# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

Хандогина Е.С.,

учитель математики ГБОУ СОШ №1125

# ДВИЖЕНИЯ

Образуют специальный класс преобразований,

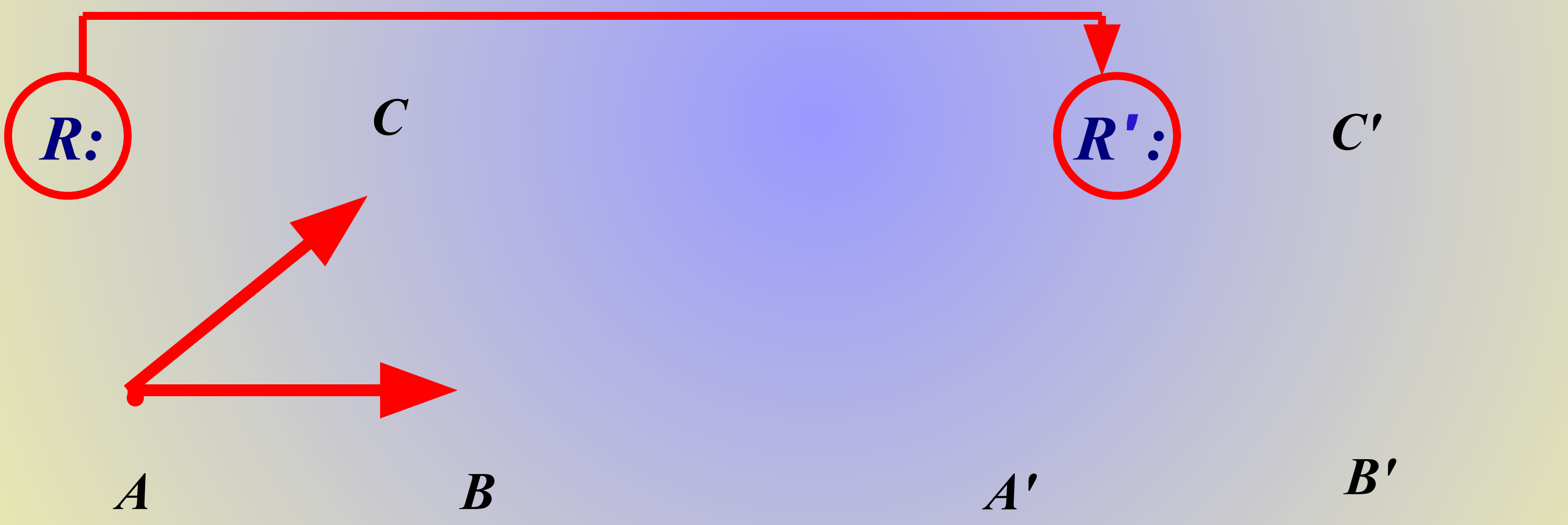
- играющих особую роль в различных науках и их приложениях
- и широко распространенных в области природных и технических явлений

# *ДВИЖЕНИЕ*
# *или*
# *ПЕРЕМЕЩЕНИЕ*

**- это преобразование плоскости,**

**сохраняющее расстояния**

При движении репер R, образованный точками A, B, C, переходит в репер R', образованный точками A', B', C', причем это движение единственно.



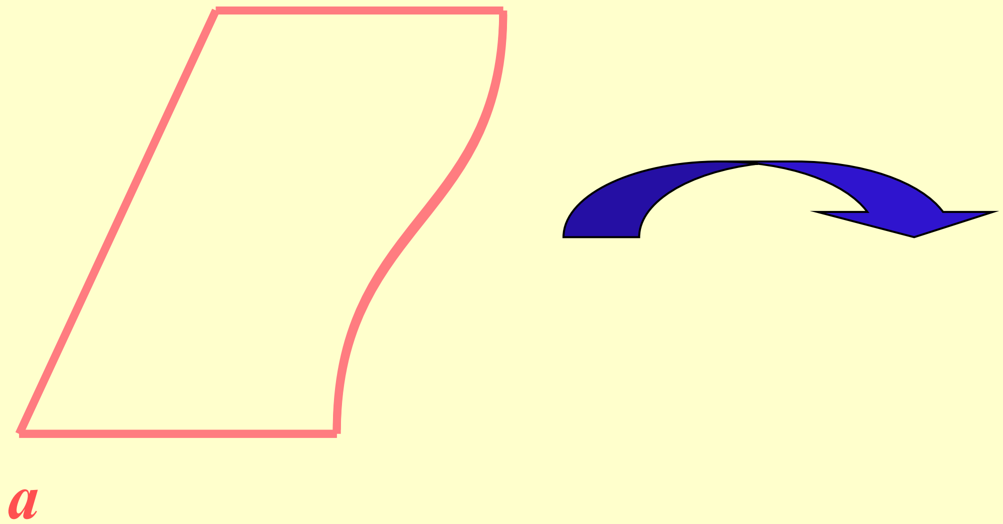
# *СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ*

