

Правильный многогранник



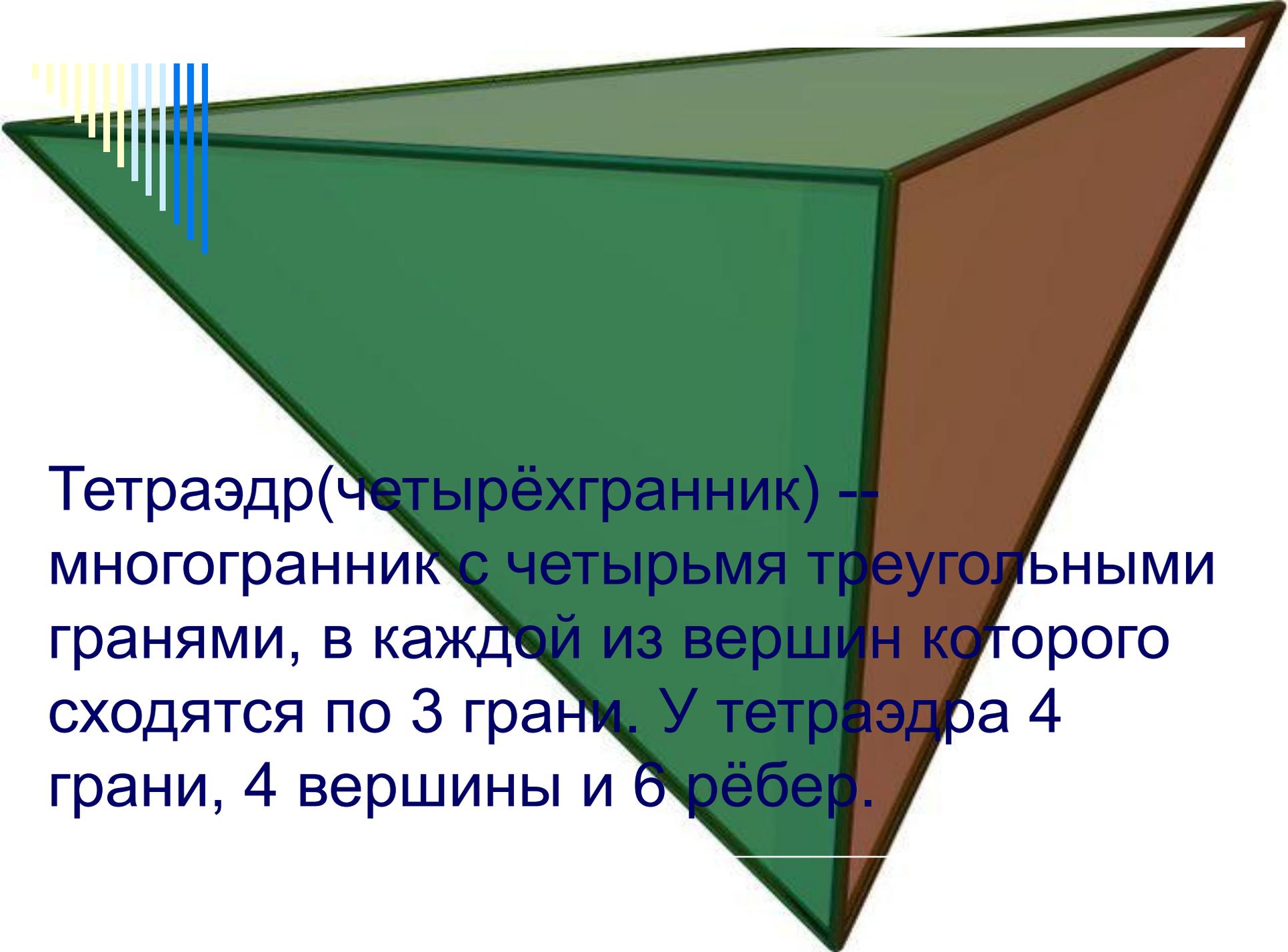
Правильный многогранник или платоново тело — это выпуклый многогранник, состоящий из одинаковых правильных многоугольников и обладающий пространственной симметрией.

