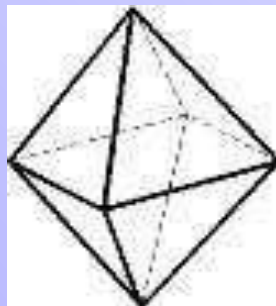
Цели и задачи:

- Дать понятие правильных многогранников (на основе определения многогранников).
- Доказать почему существует только 5 типов правильных многогранников.
- Рассмотреть свойства правильных многогранников.
- Познакомить с историческими фактами, связанными с теорией правильных многогранников.
- Показать, как можно с помощью куба построить другие виды правильных многогранников.

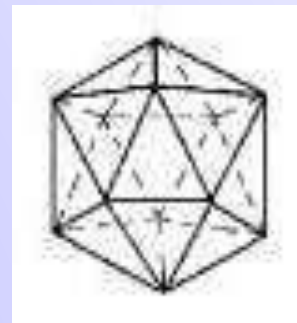
Существует пять типов правильных многогранников



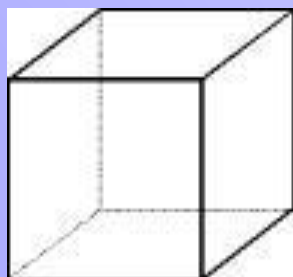
тетраэдр



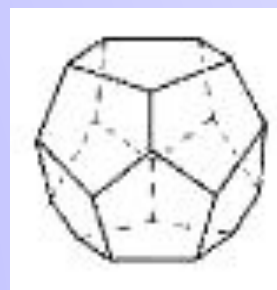
октаэдр



икосаэдр



гексаэдр

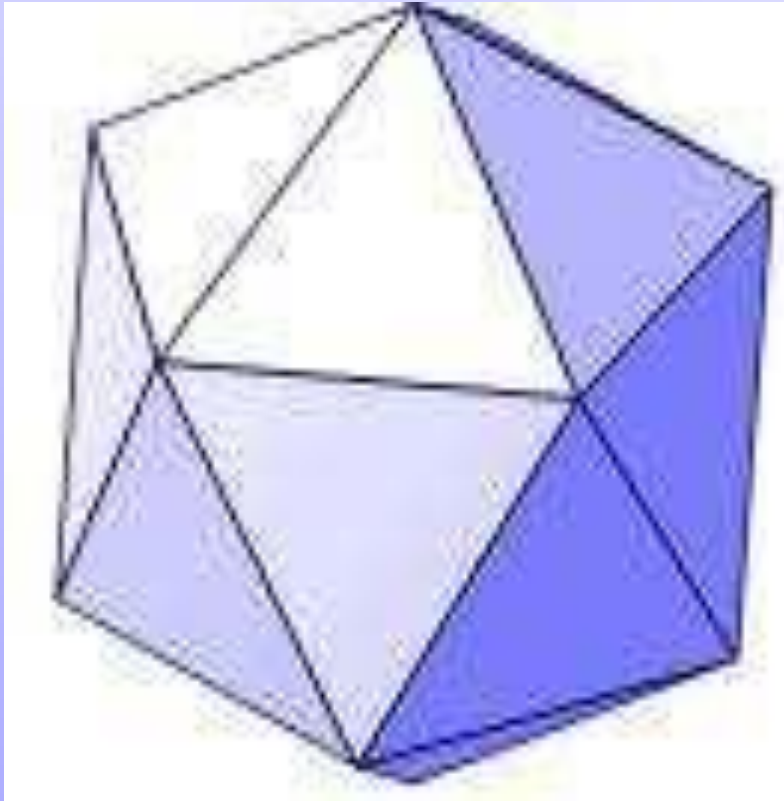


додекаэдр

Определение многогранника:

Многогранник – это часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников, соединённых таким образом, что каждая сторона любого многогранника является стороной ровно одного многоугольника. Многоугольники называются гранями, их стороны – рёбрами, а вершины – вершинами.





Правильным называется многогранник, у которого все грани являются правильными многоугольниками, и все многогранные углы при вершинах равны.

Приведён пример правильного многогранника (икосаэдр), его гранями являются правильные (равносторонние) треугольники.



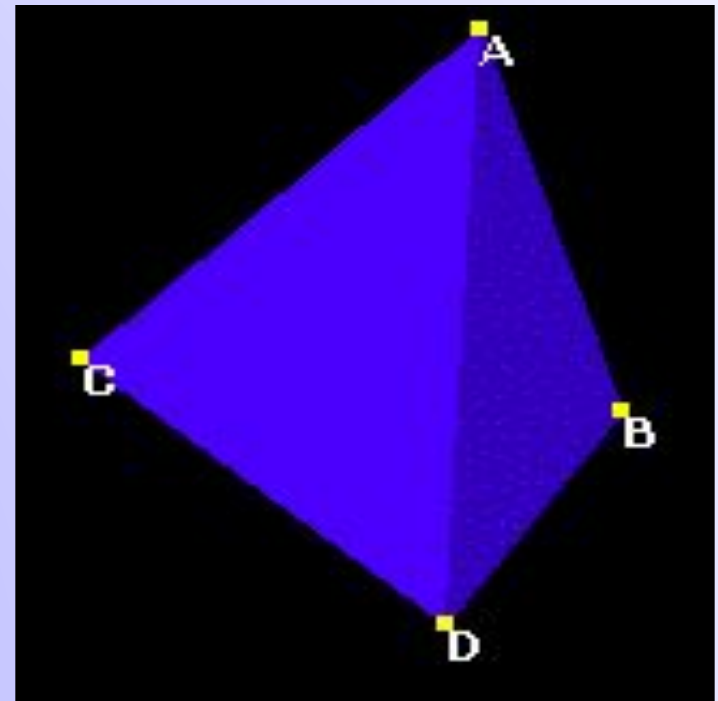
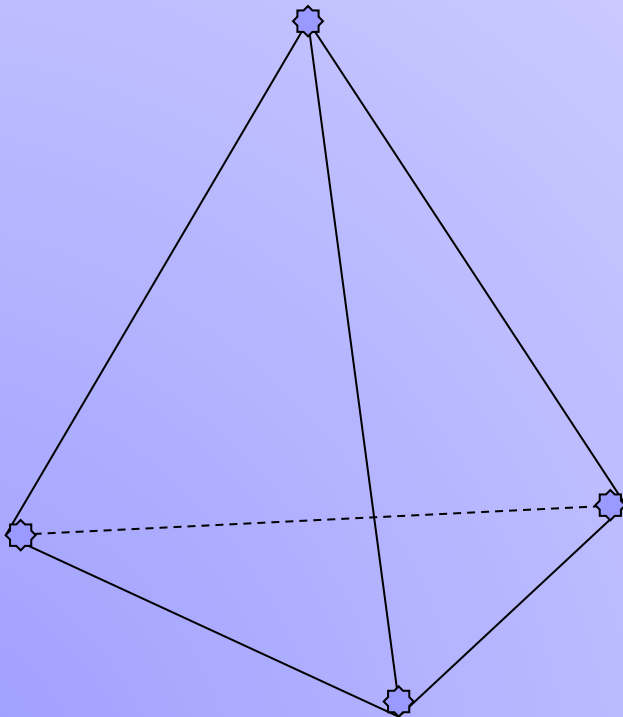
В каждой вершине многогранника должно сходиться столько правильных n – угольников, чтобы сумма их углов была меньше 360° . Т.е должна выполняться формула $\beta k < 360^{\circ}$ (β -градусная мера угла многоугольника, являющегося гранью многогранника, k – число многоугольников, сходящихся в одной вершине многогранника.)

