

ТЕМА:
Преобразование
графиков
тригонометрических
функций
и их свойства

Учитель МОУ
ГСОШ
Митряшина Е.И.

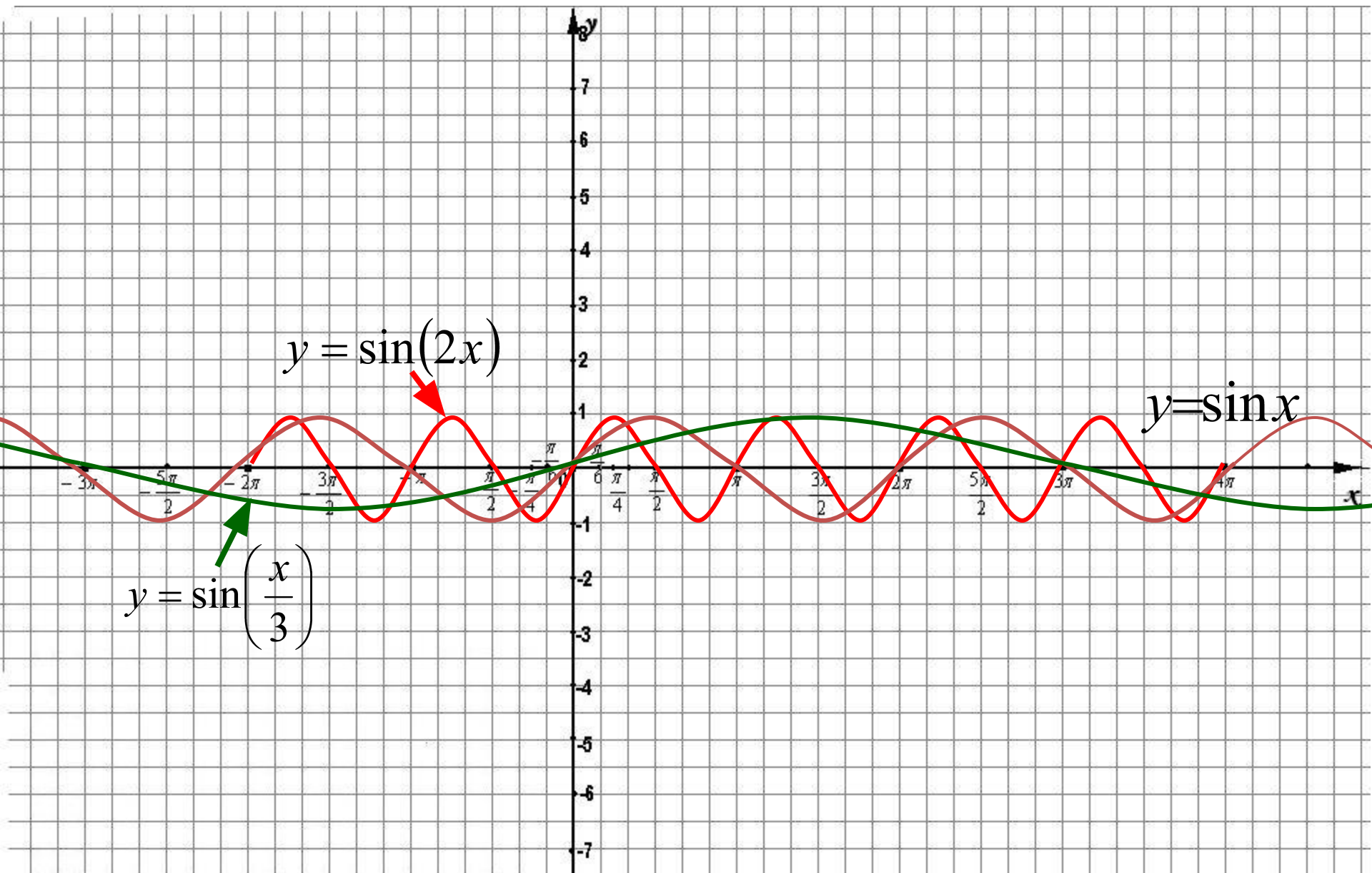
Характеристика преобразований графиков функций $y=mf(x)$, $y=f(kx)$ из графика функции $y=f(x)$

1. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=f(kx)$ строится посредством сжатия по оси Ox исходного графика пропорционально коэффициенту k при аргументе, а именно:

-если $k>1$, то сжатие в k раз

-если $0<k<1$, то растяжение в $1/k$ раз

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OX

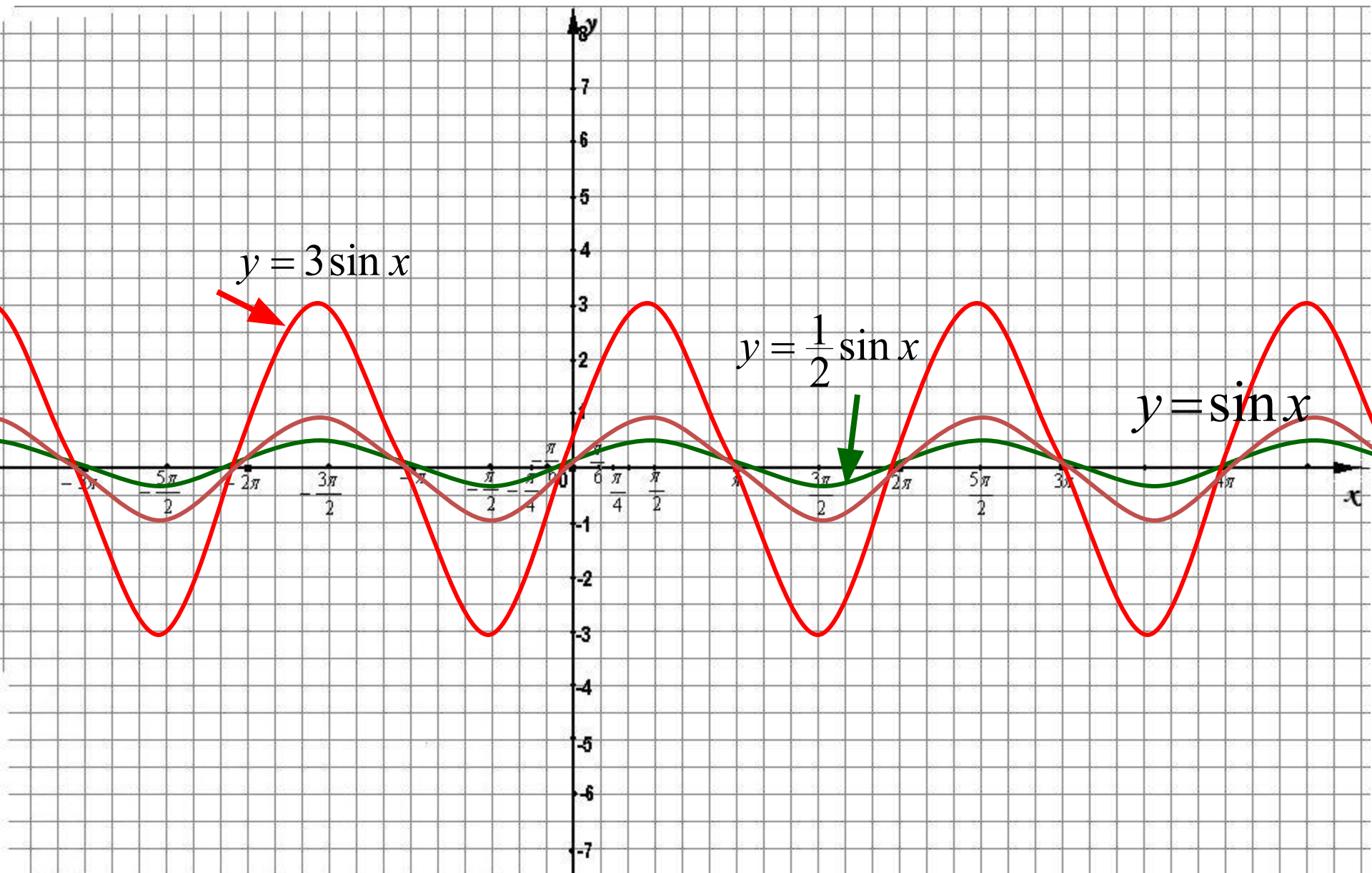


2. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=kf(x)$ строится посредством растяжения вдоль оси Oy исходного графика, пропорционально коэффициенту в k раз, а именно:

-если $k>1$, то растяжение в k раз

-если $0<k<1$, то сжатие в $1/k$ раз

Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY

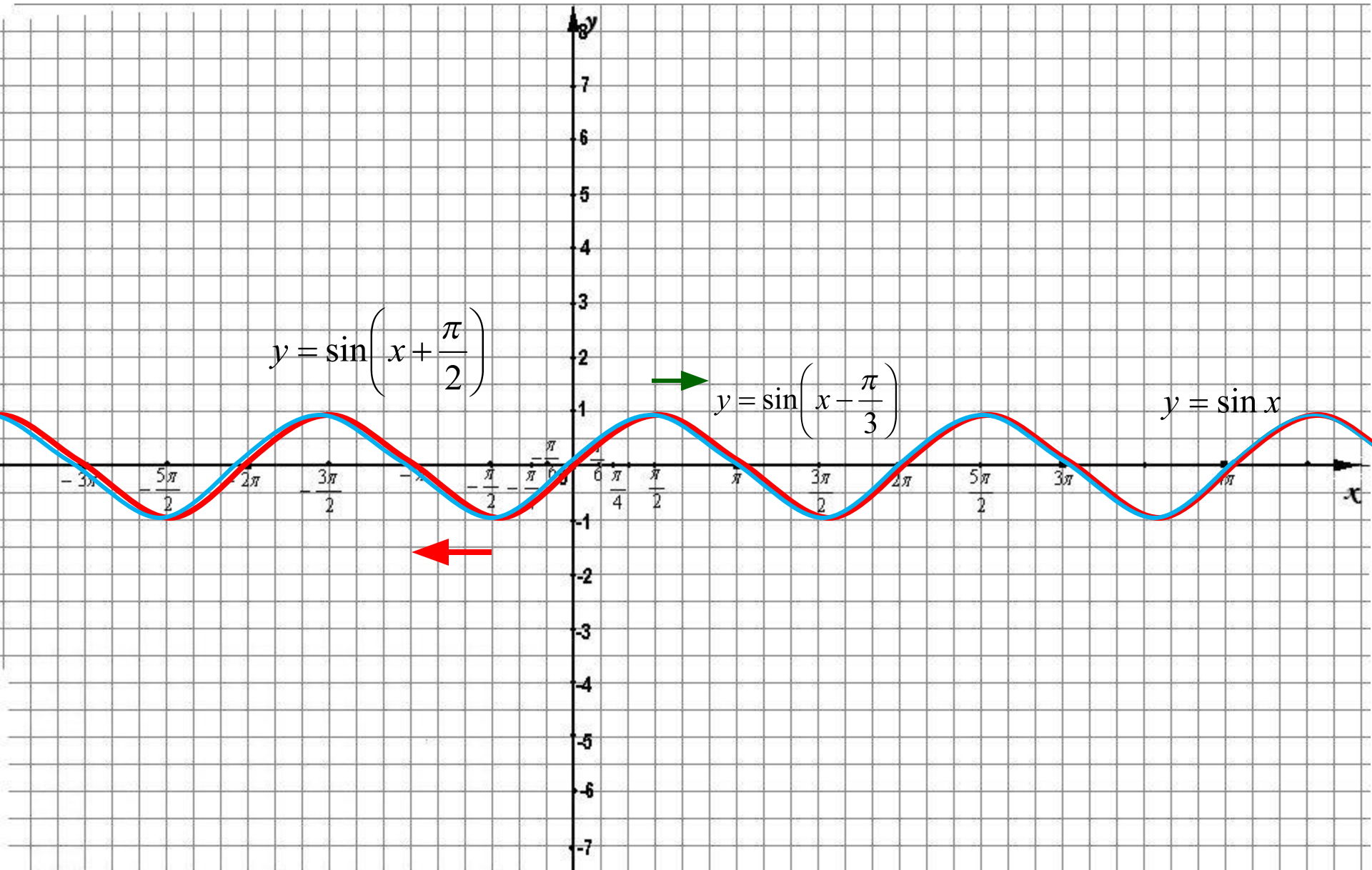


3. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=f(x+m)$ строится посредством сдвига по оси Ox исходного графика(координатной оси) на m единиц, а именно:

-если $m>0$, то сдвиг на m единиц влево

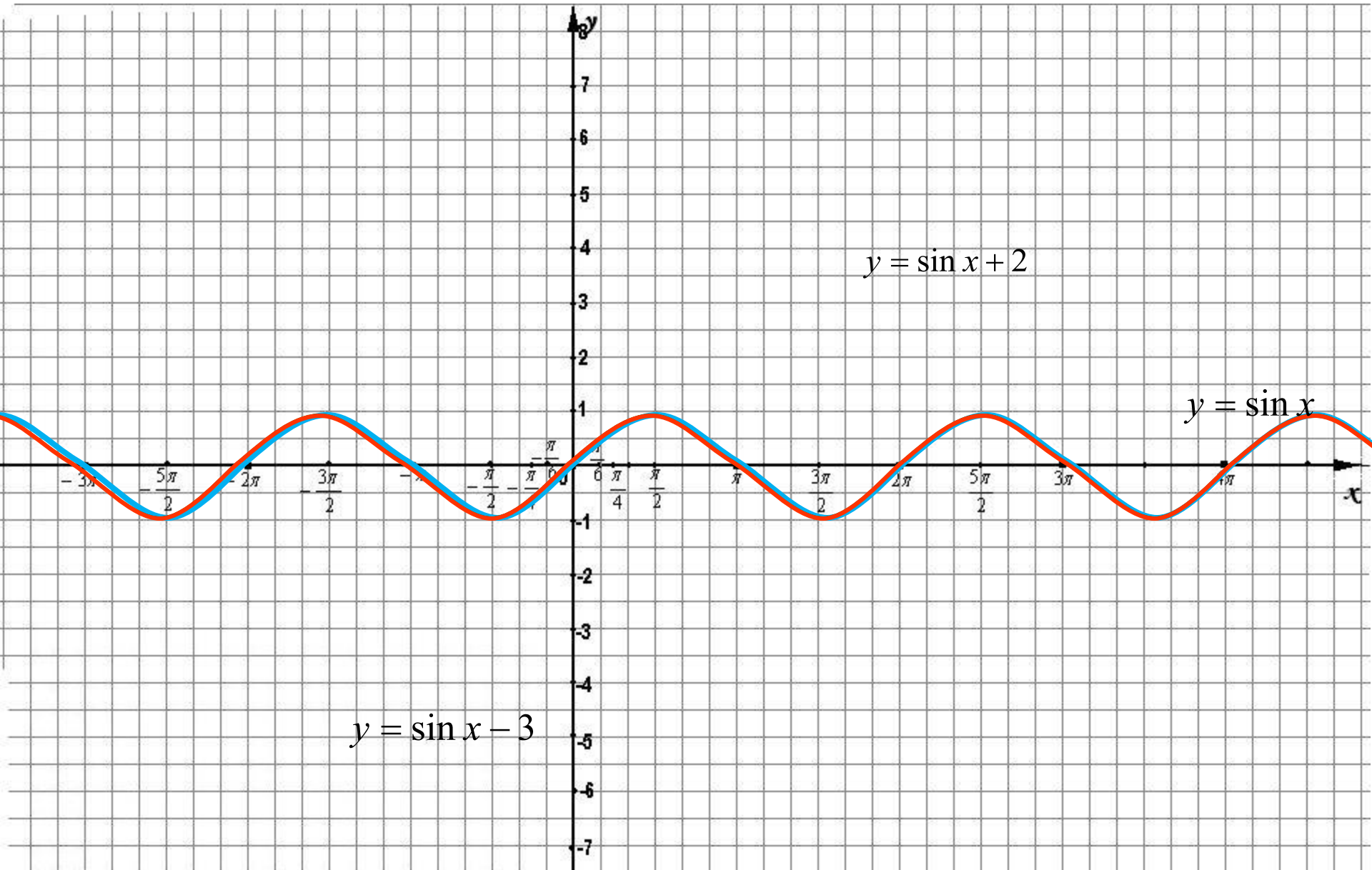
-если $m<0$, то сдвиг на m единиц вправо