Многогранник называется правильным, если:

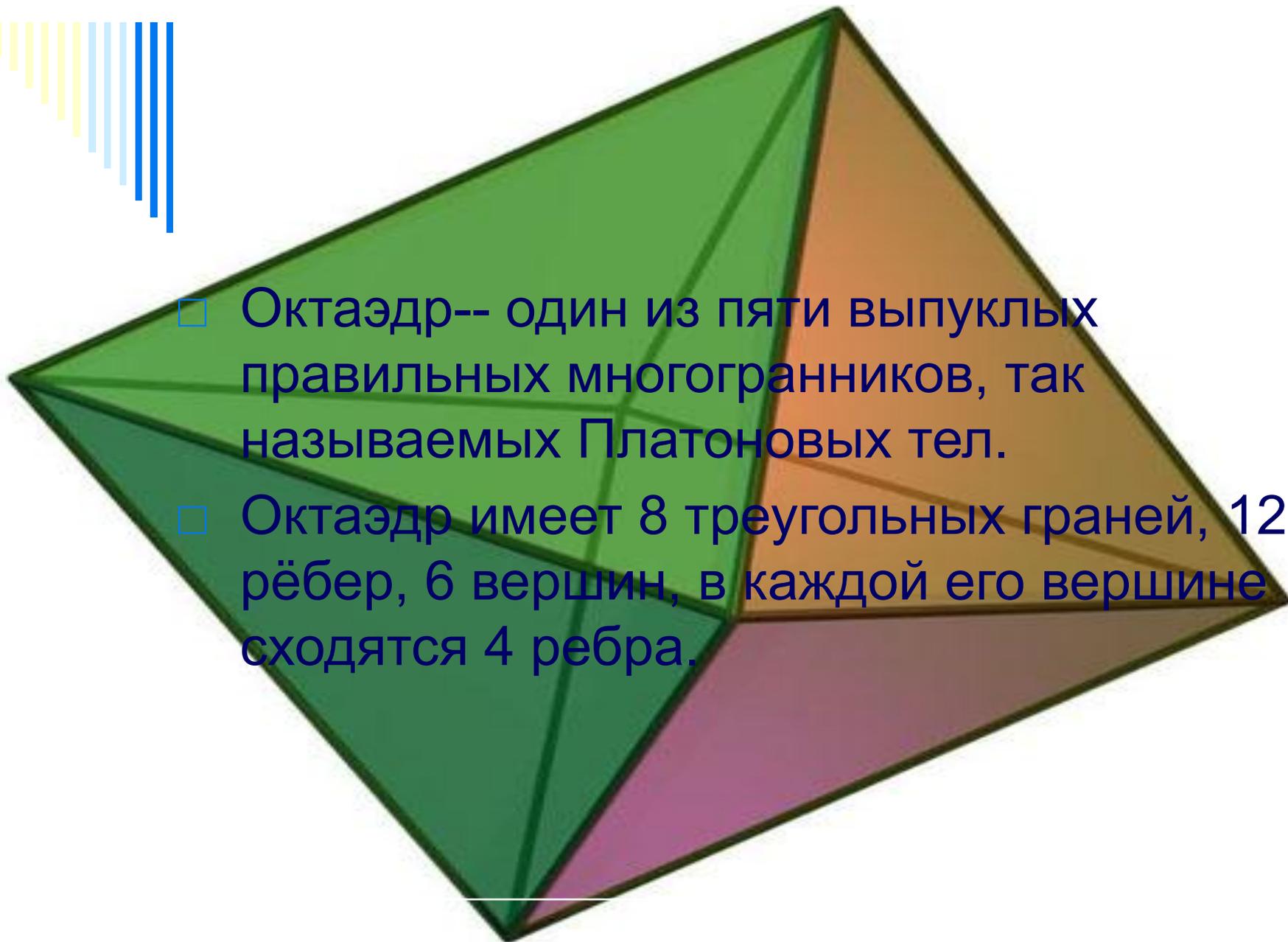
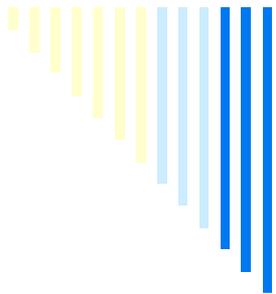
1. он выпуклый;
2. все его грани являются равными правильными многоугольниками;
3. в каждой его вершине сходится одинаковое число рёбер.