название	β	k	Сумма плоских углов
тетраэдр	60	3	180
октаэдр	60	4	240
икосаэдр	60	5	300
гексаэдр	90	3	270
додекаэдр	108	3	324



ТЕТРАЭДР

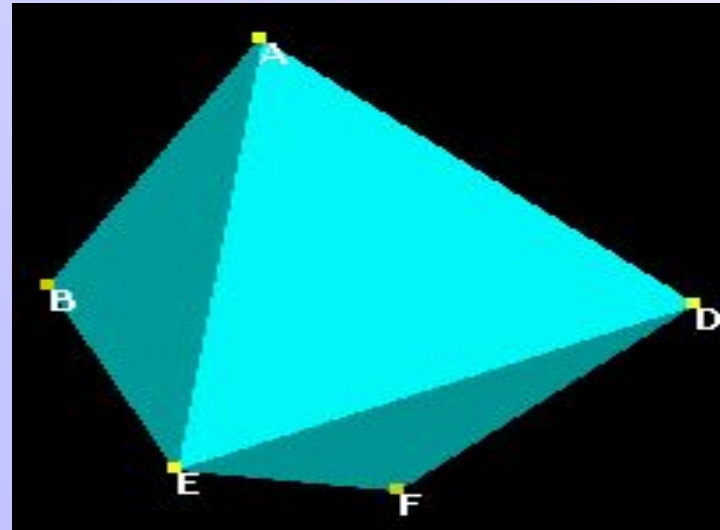
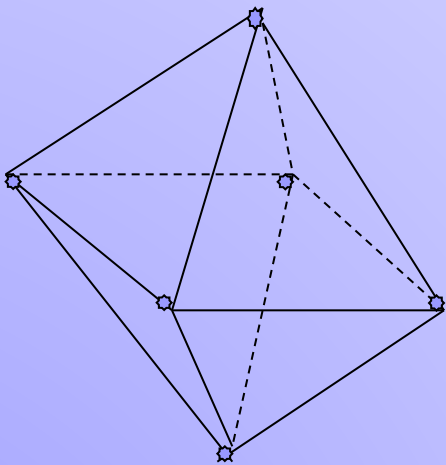
- Правильный многогранник, у которого грани правильные треугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и по три грани. У тетраэдра: 4 грани, четыре вершины и 6 ребер.



назад

ОКТАЭДР

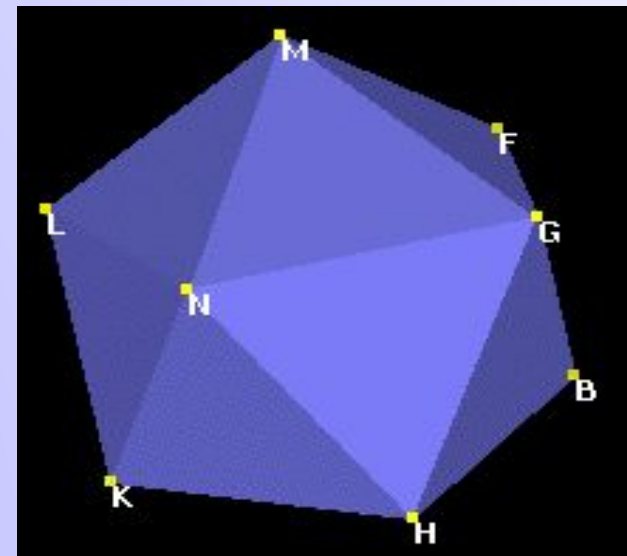
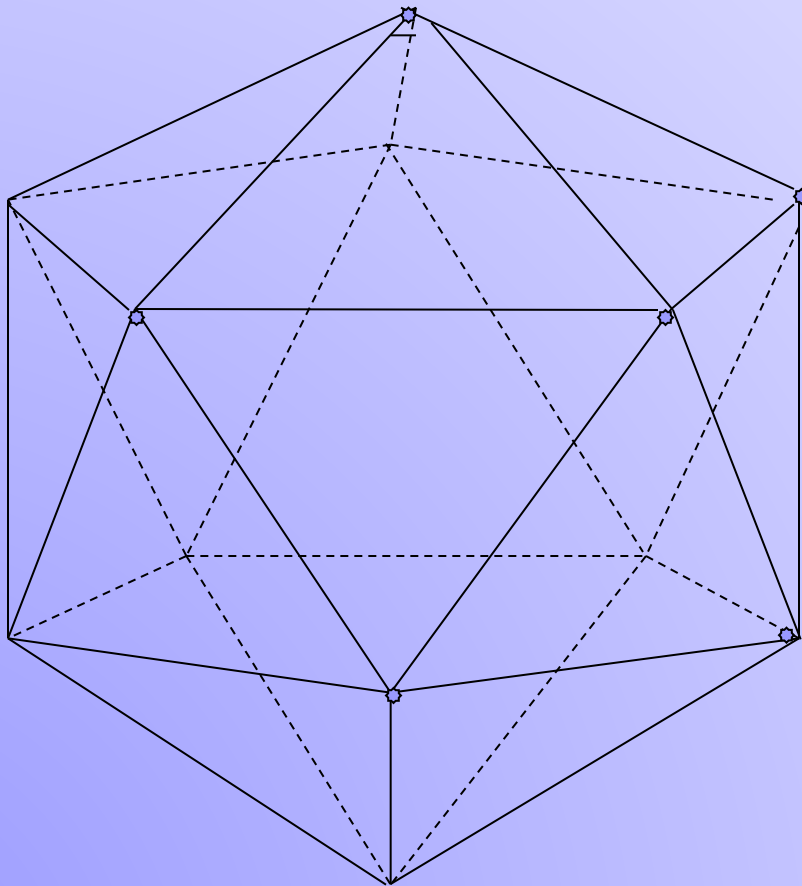
- Правильный многогранник, у которого грани- правильные треугольники и в каждой вершине сходится по четыре ребра и по четыре грани. У октаэдра: 8 граней, 6 вершин и 12 ребер



