

Представление
рациональных чисел в
виде десятичной дроби

(продолжение)

Теорема: для того , чтобы несократимая дробь $\frac{m}{n}$ была равна десятичной, необходимо и достаточно, чтобы в разложении ее знаменателя n на простые множители входили лишь числа 2 и 5.

- Заметим, что в данной теореме речь идет о конечной десятичной дроби.
- Рассмотрим два числа

$$\frac{3}{20} \quad \text{и} \quad \frac{8}{27}$$

- Конечная десятичная дробь – дробь, возникающая при делении числителя на знаменатель, когда найдется остаток, равный нулю.

- Любая конечная десятичная дробь может быть представлена в виде бесконечной десятичной дробью.
- $0,25=0,250=0,250000\dots 0$



- Теорема: Любое положительное рациональное число представимо бесконечной периодической десятичной дробью.

$$\frac{3}{20} = 0,15$$

$$\frac{8}{27} = 0,(296)$$

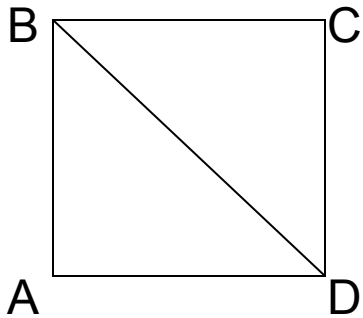
$$\pi = 0,31415926535897\dots$$

- Число, которое можно записать в виде бесконечной непериодической дроби, называют иррациональным числом.
- Все такие числа составляют множество иррациональных чисел.

- Источником возникновения иррациональных чисел связано с измерением отрезков.
- Существуют отрезки, длины которых нельзя выразить рациональным числом при выбранной единице измерения.

- Теорема: если единицей длины является длина стороны квадрата, то длина диагонали этого квадрата не может быть выражена положительным рациональным числом.

Доказательство:



Предположим, длина BD
выражается несократимой
дробью $\frac{m}{n}$

- По теореме Пифагора имеем:

$$1^2 + 1^2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$m^2 = 2n^2$$

m -четное число, так как квадрат нечетного числа не может быть четным

- Пусть $m=2p$.

$$m^2 = 2n^2 \qquad 4p^2 = 2n^2$$

$$2p^2 = n^2$$

Значит, и n – четное число, тогда дробь $\frac{m}{n}$ сократима

Противоречие. Значит наше предположение не верно.



$$Q_+ \cup J_+ = R_+$$

Натуральное число как мера величины

Положительные скалярные величины

- Определение: положительной скалярной величиной называется свойство предмета, которое проявляется при сравнении и для обозначения которого существуют стандартные единицы измерения

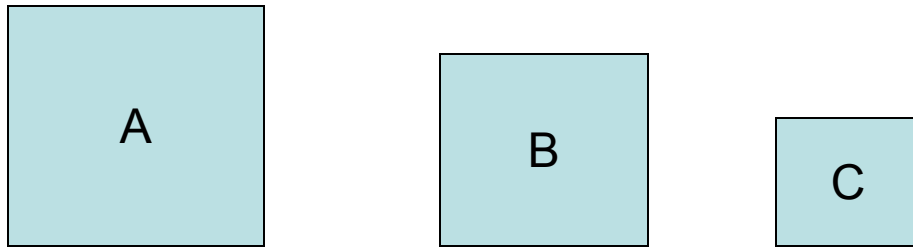
- Например: длина (расстояние, ширина, протяженность)
- масса
- площадь,
- время,
- объем,
- СТОИМОСТЬ,
- количество товара.

- Величины, которые выражают одно и то же свойство объектов, называются величинами одного рода.
(однородными величинами)

Свойства однородных величин

- 1. Однородные величины можно сравнивать.
- Для любых однородных величин A и B имеет место только из отношений
- $A > B$ или $A = B$ или $A < B$.

- 2. Отношение «меньше» для однородных величин транзитивно.
- Если $A < B$, $B < C$, то $A < C$.



- 3. Величины одного рода можно складывать, в результате получается величина того же рода.
- Сложение однородных величин, коммутативно и ассоциативно.

- 4. Величины одного рода можно вычитать, в результате получается величина того же рода.
- Определяют вычитание через сложение: если $C=A-B$, то $A=B+C$

- 5. Величину можно умножать на положительное действительное число, в результате получают величину того же рода.

$$B=x \cdot A$$

- 6. величины одного рода можно делить, получая в результате число.
- Частным величин A и B называется такое положительное действительное число $x=A:B$, что $A=x \cdot B$.

Измерение величин

- Измерить величину A –это значит найти такое положительное действительное число x , что $A=x \cdot E$.
- Число x называется численным значением величины A при единице измерения величины E .

- Замечание:
- Величина, которая определяется одним численным значением, называется скалярной величиной.
- Если при выбранной единице измерения скалярная величина принимает только положительные численные значения, то ее называют положительной скалярной величиной

- Измерение величин позволяет переходить от сравнения величин к сравнению чисел, от действий над величинами к соответствующим действиям над числами.

- 1. Если величины A и B измерены при помощи единицы величины E , отношение между величинами A и B будут такими же. Как и отношения между их численными значениями и наоборот:
 - $A=B \iff m(A)=m(B)$;
 - $A<B \iff m(A)<m(B)$
 - $A>B \iff m(A)>m(B)$

- 2. Если величины A и B измерены при помощи единицы величины E , то для нахождения численного значения суммы $A+B$ достаточно сложить численные значения величин A и B .
- $A+B=C \iff m(A+B)=m(A)+m(B)$

- 3. Если величины A и B таковы, что $B=x \cdot A$, где x – положительное действительное число, и величина A измерена при помощи единицы величины E , то чтобы найти численное значение величины B при единице E , достаточно число x умножить на число $m(A)$.
- $B=x \cdot A \longrightarrow m(A)=x \cdot m(B)$

- Пешеход прошел 3 км.
- Объект: расстояние,
- Свойство объекта – длина
- Единица измерения – километр
- Численное значение величины равно 3.

Спасибо за внимание!