ВИДЫ МНОГОГРАННИКОВ



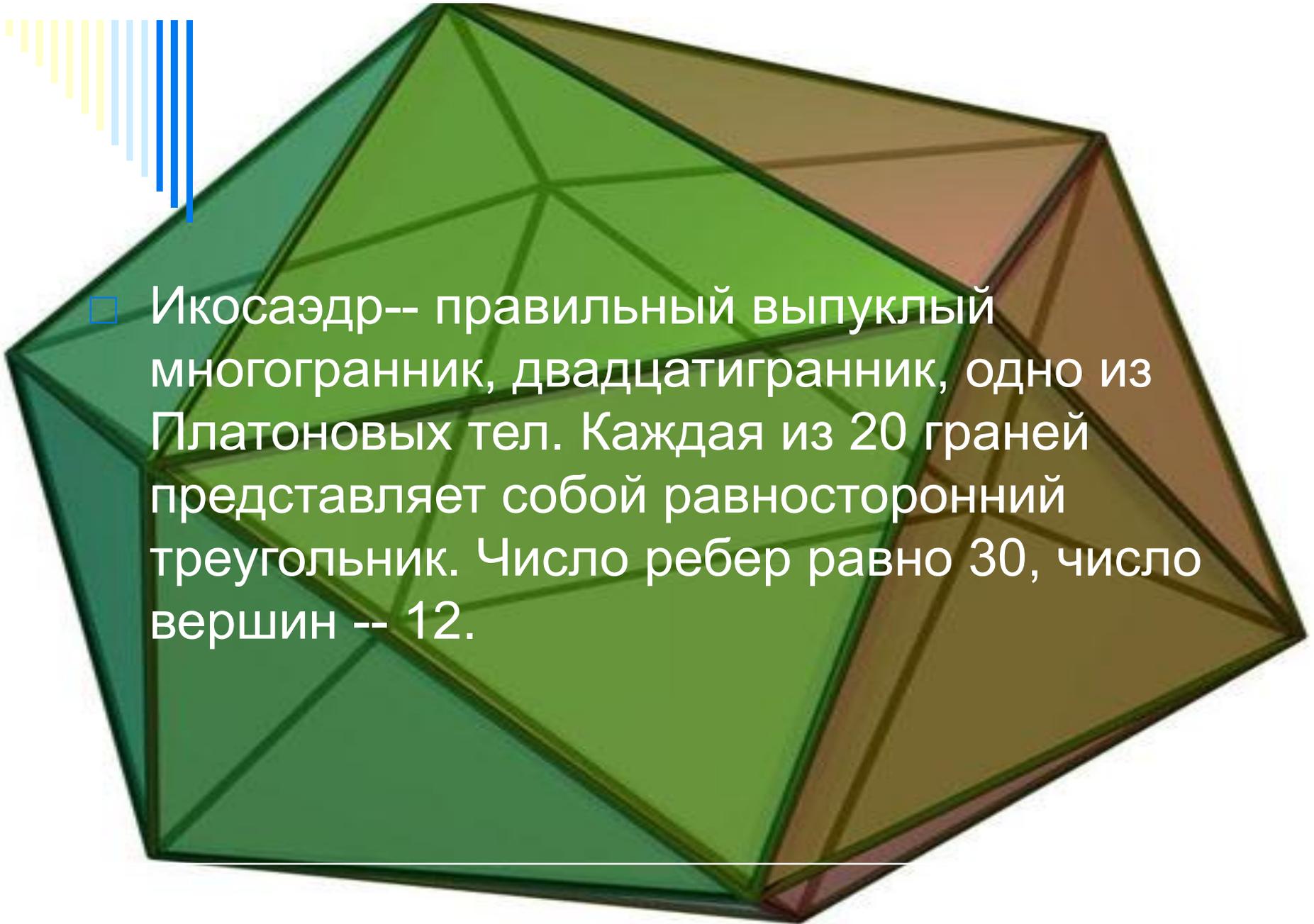
Тетраэдр(четырёхгранник) – многогранник с четырьмя треугольными гранями, в каждой из вершин которого сходятся по 3 грани. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер.