***1***. **Движение переводит прямую в прямую, параллельную прямую в параллельную ей прямую.**


$a \parallel a'$

# *Свойства движения*

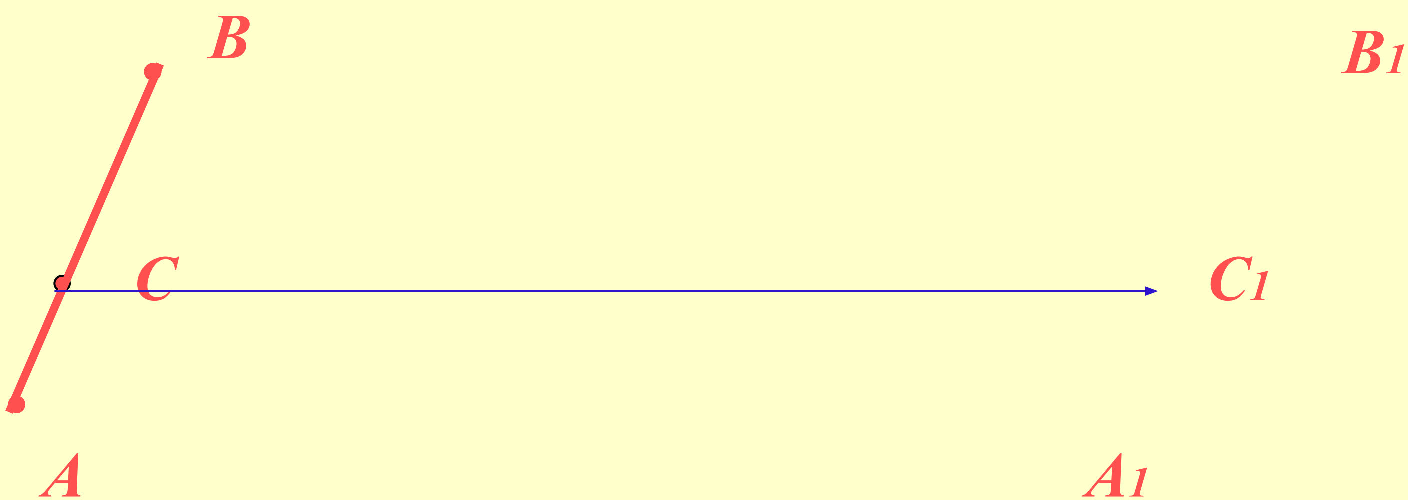
**2.** **Движение переводит полуплоскость с границей А в полуплоскость с границей А', где А' – образ прямой а.**




***Образ прямой а***

# СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

**3.** **Движение сохраняет простое отношение трех точек прямой.**




$\lambda = AC : CB$

$\lambda_1 = A_1C_1 : C_1B_1$

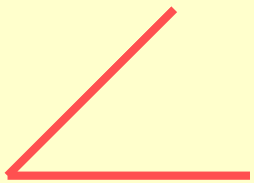
$\lambda = \lambda_1$

# СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

4. **Движение сохраняет отношение «лежать между».**
5. **Движение переводит отрезок АВ в отрезок А'В'. При этом середина отрезка АВ переходит в середину отрезка А'В'.**

# СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

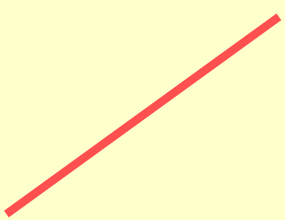
*6*. **Движение переводит угол в равный ему угол,**