[назад](#)

ИКОСОЭДР

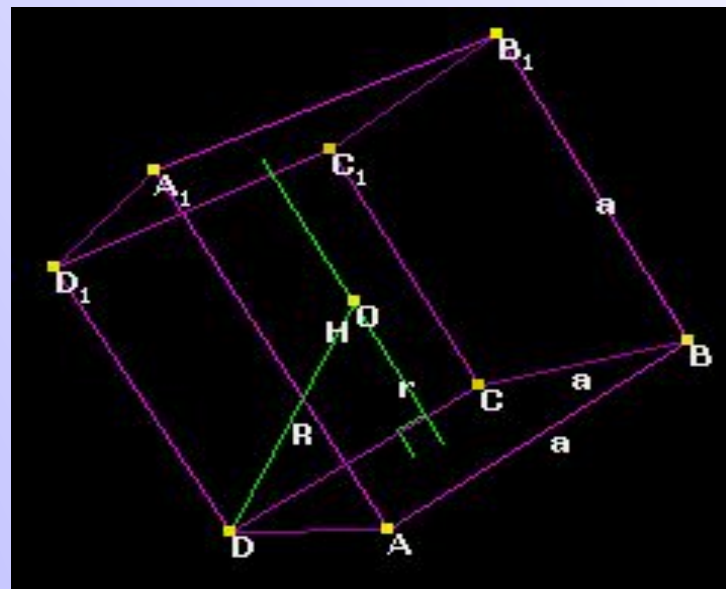
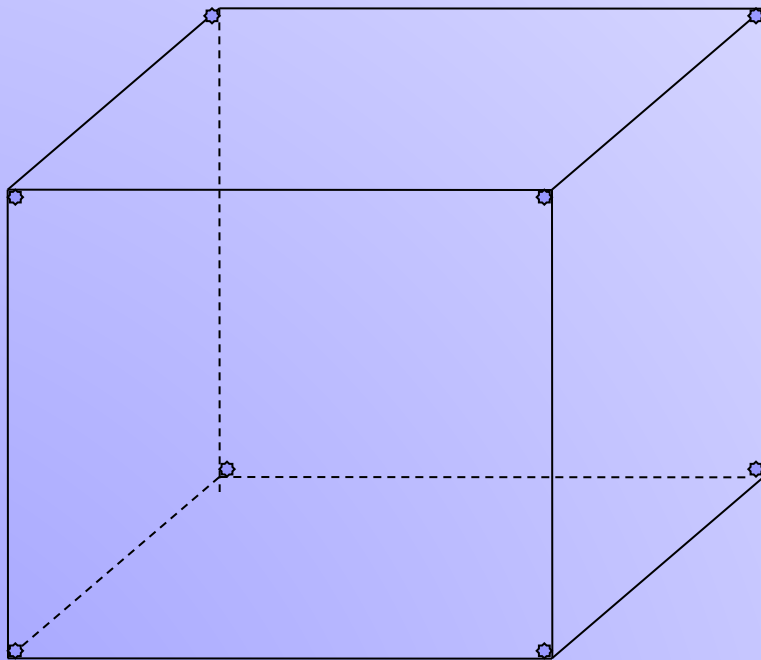
Правильный многогранник, у которого грани - правильные треугольники и в вершине сходится по пять рёбер и граней. У икосаэдра: 20 граней, 12 вершин и 30 ребер