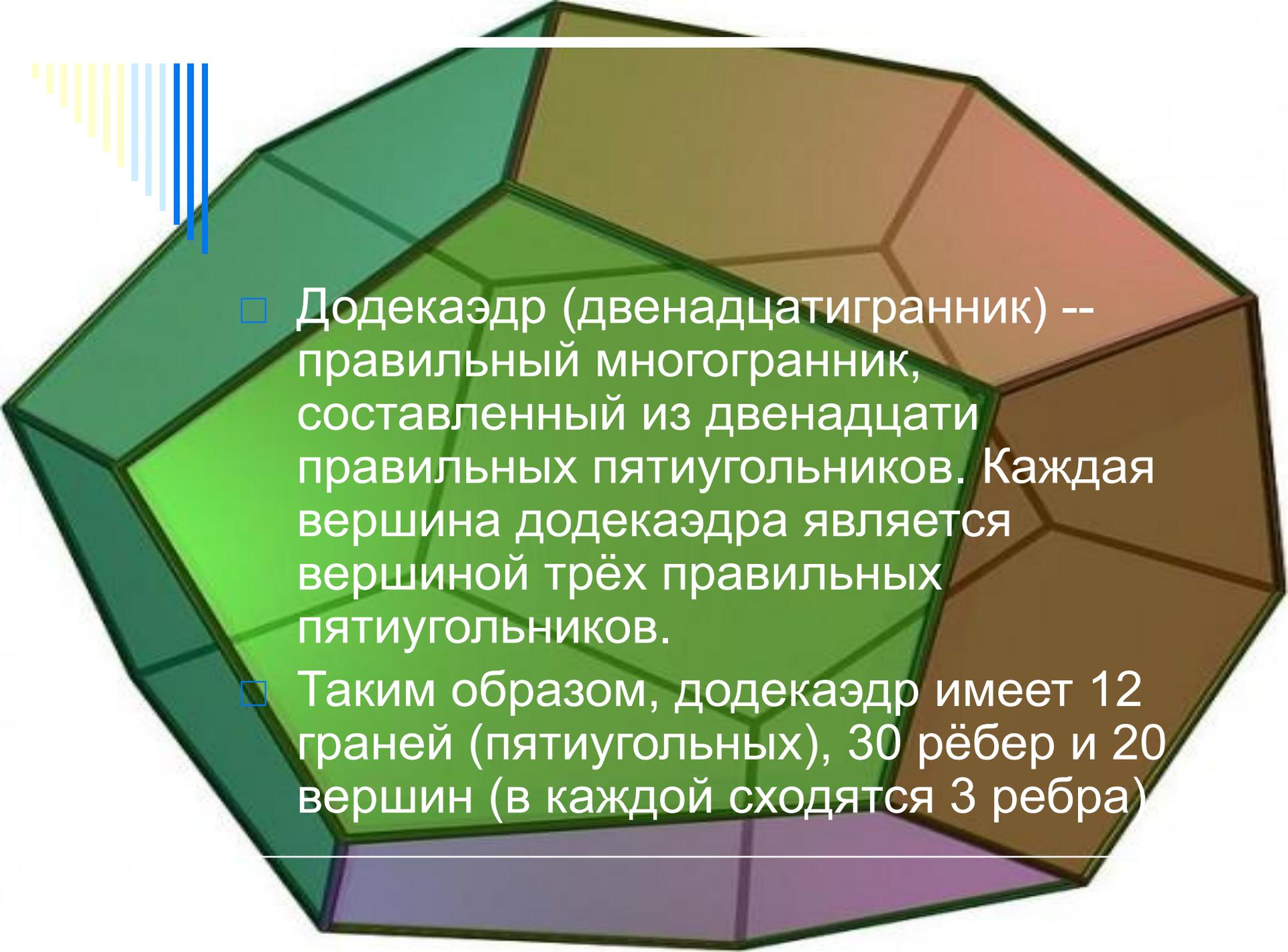
- Октаэдр-- один из пяти выпуклых правильных многогранников, так называемых Платоновых тел.
- Октаэдр имеет 8 треугольных граней, 12 рёбер, 6 вершин, в каждой его вершине сходятся 4 ребра.