$\angle A$ $\quad \angle A = \angle A_1 \quad$ $\angle A_1$

**луч в луч**

$M'$

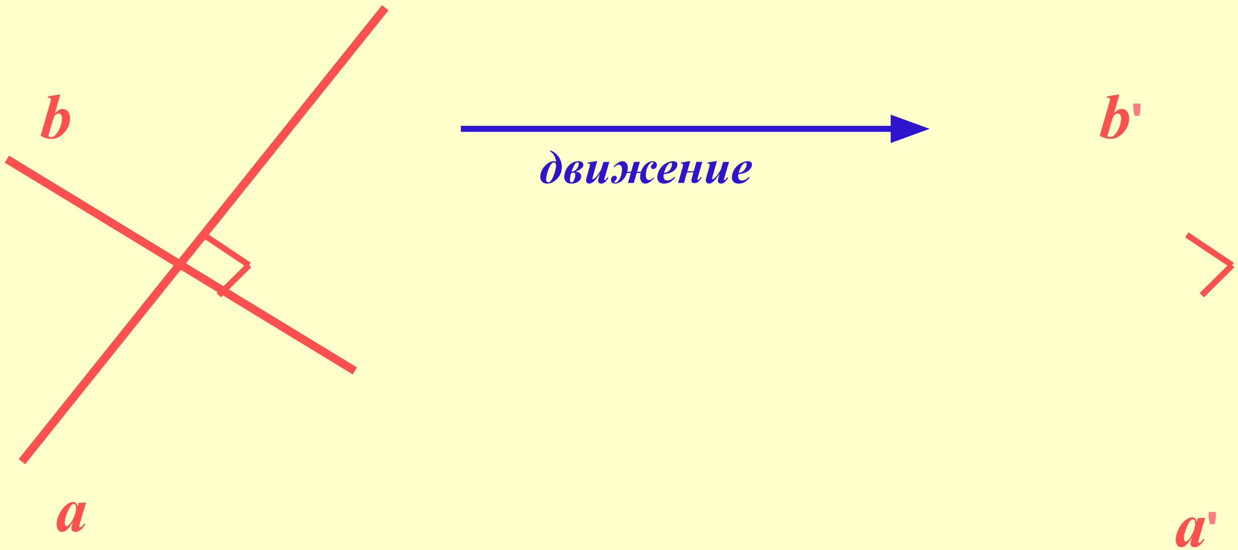


$M$

$A$ $\quad AM \rightarrow A'M' \quad$ $A'$

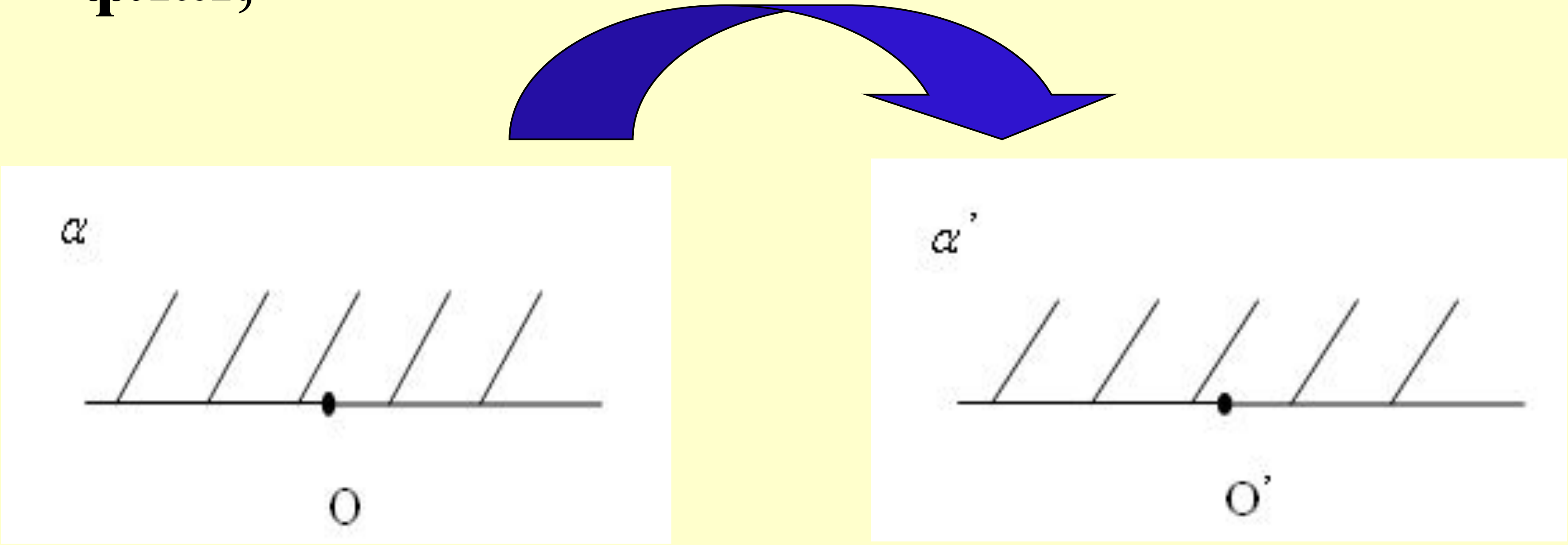
# СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

7. **Движение переводит взаимно перпендикулярные прямые во взаимно перпендикулярные прямые**



# СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

*8.* **При движении флаг переводится во флаг,**




***где <u>флаг</u> - это тройка, состоящая из точки, луча и полуплоскости***

$$\frac{R}{R`} = \frac{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})}{(\overrightarrow{O`A`}, \overrightarrow{O`B`})} > 0$$

$$\frac{R}{R`} = \frac{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})}{(\overrightarrow{O`A`}, \overrightarrow{O`B`})} < 0$$