назад

КУБ

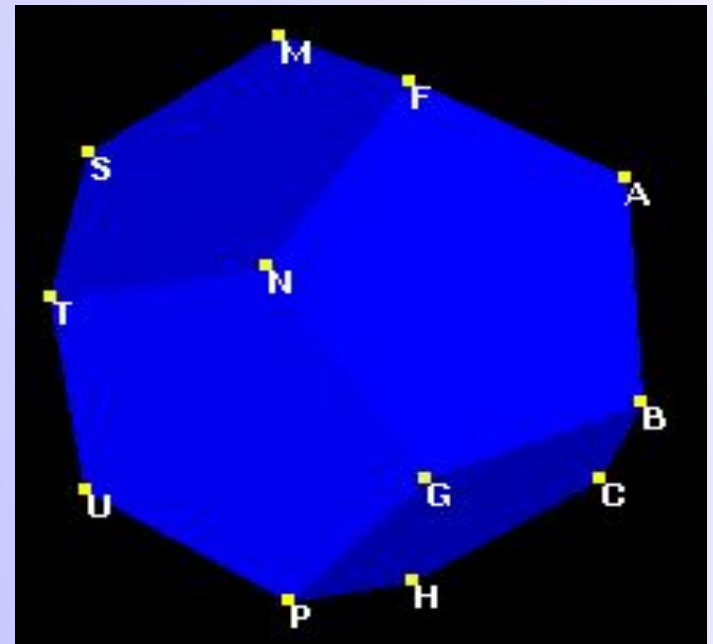
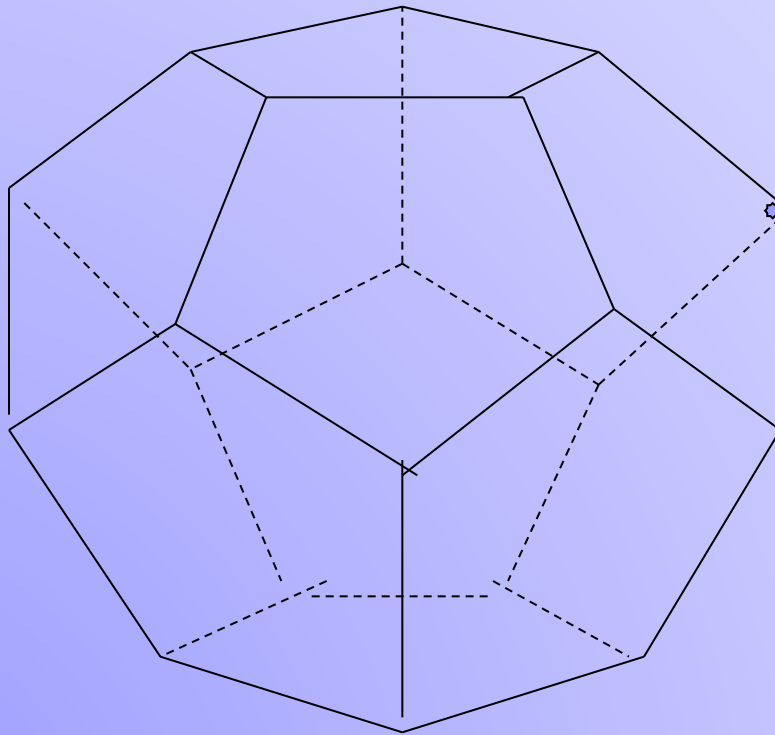
-правильный многогранник, у которого грани – квадраты и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У него: 6 граней, 8 вершин и 12 ребер.



[назад](#)

Додекаэдр

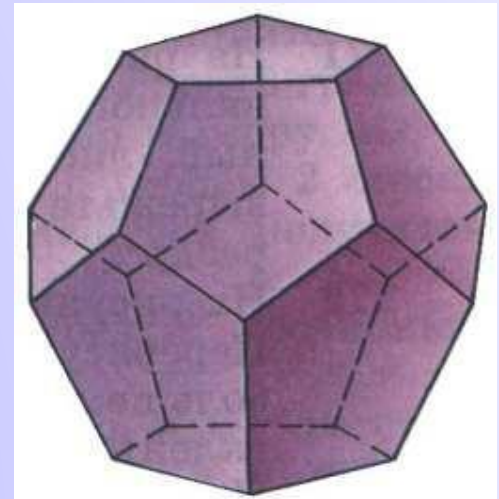
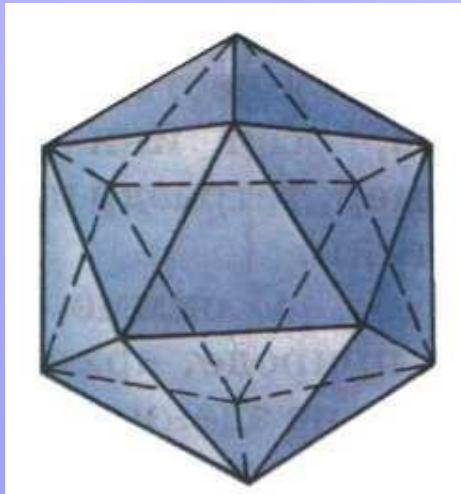
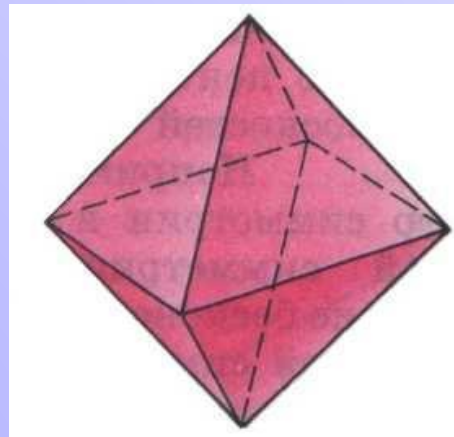
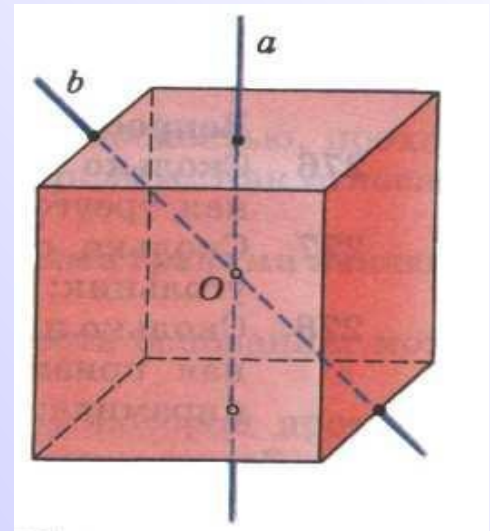
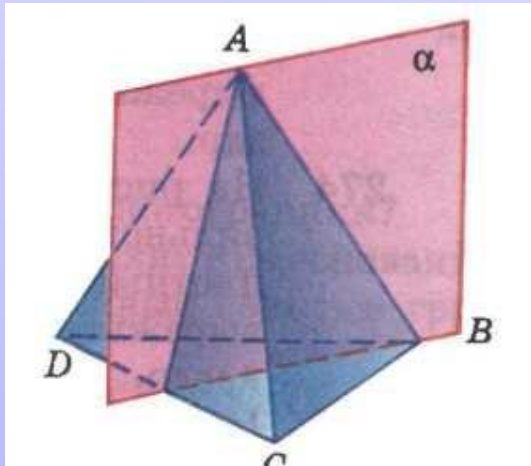
Правильный многогранник, у которого грани правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У додекаэдра: 12 граней, 20 вершин и 30 ребер.



[назад](#)

Элементы симметрии правильных многогранников

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15



Немного истории

Все типы правильных многогранников были известны в Древней Греции – именно им посвящена завершающая, XIII книга «Начал» Евклида.