- Икосаэдр-- правильный выпуклый многогранник, двадцатигранник, одно из Платоновых тел. Каждая из 20 граней представляет собой равносторонний треугольник. Число ребер равно 30, число вершин -- 12.



- 
- Куб или правильный гексаэдр -- правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Частный случай параллелепипеда и призмы.

- 
- Додекаэдр (двенадцатигранник) -- правильный многогранник, составленный из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.
 - Таким образом, додекаэдр имеет 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходится 3 ребра)



Геометрические свойства

Площадь поверхности S правильного многогранника $\{p, q\}$ вычисляется, как площадь правильного p -угольника, умноженная на число граней Γ :

$$S = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Gamma p \operatorname{ctg} \frac{\pi}{p}.$$

Объём правильного многогранника вычисляется, как умноженный на число граней объём правильной пирамиды, основанием которой служит правильный p -угольник, а высотой — радиус вписанной сферы r :

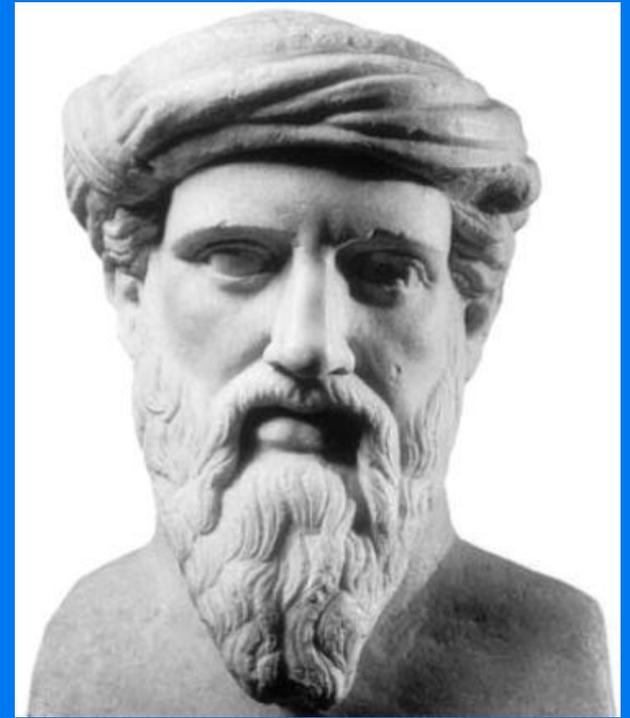
$$V = \frac{1}{3} r S.$$

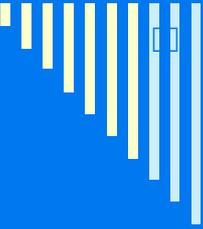
История

Правильные многогранники известны с древнейших времён. Их орнаментные модели можно найти на резных каменных шарах, созданных в период позднего неолита, в Шотландии, как минимум за 1000 лет до Платона. В костях, которыми люди играли на заре цивилизации, уже угадываются формы правильных многогранников.