**Преобразование точек плоскости сохраняет ориентацию плоскости или меняет ориентацию плоскости,**

**если любой репер и его образ**

**сохраняют или меняют ориентацию**

# ВИДЫ ДВИЖЕНИЙ

**Движение, не меняющее ориентацию, называется**

***ДВИЖЕНИЕМ I РОДА***

**Движение,**

**меняющее ориентацию, называется**

***ДВИЖЕНИЕМ II РОДА***

# АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ

$$x` = x \cdot \cos\alpha - \varepsilon \cdot y \cdot \sin\alpha + x_0,$$

$$y` = x \cdot \sin\alpha + \varepsilon \cdot y \cdot \cos\alpha + y_0$$

при $\varepsilon = 1$

***ДВИЖЕНИЕ***

***I РОДА***

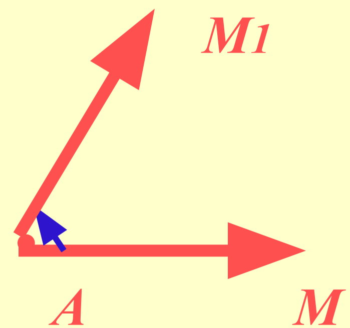
при $\varepsilon = -1$

***ДВИЖЕНИЕ***

***II РОДА***

# ДВИЖЕНИЕ I РОДА

**1. Поворот на угол** $\alpha \neq 0, \pm\pi$




**Аналитические выражения:**

$x` = x \cdot \cos\alpha - y \cdot \sin\alpha$ ,

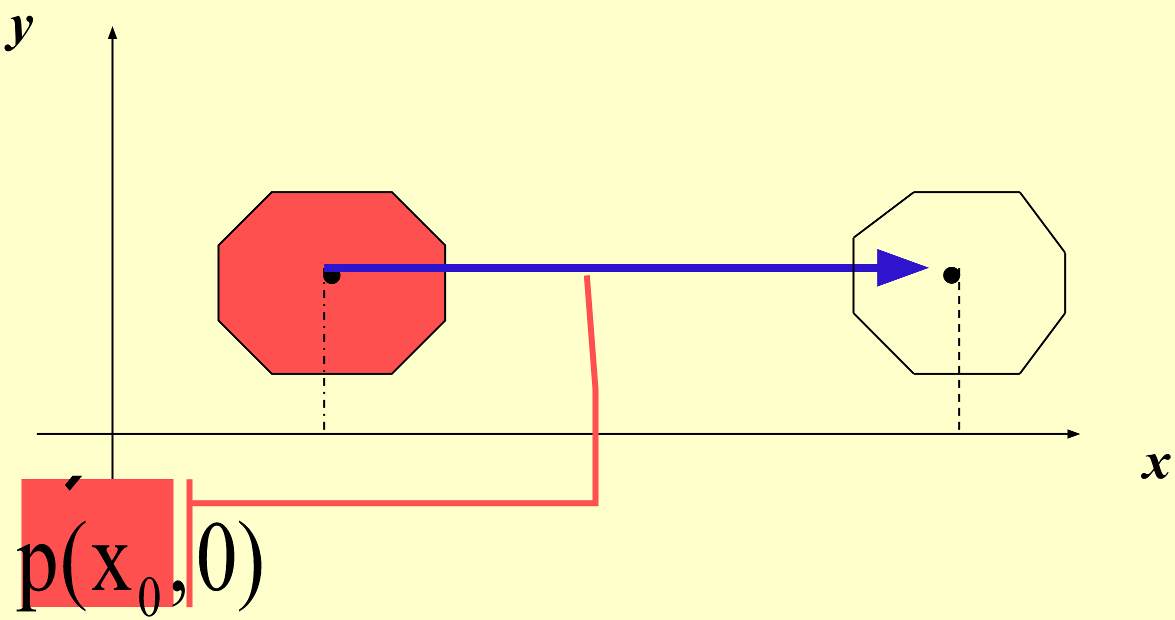
$y` = x \cdot \sin\alpha + y \cdot \cos\alpha$