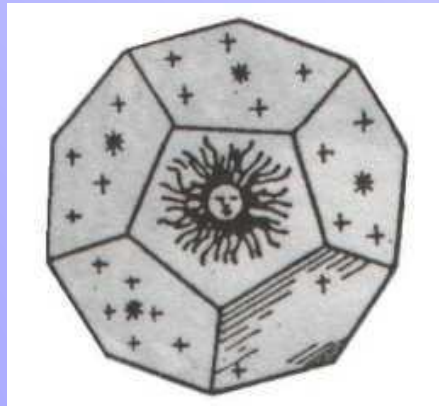
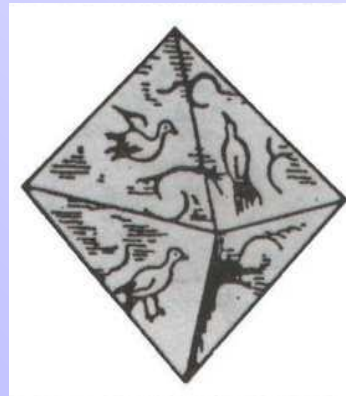
Правильные многогранники называют также «платоновыми телами» - они занимали видное место в идеалистической картине мира древнегреческого философа Платона.



Додекаэдр символизировал всё мироздание, почитался главнейшим. Уже по латыни в средние века его стали называть «пятая сущность» или *quinta essentia*, «квинта эссенция», отсюда происходит вполне современное слово «квинтэссенция», означающее всё самое главное, основное, истинную сущность чего-либо.



Олицетворение многогранников.



Дюрер. Меланхолия



Выводы:

Многогранник называется правильным, если:

- Он выпуклый;
- Все его грани равные правильные многоугольники;
- В каждой вершине сходится одно число граней;
- Все его двугранные углы равны.



Евклид

- **ЕВКЛИД, или ЭВКЛИД** - древнегреческий математик, автор первых дошедших до нас теоретических трактатов по математике. Годы жизни - около 365 - 300 до н.э.
- О жизни Евклида почти ничего не известно. Некоторые биографические данные сохранились на страницах арабской рукописи XII века: "Евклид, сын Наукрата, известный под именем "Геометра", ученый старого времени, по своему происхождению грек, по местожительству сириец, родом из Тира".
- Он родился в Афинах, учился в Академии. В начале 3 века до н.э. переехал в Александрию и там основал математическую школу и написал для ее учеников свой фундаментальный труд, объединенный под общим названием "НАЧАЛА". Он был написан около 325 года до нашей эры.



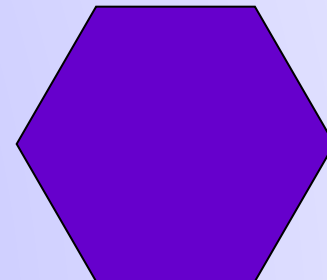
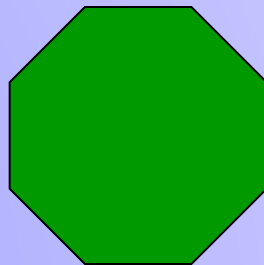
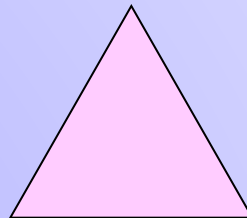
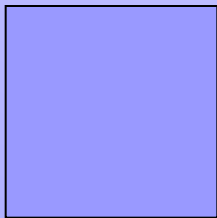
Платон

Платон (Platon) (род. 427 - ум. 347 гг. до н.э.) - греческий философ. Родился в Афинах. Настоящее имя Платона было Аристокл. Прозвище Платон (Широкоплечий) было ему дано в молодости за мощное телосложение. Происходил из знатного рода и получил прекрасное образование. Возможно, слушал лекции гераклитика Кратила, знал популярные в Афинах сочинения Анаксагора, был слушателем Протагора и других софистов. В 407 г. стал учеником Сократа, что определило всю его жизнь и творчество. Согласно легенде, после первого же разговора с ним Платон сжег свою трагическую тетралогию, подготовленную для ближайших Дионисий. Целых восемь лет он не отходил от любимого учителя, образ которого он с таким пиететом рисовал впоследствии в своих диалогах. В 399 г. Сократ, приговоренный к смерти, закончил жизнь в афинском узилище. Платон, присутствовавший на процессе, не был с Сократом в его последние минуты. Возможно, опасаясь за собственную жизнь, он покинул Афины и с несколькими друзьями уехал в Мегару. Оттуда он поехал в Египет и Кирену (где встретился с Аристиппом и математиком Феодором), а затем в Южную Италию — колыбель элеатизма (Парменид, Зенон Элейский) и пифагорейства (Пифагор).