Параллельный перенос вдоль оси OX



4. Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=f(x)+m$ строится посредством сдвига по оси Oy исходного графика (координатной оси) на m единиц, а именно:
- если $m>0$, то сдвиг на m единиц **вверх**
 - если $m<0$, то сдвиг на m единиц **вниз**

Параллельный перенос вдоль оси OY

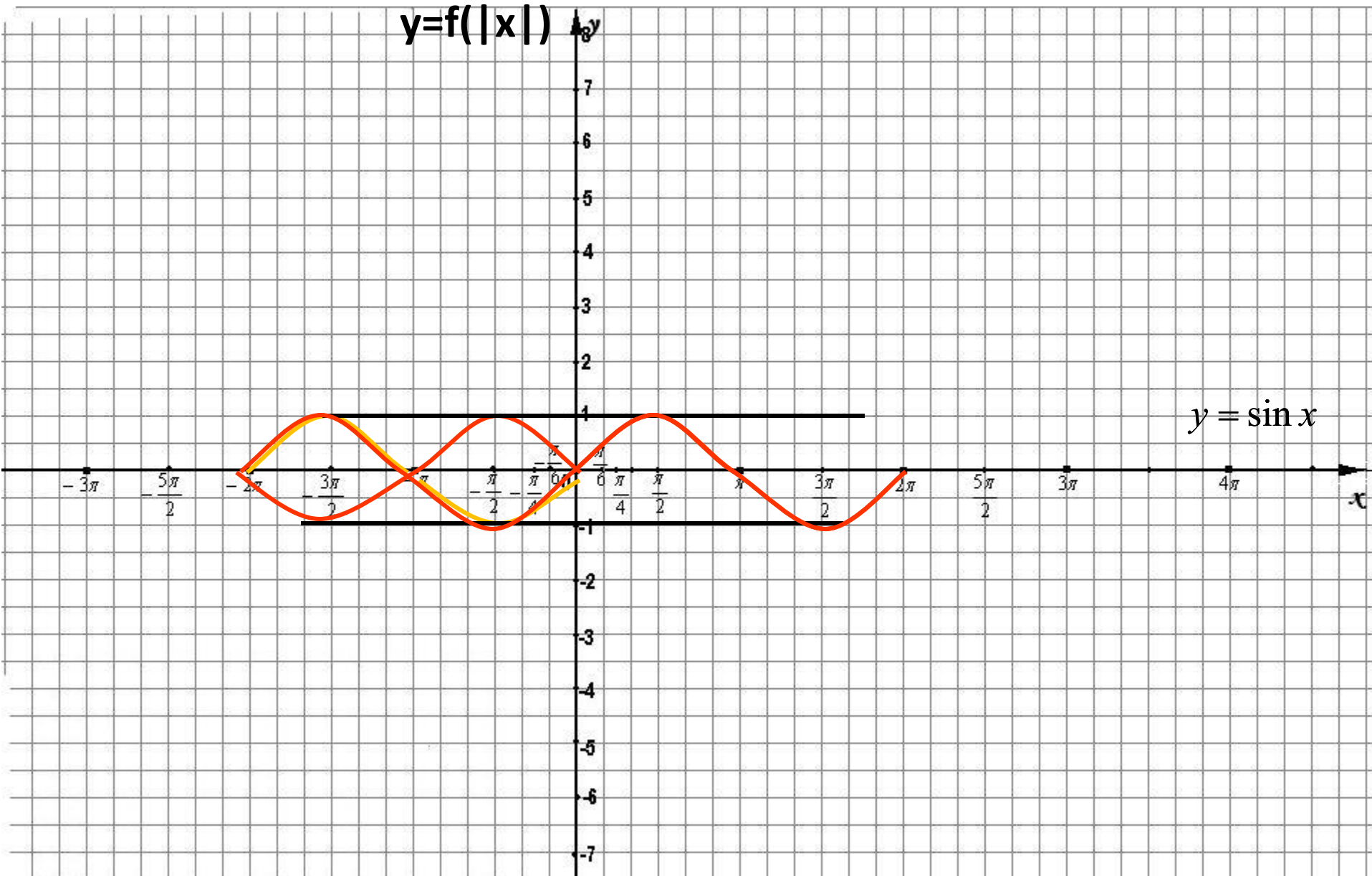


5. График функции $y=f(|x|)$ получается из графика $y=f(x)$ следующим образом:

Часть графика лежащая над осью Ox сохраняется, а его часть лежащая под осью Ox отображается симметрично относительно оси Oy

График функции

$$y=f(|x|)$$

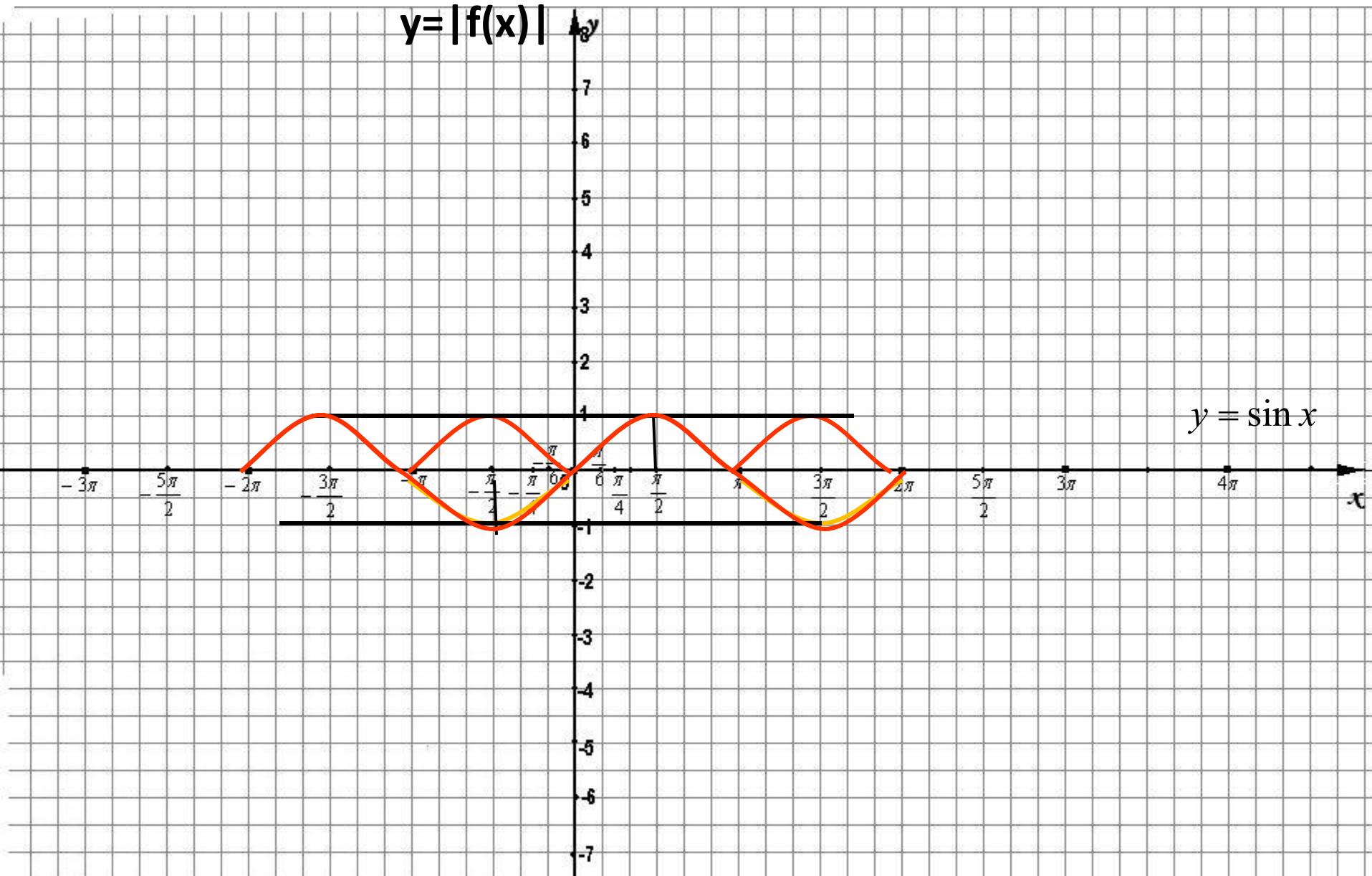


6. График функции $y = |f(x)|$ получается из графика $y = f(x)$ следующим образом:

Часть графика лежащая над осью Ox сохраняется, а его часть лежащая под осью Ox отображается симметрично относительно оси Ox

График функции

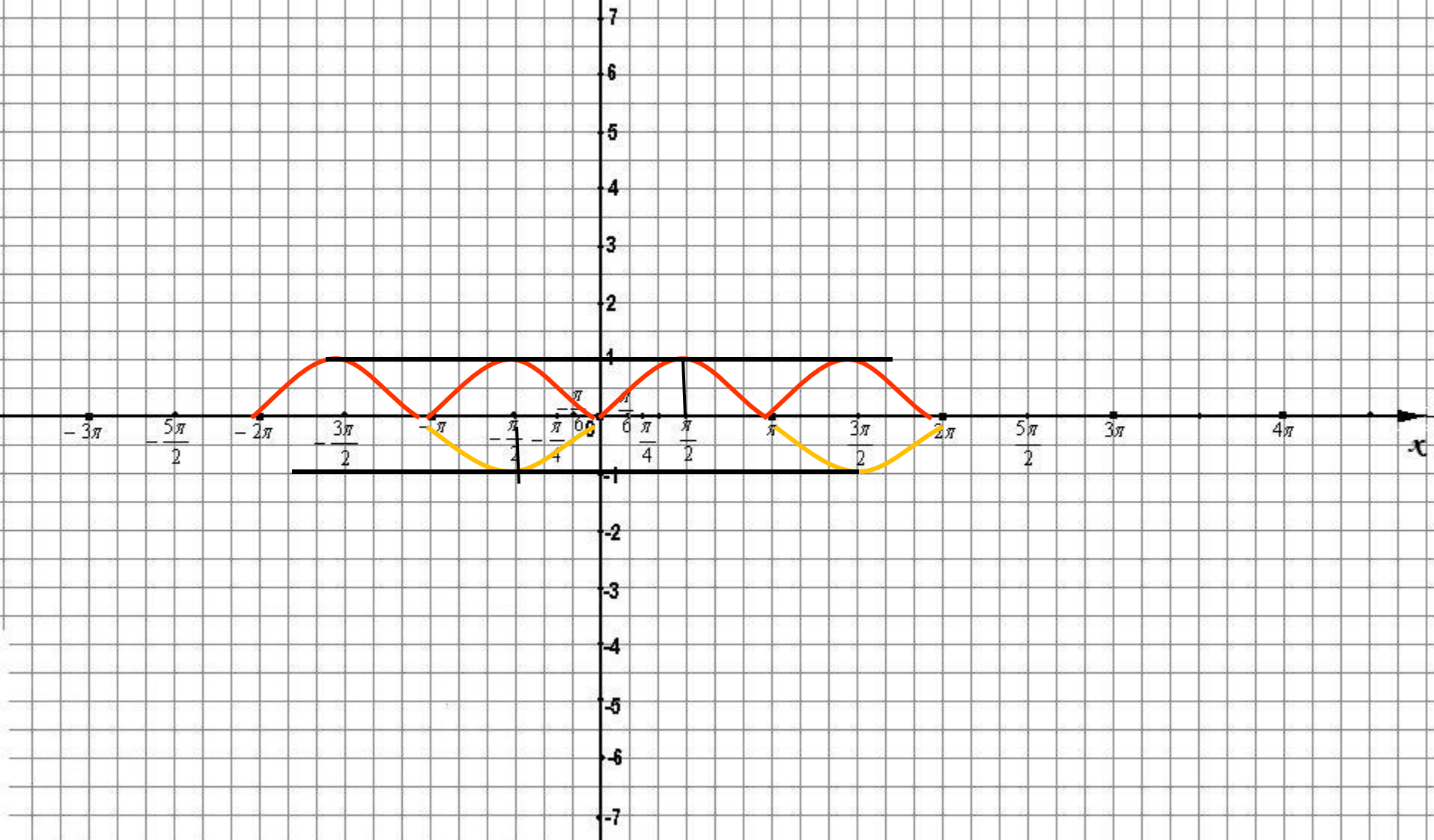
$$y = |f(x)|$$



7. Чтобы построить график функции $y = |f(|x|)|$ надо: построить график функции $y = f(x)$ при $x \geq 0$. Отобразить полученную часть симметрично относительно оси Oy . Участки полученного графика, лежащие ниже оси Ox зеркально отобразить относительно этой оси