**а) тождественное преобразование,** $\alpha = 0$ → $x` = x$, $y` = y$

**б) центральная симметрия,** $\alpha = \pm\pi$ → $x` = -x + x_0$, $y` = -y + y_0$

# ДВИЖЕНИЕ I РОДА

2. а)Параллельный перенос на $\vec{p} \neq 0$




**Аналитические выражения:**

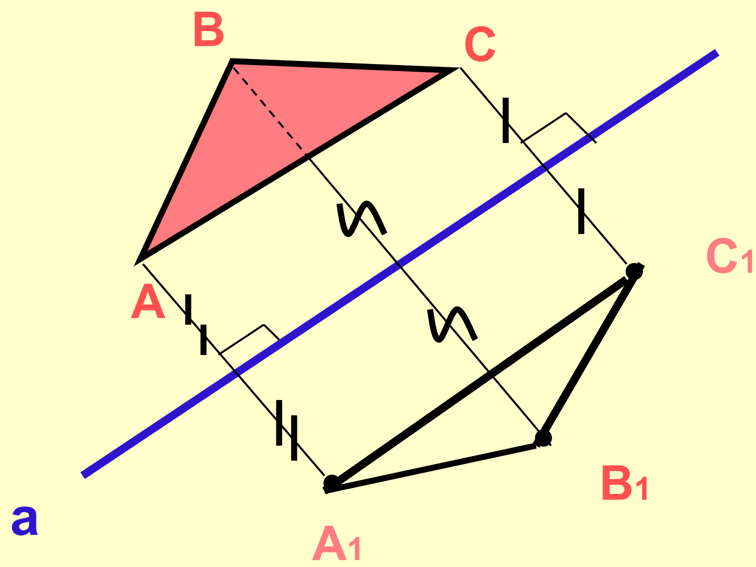
$x` = x + x_0$
$y` = y$

б) Параллельный перенос на $\vec{p} = 0$

- тождественное преобразование

# *ДВИЖЕНИЕ II РОДА*

## 1.Осевая симметрия



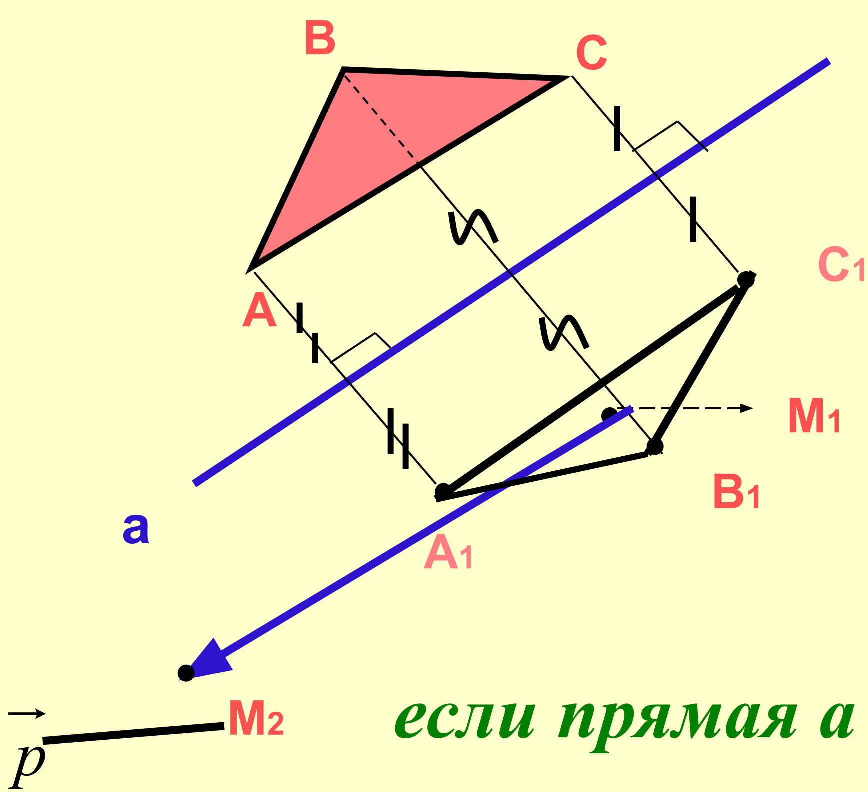

**Аналитические выражения:**

$$x` = x$$
$$y` = -y$$

***если прямая а совпадает с осью ОХ***

# ДВИЖЕНИЕ II РОДА

## 2. Скользящая симметрия (g)




$g = s * f$ → Параллельный перенос

→ Осевая симметрия

**Аналитические выражения:**

$$x` = x + x_0$$

$$y` = -y$$

***если прямая а совпадает с осью OX и вектор переноса параллелен прямой а***

# *ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ*

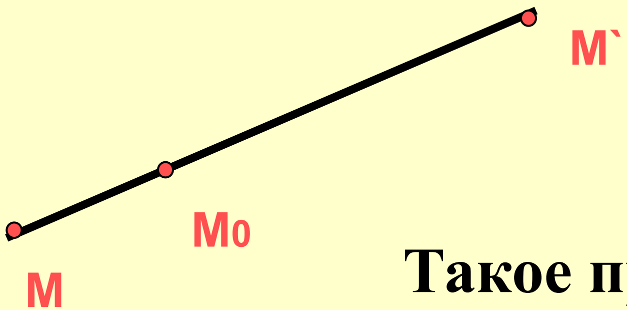
**Преобразование плоскости называется *преобразованием подобия,* если существует k > 0, такое что для любых точек A, B, A`, B` выполняется равенство:**