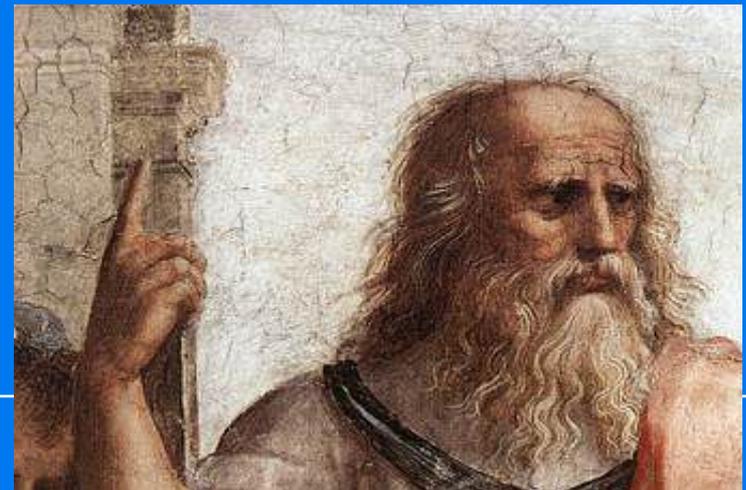


В значительной мере правильные многогранники были изучены древними греками. Некоторые источники (такие как Прокл Диадох) приписывают честь их открытия Пифагору. Другие утверждают, что ему были знакомы только тетраэдр, куб и додекаэдр, а честь открытия октаэдра и икосаэдра принадлежит Теэтету Афинскому, современнику Платона. В любом случае, Теэтет дал математическое описание всем пяти правильным многогранникам и первое известное доказательство того, что их ровно пять.





Правильные многогранники характерны для философии Платона, в честь которого и получили название «платоновы тела». Платон писал о них в своём трактате Тимей (360г до н. э.), где сопоставил каждую из четырёх стихий (землю, воздух, воду и огонь) определённому правильному многограннику. Земля сопоставлялась кубу, воздух — октаэдру, вода — икосаэдру, а огонь — тетраэдру. Для возникновения данных ассоциаций были следующие причины: жар огня ощущается чётко и остро (как маленькие тетраэдры); воздух состоит из октаэдров: его мельчайшие компоненты настолько гладкие, что их с трудом можно почувствовать; вода выливается, если её взять в руку, как будто она сделана из множества маленьких шариков (к которым ближе всего икосаэдры); в противоположность воде, совершенно непохожие на шар кубики составляют землю, что служит причиной тому, что земля рассыпается в руках, в противоположность плавному току воды. По поводу пятого элемента, додекаэдра, Платон сделал смутное замечание: «...его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему в качестве образца»