Определение правильного многоугольника

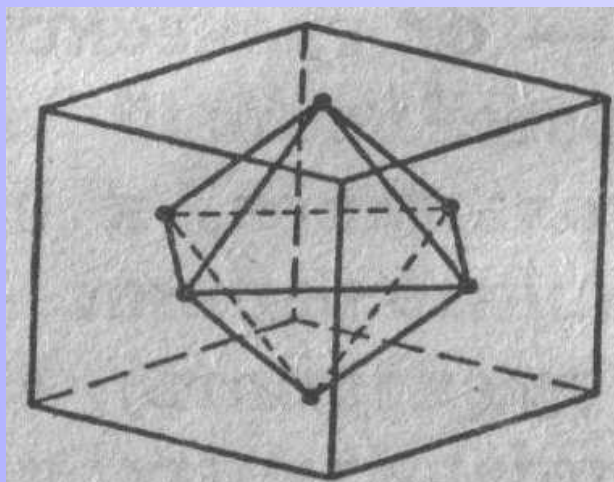
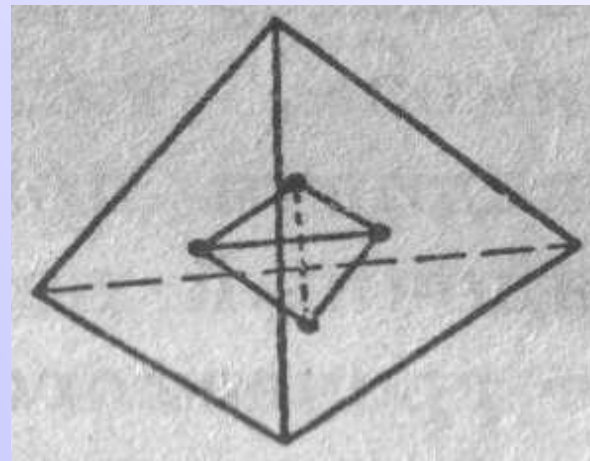
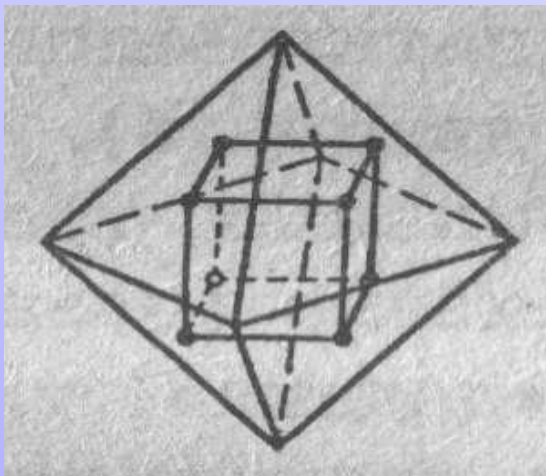
Многоугольник называется
правильным, если у него все
стороны и все углы равны.



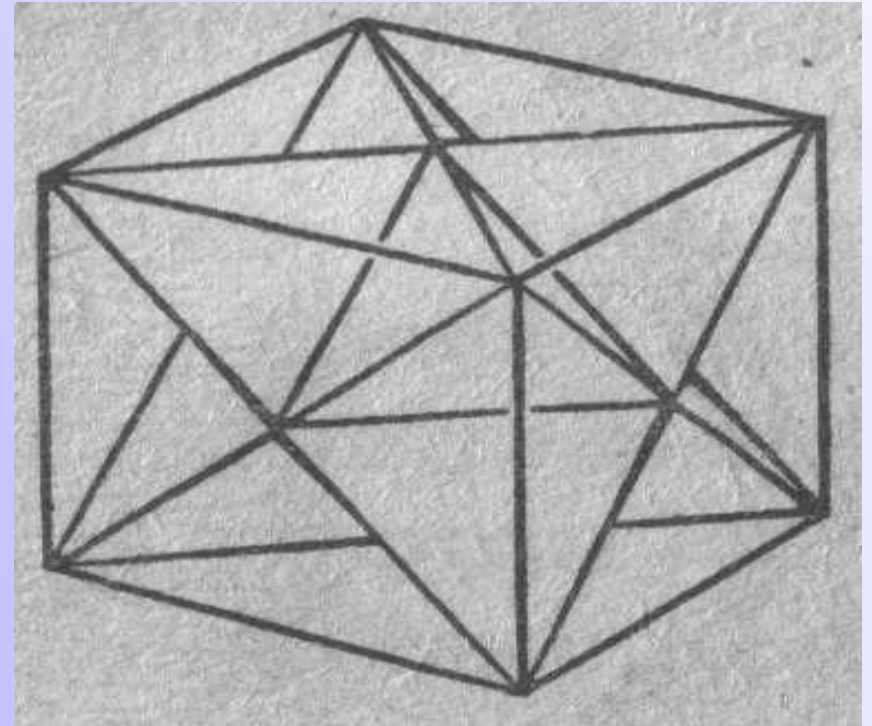
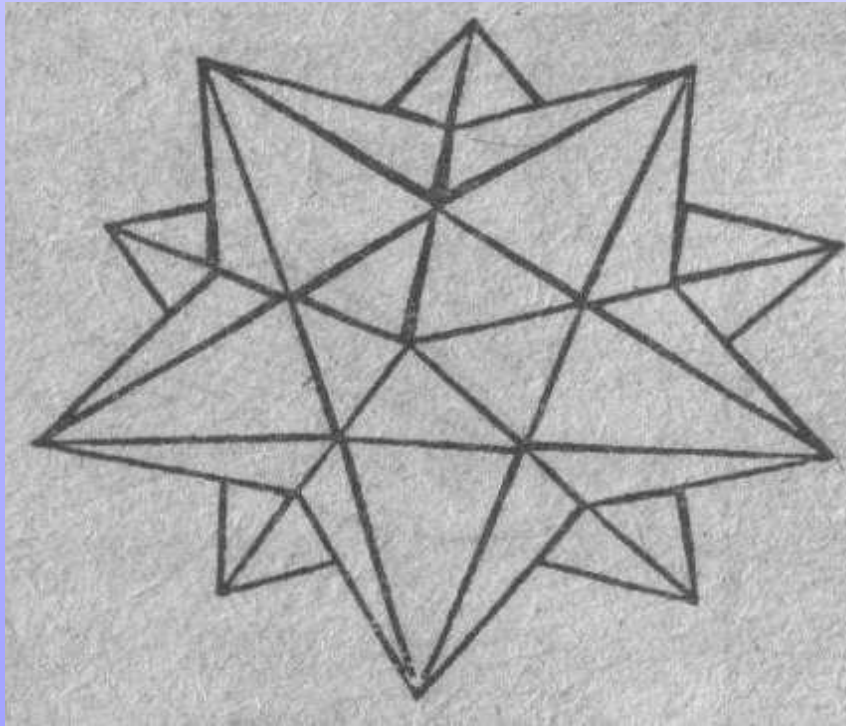