**A`B` = kAB**

**При k =1 преобразование подобия является**

**движением**

# Рассмотрим на плоскости три точки $M$, $M_0$, $M`$ и некоторое число $m$, такое, что $M_0M` = m * M_0M$




$M_0M` = m * M_0M$

Центр гомотетии

Коэффициент гомотетии

**Такое преобразование называется *гомотетией*.**

m

m>0

гомотетия положительна

m<0

гомотетия отрицательна

# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ (*f*)

$$f = g \cdot h$$

**движение**

**g:** $x'' = k \cdot x' \cdot \cos\alpha - k \cdot \varepsilon \cdot y' \cdot \sin\alpha + x_0,$
$y'' = k \cdot x' \cdot \sin\alpha + k \cdot \varepsilon \cdot y' \cdot \cos\alpha + y_0$

***АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ПОДОБИЯ***

**гомотетия с коэффициентом k и центром в точке M0**

**h:** $x' = k \cdot x$
$y' = k \cdot y$

**ε = 1**
**подобие 1-го рода**

**ε = -1**
**подобие 2-го рода**

# ПОДОБИЕ I РОДА

## Аналитические выражения:

$x` = k·x·cosα – k·y·sinα + x,$
$y` = k·y·sinα + k·y·cosα + y$

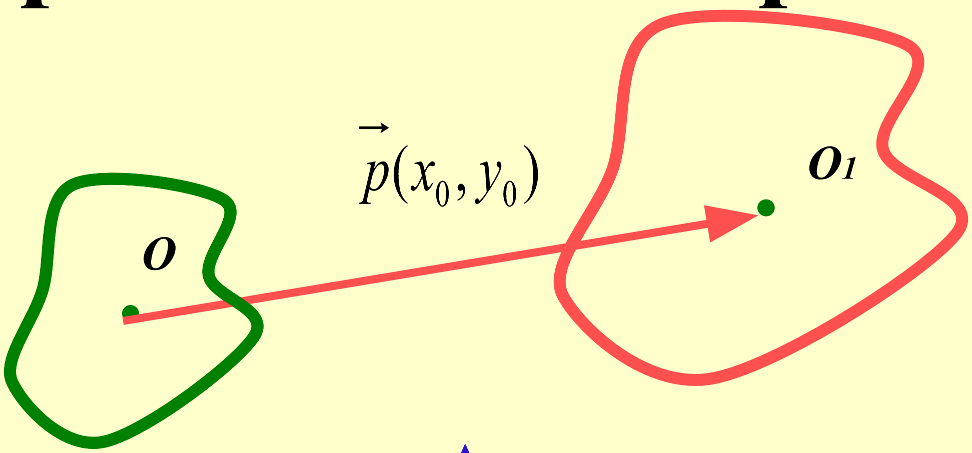
***1.*** **Поворот на угол** $\alpha \neq 0, \pm\pi$