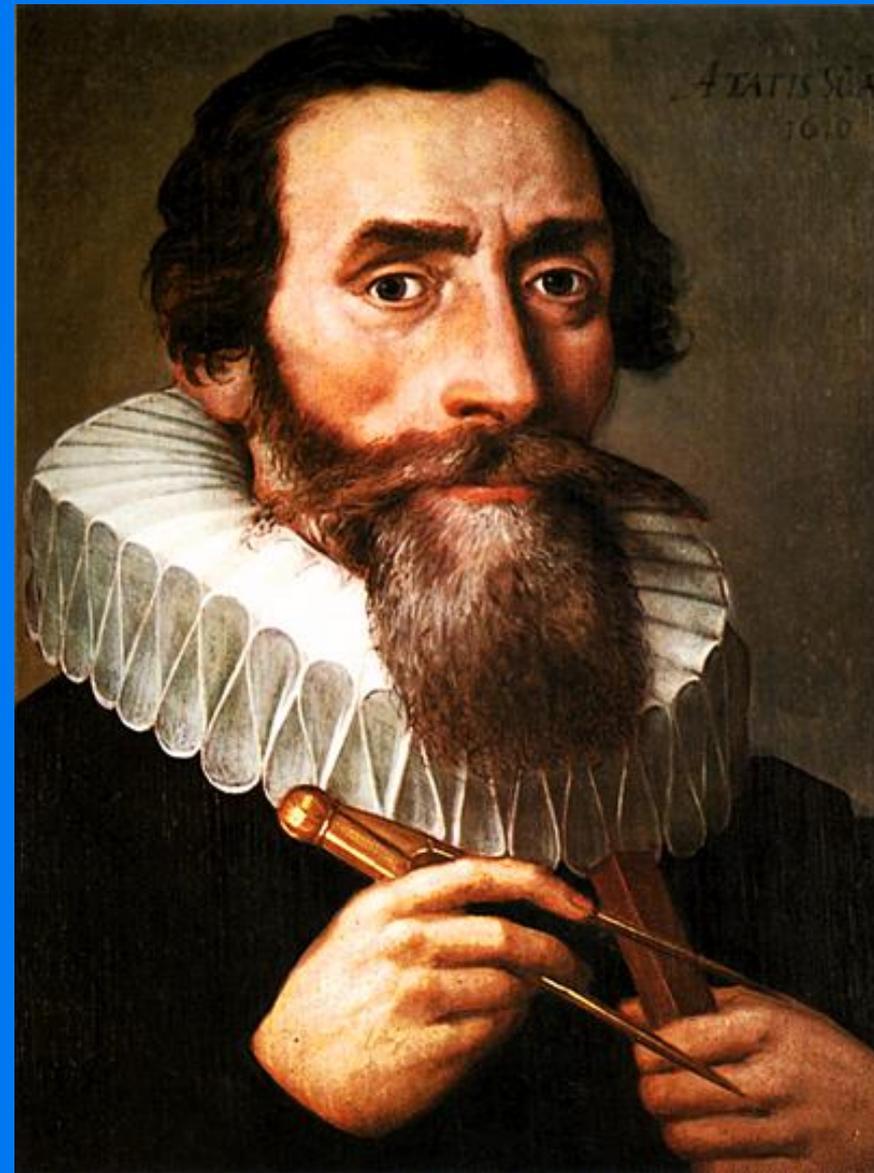


Евклид дал полное математическое описание правильных многогранников в последней, XIII книге Начал. Предложения 13—17 этой книги описывают структуру тетраэдра, октаэдра, куба, икосаэдра и додекаэдра в данном порядке. Для каждого многогранника Евклид нашёл отношение диаметра описанной сферы к длине ребра. В 18-м предложении утверждается, что не существует других правильных многогранников.





В XVI веке немецкий астроном Иоганн Кеплер пытался найти связь между пятью известными на тот момент планетами Солнечной системы (исключая Землю) и правильными многогранниками. В «Тайне мира», опубликованной в 1596 году, Кеплер изложил свою модель Солнечной системы. В ней пять правильных многогранников помещались один в другой и разделялись серией вписанных и описанных сфер. Каждая из шести сфер соответствовала одной из планет (Меркурию, Венере, Земле, Марсу, Юпитеру и Сатурну). Многогранники были расположены в следующем порядке (от внутреннего к внешнему): октаэдр, за ним икосаэдр, додекаэдр, тетраэдр и, наконец, куб. Таким образом, структура Солнечной системы и отношения расстояний между планетами определялись правильными многогранниками.



Многогранники в природе

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры, поэтому они широко распространены в природе.

Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов



Шеелит
(пирамида)



Хрусталь
(призма)



Поваренная
соль (куб)



Алмаз
(октаэдр)



ПРОЕКТ ПОДГОТОВИЛА УЧЕНИЦА
9-Б КЛАССА
БАРАНОВА ЕЛЕНА