Построение с помощью куба

Закон взаимности

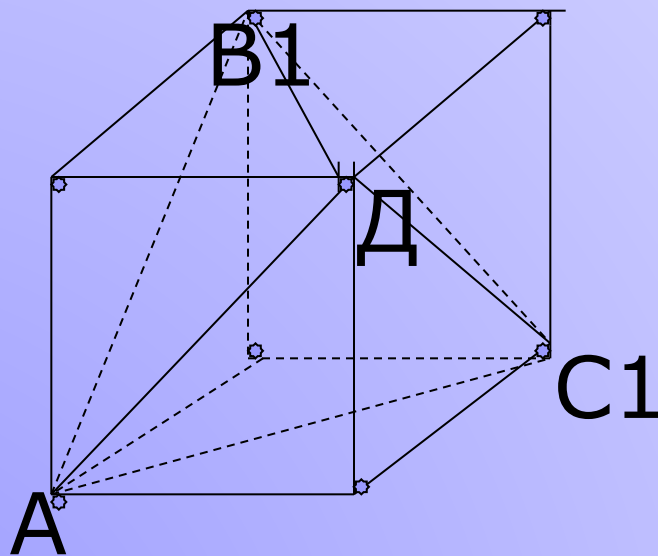


Звездчатые правильные многогранники

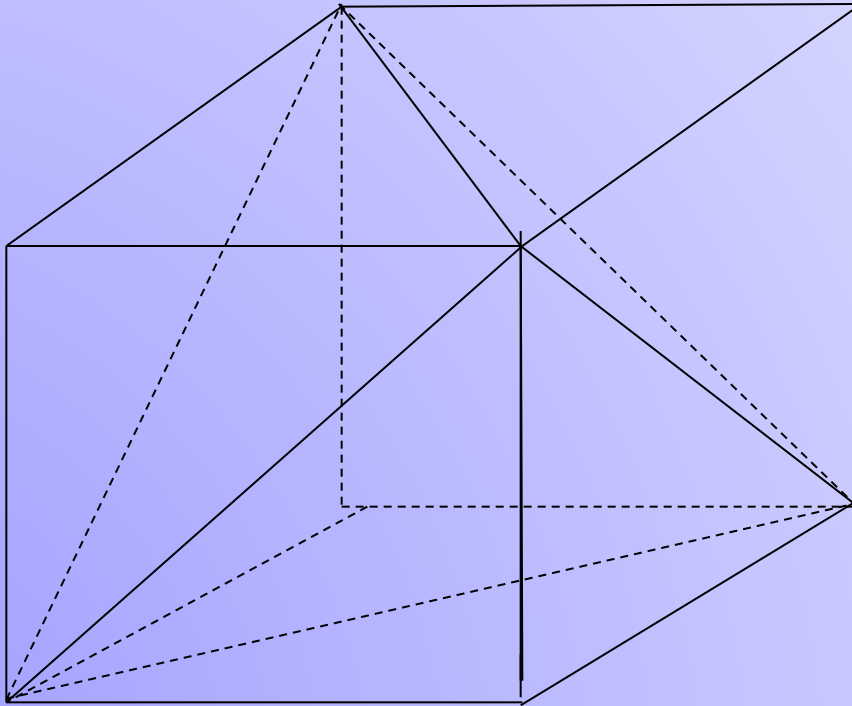


Построение правильного тетраэдра вписанного в куб

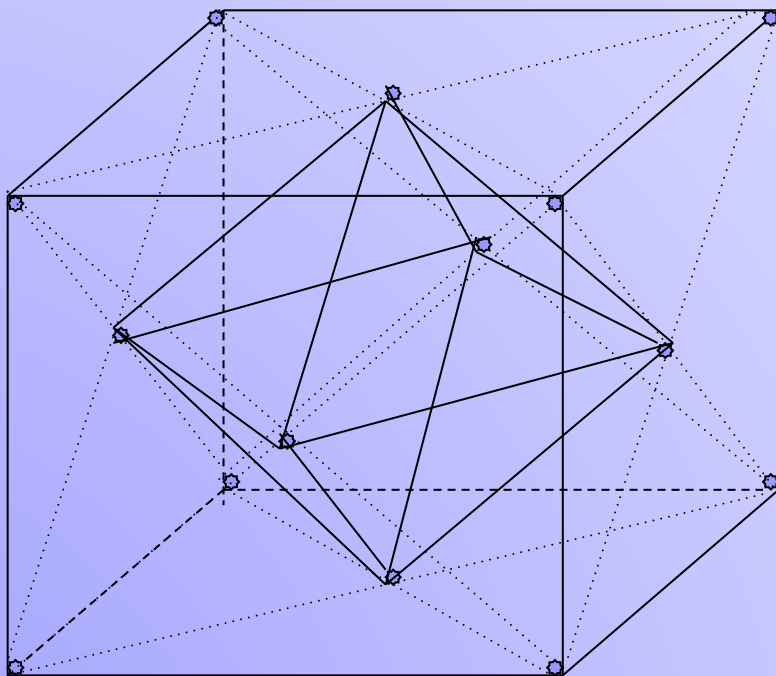
- Рассмотрим вершину куба A . В ней сходятся три грани куба, имеющие форму квадратов. В каждом из этих квадратов берем вершину противоположную A , - вершины куба B_1 , C_1 , D . Точки A , B_1 , C_1 , D - являются вершинами правильного тетраэдра.



Построение правильного тетраэдра



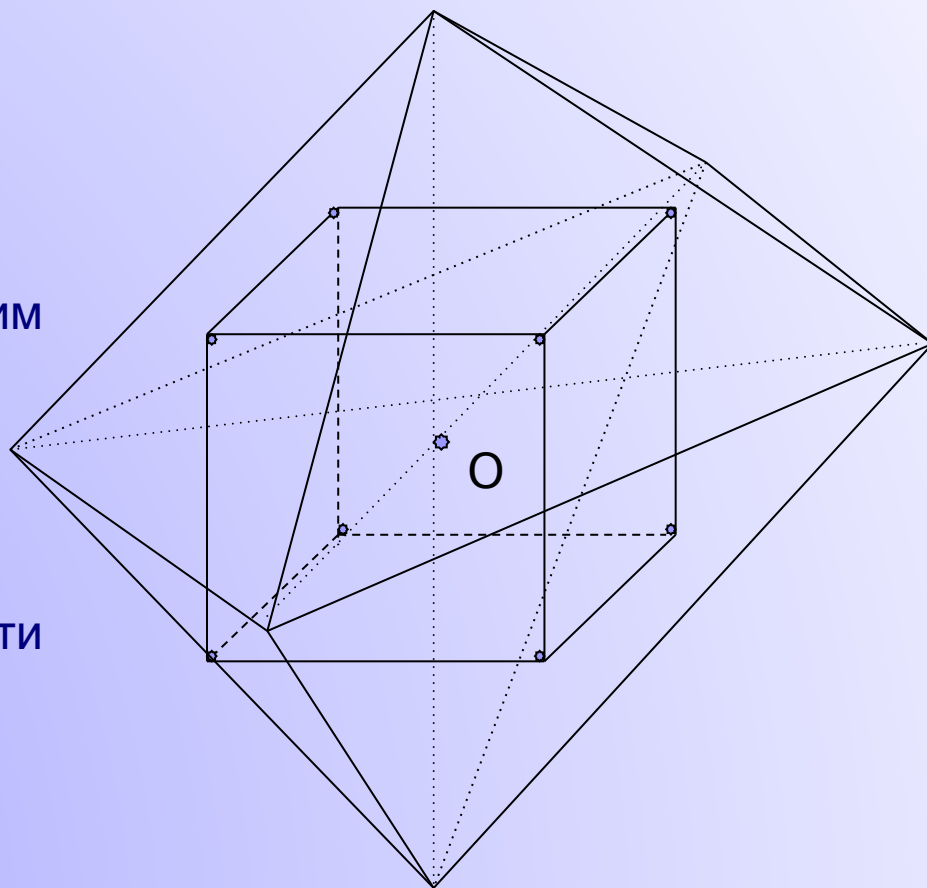
Построение правильного октаэдра, вписанного в данный куб