**а) тождественное преобразование, если** $\alpha = 0$

**б) центрально-подобное вращение, если** $\alpha = \pm\pi$

**в) центрально-подобная симметрия**

# 2. Параллельный перенос на $\vec{p} \neq 0$

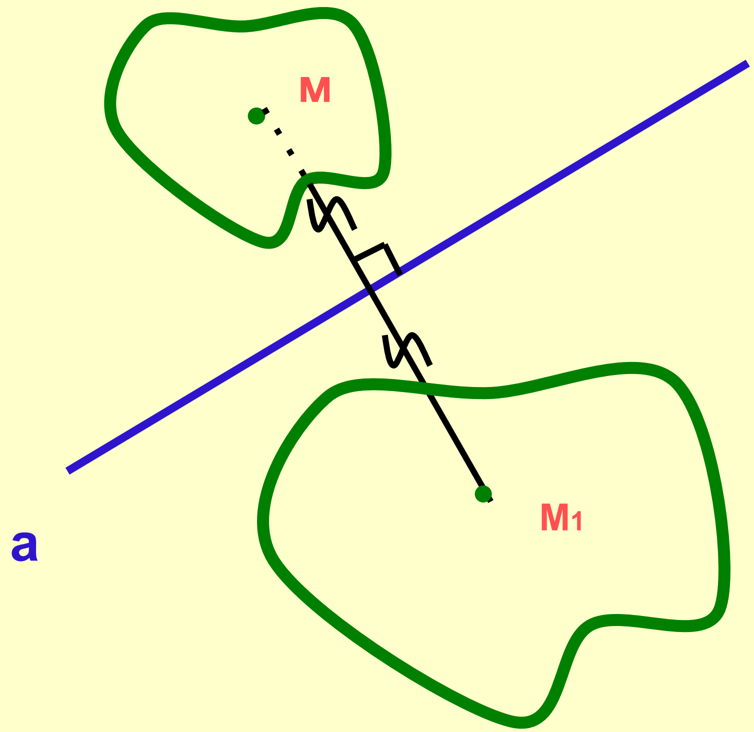



**Аналитические выражения:**

**x\` = k·x+ $x_0$,**
**y\` = k·y+ $y_0$**

# ПОДОБИЕ II РОДА

## 1. Осевая симметрия



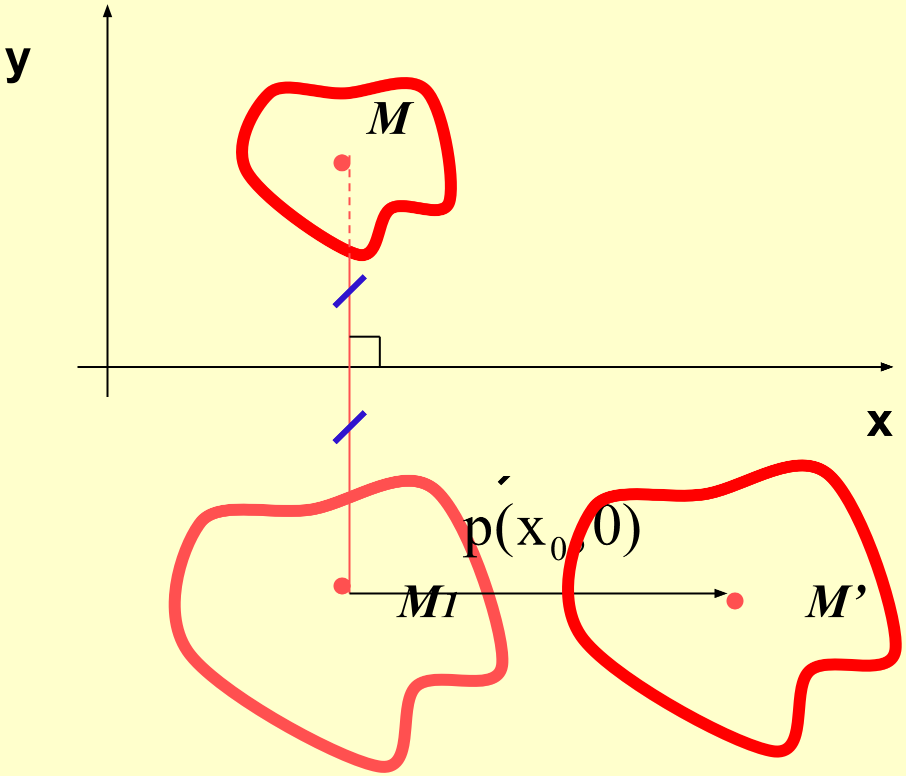

**Аналитические выражения:**

$x` = k \cdot x,$
$y` = -k \cdot y$