График функции

$$y = |f(|x|)|$$



Характеристика графика гармонического колебания

$$S = A \sin(\omega t + \alpha) + B \quad (y = mf(kx+a)+b)$$

Построение графика этой функции осуществляется в несколько этапов:

1. Осуществим параллельный перенос системы координат, поместив начало новой системы $x'y'$ в точку $O' \left(\frac{a}{k}; 0\right)$
2. В системе $x'y'$ построим график функции $y' = \sin^k x$ (при этом можно ограничиваться одной полуволной)
3. Осуществим сжатие или растяжение последнего графика от оси y' с коэффициентом A , получим требуемый график.

Функция синус

Область определения функции — множество \mathbb{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. синус функция — ограниченная.

Функция нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$ для всех $x \in \mathbb{R}$.

График функции симметричен относительно начала координат.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :

$\sin(x+2\pi \cdot k) = \sin x$, где $k \in \mathbb{Z}$ для всех $x \in \mathbb{R}$.

$\sin x = 0$ при $x = \pi \cdot k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\sin x > 0$ (положительная) для всех $x \in (2\pi \cdot k, \pi+2\pi \cdot k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\sin x < 0$ (отрицательная) для всех $x \in (\pi+2\pi \cdot k, 2\pi+2\pi \cdot k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Функция возрастает от -1 до 1 на промежутках: $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$

Функция убывает от -1 до 1 на промежутках: $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$

Наибольшее значение функции $\sin x = 1$ в точках: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

Наименьшее значение функции $\sin x = -1$ в точках: $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

Функция косинус

Область определения функции — множество \mathbb{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. косинус функция — ограниченная.

Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$ для всех $x \in \mathbb{R}$.

График функции симметричен относительно оси OY .

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :

$\cos(x + 2\pi \cdot k) = \cos x$, где $k \in \mathbb{Z}$ для всех $x \in \mathbb{R}$.

$\cos x = 0$ при

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, 2\pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\cos x > 0$ для всех

$$x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\cos x < 0$ для всех

Функция возрастает от -1 до 1 на промежутках: $[-\pi + 2\pi k, 2\pi k], \quad k \in \mathbb{Z}$

Функция убывает от -1 до 1 на промежутках: $[2\pi k, \pi + 2\pi k], \quad k \in \mathbb{Z}$

Наибольшее значение функции $\sin x = 1$ в точках:

$$x = 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

Наименьшее значение функции $\sin x = -1$ в точках:

$$x = \pi + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

Функция тангенс

Область определения функции — множество всех действительных чисел, кроме $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Множество значений функции — вся числовая прямая, т.е. тангенс — функция **неограниченная**.

Функция нечетная: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ для всех x из области определения.

График функции симметричен относительно оси OY .

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом π , т.е. $\operatorname{tg}(x + \pi \cdot k) = \operatorname{tg} x, k \in \mathbb{Z}$ для всех x из области определения.

$\operatorname{tg} x = 0$ при $x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{tg} x > 0$ для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{tg} x < 0$ для всех $x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k + \pi \right), k \in \mathbb{Z}$

Функция котангенс

Область определения функции — множество всех действительных чисел, кроме чисел πk , $k \in \mathbb{Z}$

Множество значений функции — вся числовая прямая, т.е. котангенс — функция неограниченная.

Функция нечетная: $\text{ctg}(-x) = -\text{ctg} x$ для всех x из области определения.

График функции симметричен относительно оси OY .

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом π , т.е. $\text{ctg}(x + \pi \cdot k) = \text{ctg} x$, $k \in \mathbb{Z}$ для всех x из области определения.

$\text{ctg} x = 0$ при

$$x \in \left(\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$
$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k, \pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\text{ctg} x > 0$ для всех

$$(\pi k, \pi + \pi k), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\text{ctg} x < 0$ для всех

Функция убывает на каждом из промежутков