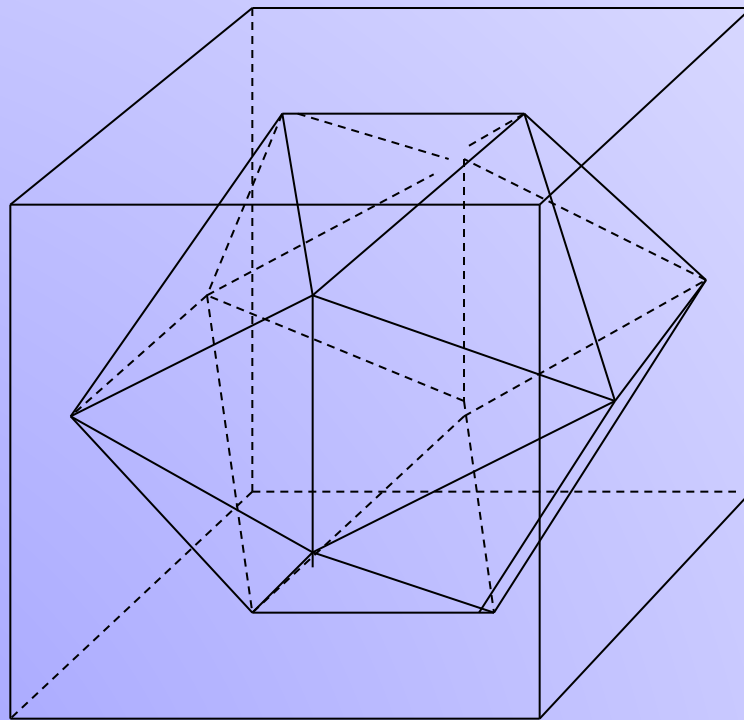
Выбираем куб. В нем последовательно проводим отрезки: слабо видимыми линиями соединяем попарно между собой вершины каждой грани. Точки пересечения этих диагоналей соединяем между собой.

Описать около данного куба правильный октаэдр

Через центры противоположных
граней куба проведем прямые,
которые пересекаются в точке O -
центре куба- и являются
взаимно перпендикулярными.
На каждой из этих прямых по
обе стороны от точки O отложим
отрезки длиной $1,5a$,
Где a - длина ребра куба. Концы
этих отрезков являются
вершинами правильного
октаэдра. Далее
последовательно соединяем эти
вершины.

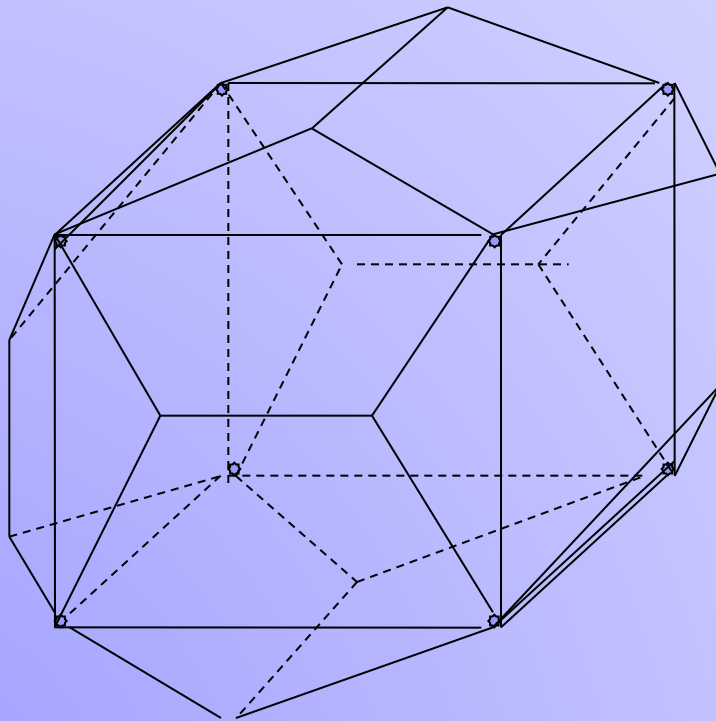


Построение икосаэдра, вписанного в куб



Поместим на средних линиях граней куба по одному отрезку одинаковой длины с концами на равных расстояниях от ребер. Расположим отрезки и выберем их длину так, чтобы соединяя концы отрезка одной грани с концом отрезка другой грани получить равносторонний треугольник, причем из каждой вершины должны выходить пять ребер.

Построение додекаэдра, описанного около куба



На каждой грани куба строим «четырёхскатную крышу», две грани которой — треугольники и две — трапеции. Такие треугольник и трапецию получим, если построим правильный пятиугольник, у которого диагональ равна ребру куба. Стороны этого пятиугольника будут равны ребрам додекаэдра, а построенные с помощью диагонали треугольник и трапеция окажутся фрагментами «четырёхскатной крыши»