*Прямая a совпадает с осью OX*

# ПОДОБИЕ II РОДА

2. **Скользящая симметрия**

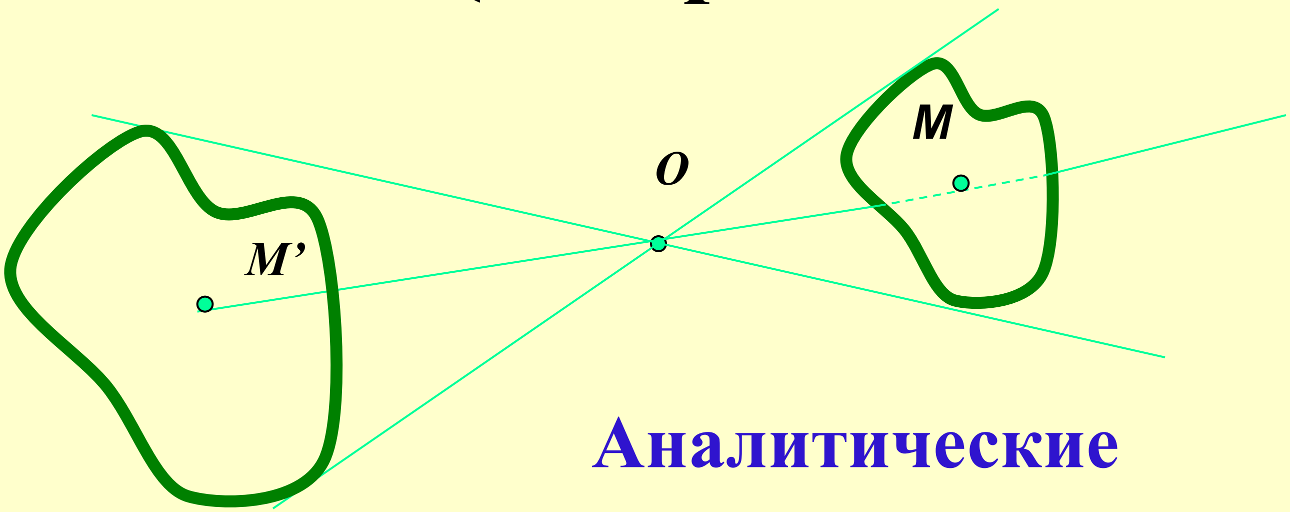



**Аналитические выражения:**

$$x` = k \cdot x + x_0,$$
$$y` = -k \cdot y$$

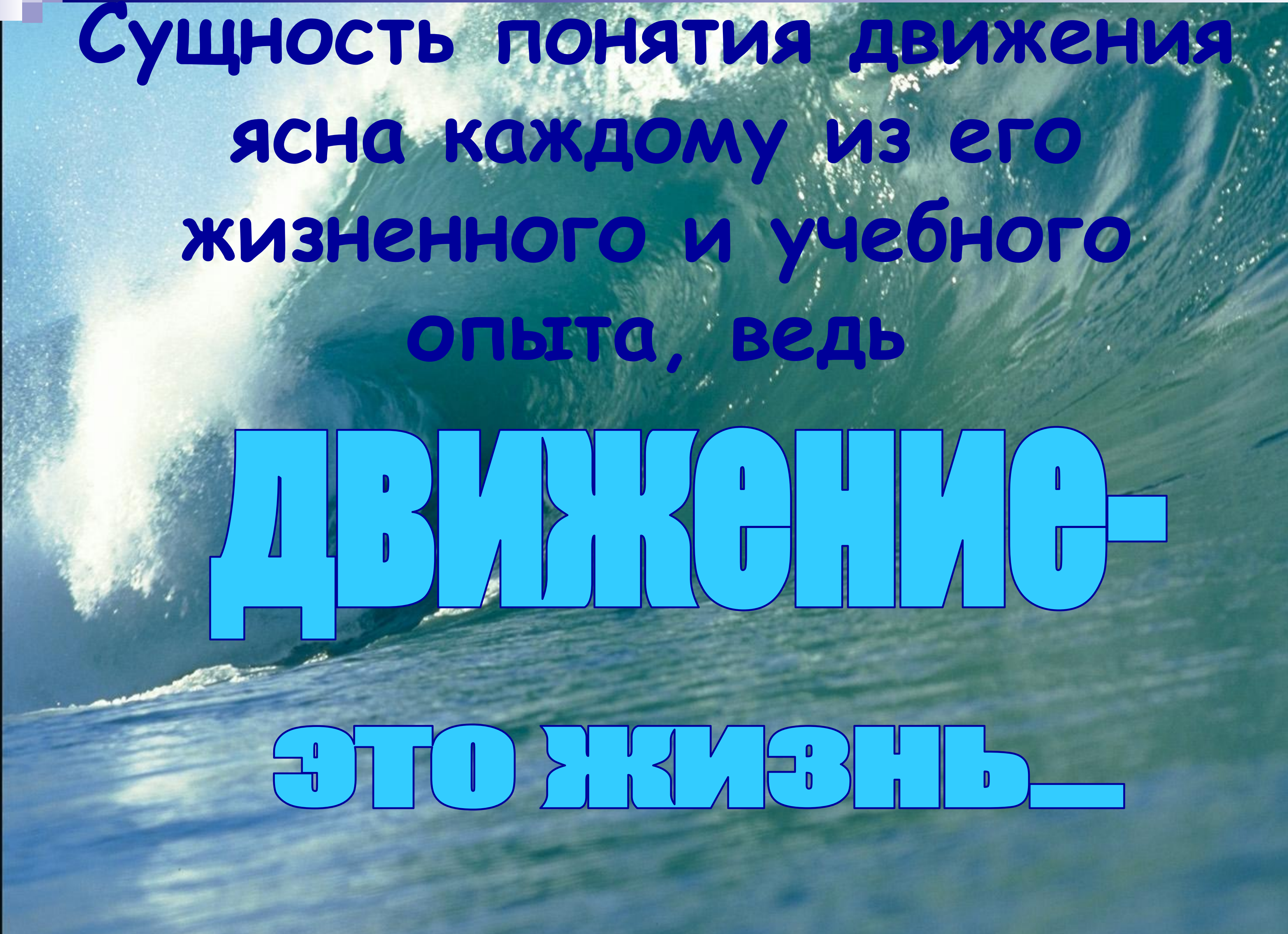
# ПОДОБИЕ II РОДА

**3. Гомотетия(центральная симметрия)**




**Аналитические выражения:**

$$x` = k\cdot x + x_0,$$
$$y` = k\cdot y + y_0$$


Сущность понятия движения ясна каждому из его жизненного и учебного опыта, ведь
движение-
это жизнь…